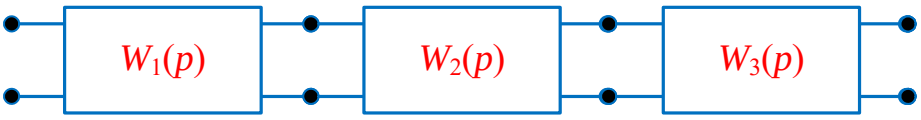
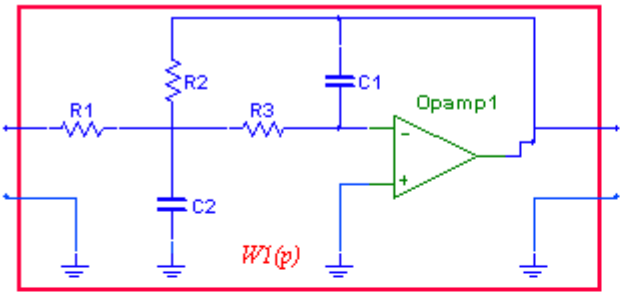
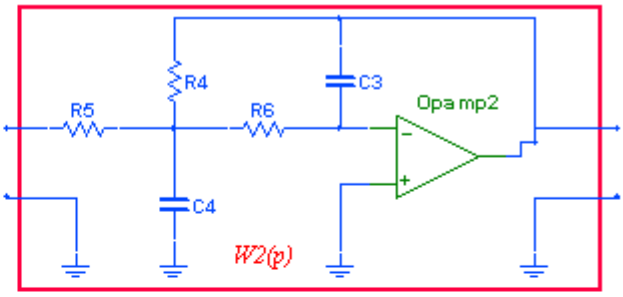
$f := 20 \quad \omega o := f \cdot 2 \cdot \pi \quad \omega o = 125.664$

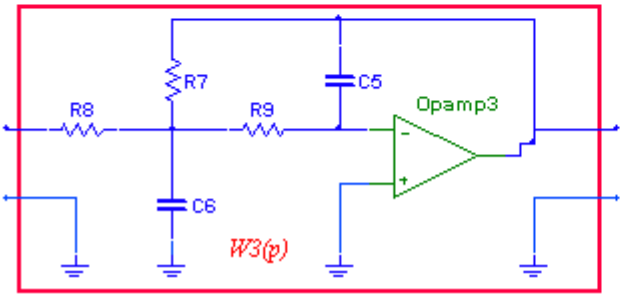
Построить низкочастотный фильтр Батерворта 6-го порядка с частотой среза f=20Гц

Результирующий фильт представляем в виде последовательного (каскадного) соединения звеньев









По таблице фильтров Баттерворта находим коэффициенты:

$a_1 := 1.9319 \qquad b_1 := 1$

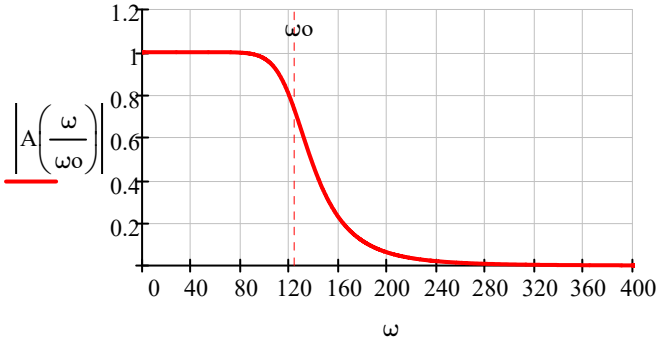
$a_2 := 1.4142 \qquad b_2 := 1$

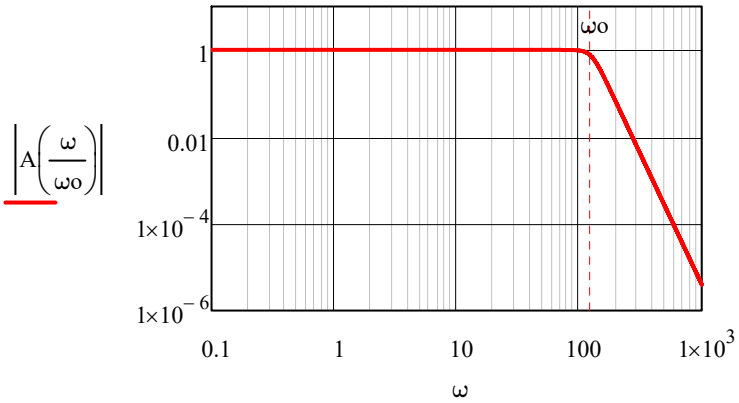
$a_3 := 0.5176 \qquad b_3 := 1$

$$W1(P) := \frac{1}{1 + a_1 \cdot P + b_1 \cdot P^2} \qquad W2(P) := \frac{1}{1 + a_2 \cdot P + b_2 \cdot P^2} \qquad W3(P) := \frac{1}{1 + a_3 \cdot P + b_3 \cdot P^2}$$

$A1(\omega) := W1(i \cdot \omega) \qquad A2(\omega) := W2(i \cdot \omega) \qquad A3(\omega) := W3(i \cdot \omega)$

$\omega := 0, .1 .. 10^3 \qquad A(\omega) := A1(\omega) \cdot A2(\omega) \cdot A3(\omega) \qquad \varphi(\omega) := \arg(A(\omega))$





Расчет первого каскада

Задаемся емкостью C_1 $\quad C_1 := 10^{-6} \quad K := 1 \quad \dfrac{4\cdot b_1\cdot(1+K)}{(a_1)^2} = 2.143$ отношение больше 2

Рачитываем C_2 $\quad \dfrac{C_2}{C_1} \geq \dfrac{4\cdot b_1\cdot(1+K)}{(a_1)^2} \quad C_2 := C_1\cdot 3 \quad C_2 = 3\times 10^{-6}$

Рачитываем R_2

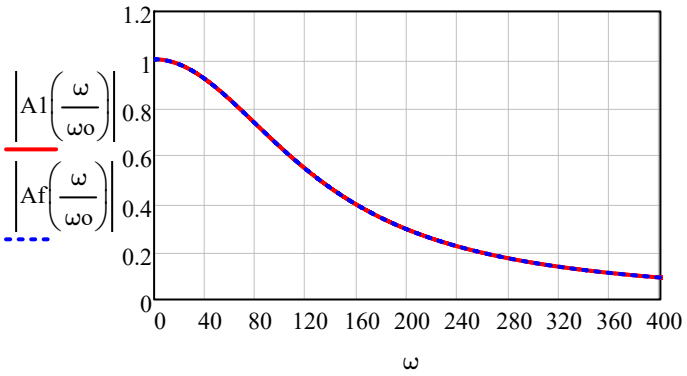
$$R_2 := \frac{a_1\cdot C_2 - \sqrt{(a_1)^2\cdot(C_2)^2 - 4\cdot C_1\cdot C_2\cdot b_1\cdot(1+K)}}{2\cdot \omega o\cdot C_1\cdot C_2} \qquad R_2 = 3.58\times 10^3$$

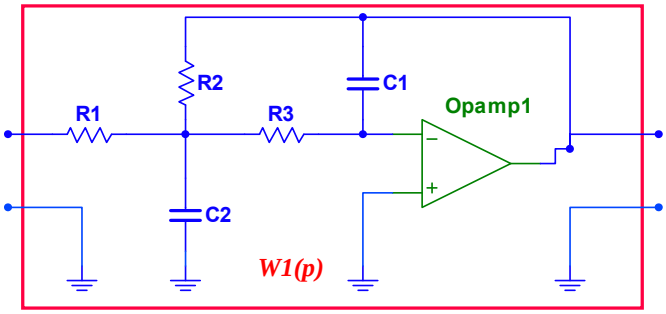
Рачитываем R_1 $\quad R_1 := \dfrac{R_2}{K} \quad R_1 = 3.58\times 10^3$

Рачитываем R_3 $\quad R_3 := \dfrac{b_1}{\omega o^2\cdot C_1\cdot C_2\cdot R_2} \quad R_3 = 5.897\times 10^3$

Строим пердаточную функцию и АЧХ первого звена

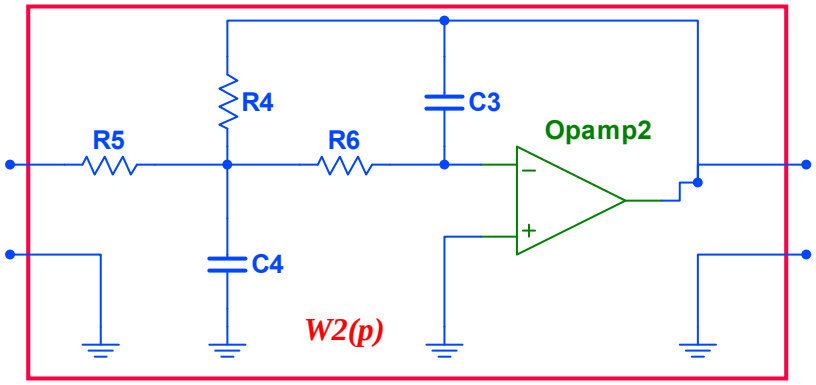
$$W_(p) := \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{1 + \omega o\cdot C_1\cdot\left(R_2 + R_3 + \dfrac{R_2\cdot R_3}{R_1}\right)\cdot p + \omega o^2\cdot C_1\cdot C_2\cdot R_2\cdot R_3\cdot p^2} \qquad Af(\omega) := W_(\omega\cdot i)$$





Расчет второго каскада

Аналогично посчитываем параметры следующего звена (каскада)



Если при расчетах получаются комплекные сопротивления необходимо увеличить отношение C_4/C_3

$$\frac{C_4}{C_3} \geq \frac{4\cdot b_2\cdot(1+K)}{(a_2)^2}$$

Задаемся емкостью C_3 $\quad C_3 := 10^{-7}\cdot 1 \qquad \dfrac{4\cdot b_2\cdot(1+K)}{(a_2)^2} = 4$

Рачитываем C_4 $\quad \dfrac{C_4}{C_3} \ge \dfrac{4\cdot b_2\cdot(1+K)}{(a_2)^2} \qquad C_4 := C_3\cdot 5 \qquad C_4 = 5\times 10^{-7}$

Рачитываем R_4=R2

$$R2 := \frac{a_2\cdot C_4 - \sqrt{(a_2)^2\cdot(C_4)^2 - 4\cdot C_3\cdot C_4\cdot b_2\cdot(1+K)}}{2\cdot \omega o\cdot C_3\cdot C_4} \qquad R2 = 3.111\times 10^4$$

Рачитываем R_5=R1

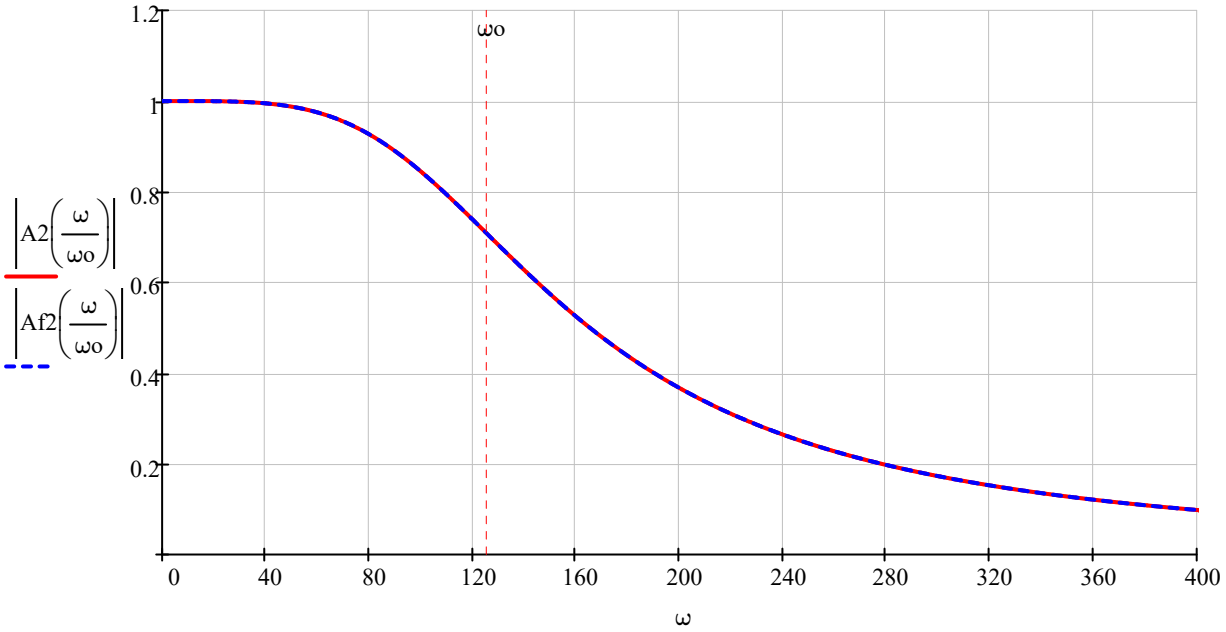
$$R1 := \frac{R2}{K} \qquad R1 = 3.111\times 10^4$$

Рачитываем R_6=R_3

$$R3 := \frac{b_2}{\omega o^2\cdot C_3\cdot C_4\cdot R2} \qquad R3 = 4.072\times 10^4$$

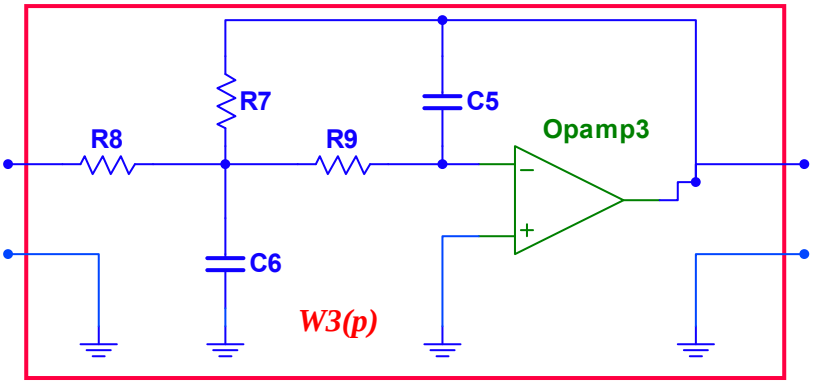
Строим пердаточную функцию и АЧХ первого звена

$$W_(p) := \frac{\frac{R2}{R1}}{1 + \omega o\cdot C_3\cdot\left(R2 + R3 + \frac{R2\cdot R3}{R1}\right)\cdot p + \omega o^2\cdot C_3\cdot C_4\cdot R2\cdot R3\cdot p^2} \qquad Af2(\omega) := W_(\omega\cdot i)$$



Расчет третьего каскада

Аналогично посчитываем параметры следующего звена (каскада)



Если при расчетах получаются комплекные сопротивления необходимо увеличить отношение C_6/C_5

$$\frac{C_6}{C_5} \geq \frac{4 \cdot b_3 \cdot (1 + K)}{(a_3)^2}$$

$$\frac{4 \cdot b_3 \cdot (1 + K)}{(a_3)^2} = 29.861$$

Задаемся емкостью C_5 $\quad C_5 := 10^{-8}$

Рачитываем C_6

$$\frac{C_6}{C_5} \geq \frac{4 \cdot b_3 \cdot (1 + K)}{(a_3)^2} \qquad C_6 := C_5 \cdot 30 \qquad C_6 = 3 \times 10^{-7}$$

Рачитываем R_7=R2

$$R2 := \frac{a_3 \cdot C_6 - \sqrt{(a_3)^2 \cdot (C_6)^2 - 4 \cdot C_6 \cdot C_5 \cdot b_3 \cdot (1 + K)}}{2 \cdot \omega o \cdot C_5 \cdot C_6} \qquad R2 = 1.919 \times 10^5$$

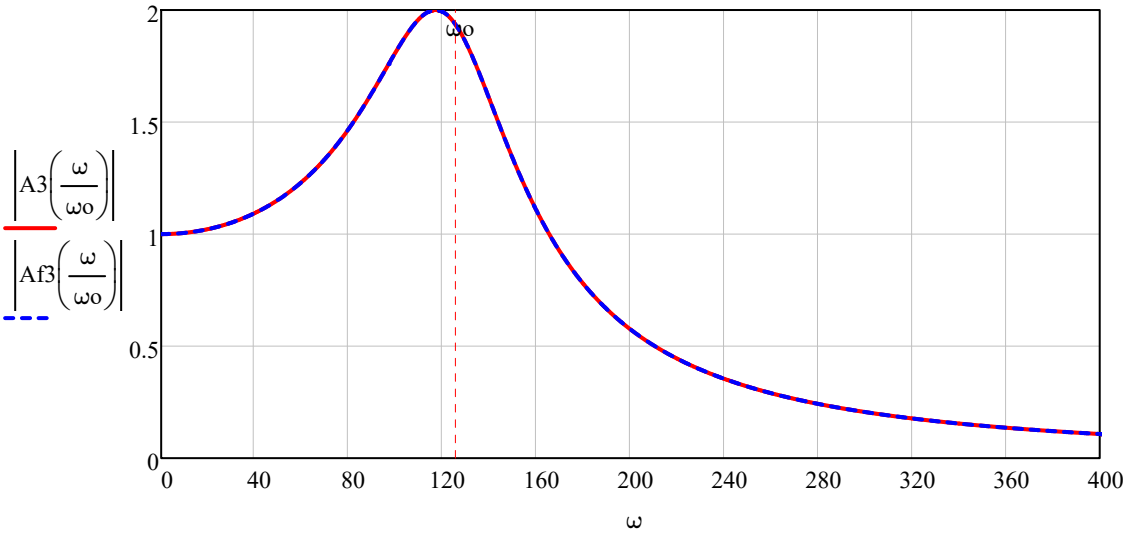
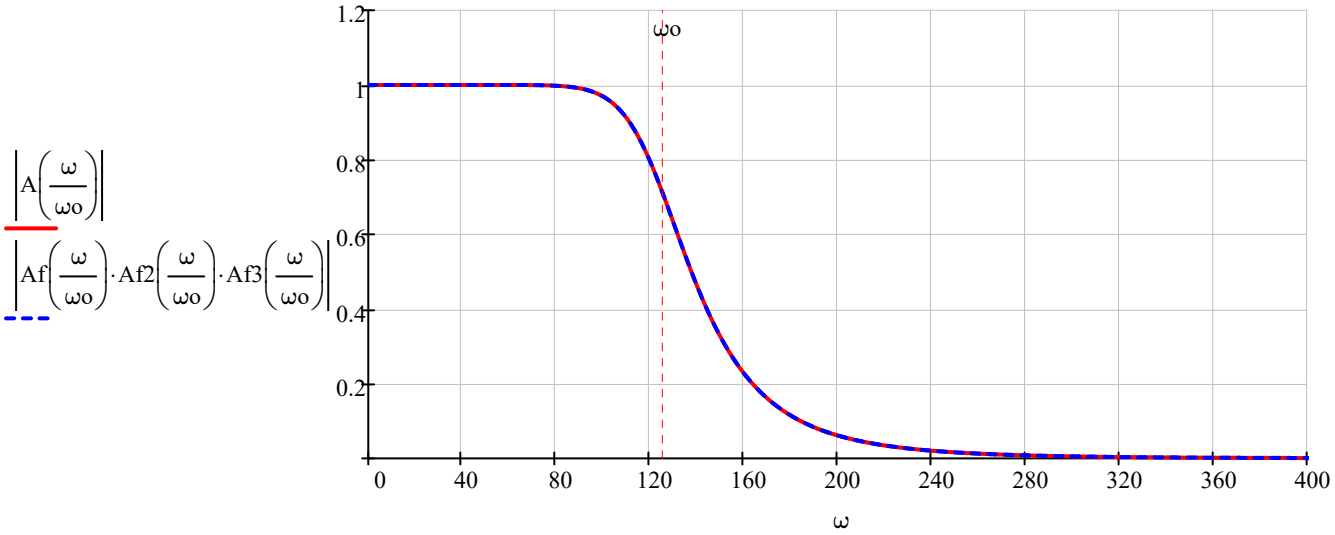
Рачитываем R_8=R1

$$R1 := \frac{R2}{K} \qquad R1 = 1.919 \times 10^5$$

Рачитываем R_9=R_3

$$R3 := \frac{b_2}{\omega o^2 \cdot C_5 \cdot C_6 \cdot R2} \qquad R3 = 1.1 \times 10^5$$

$$W_(p) := \frac{\frac{R2}{R1}}{1 + \omega o \cdot C_5 \cdot \left(R2 + R3 + \frac{R2 \cdot R3}{R1}\right) \cdot p + \omega o^2 \cdot C_5 \cdot C_6 \cdot R2 \cdot R3 \cdot p^2} \qquad Af3(\omega) := W_(\omega \cdot i)$$



Результирующая частотная характеристика