Задание 4

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ И НЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ БАЗИСЫ. АППРОКСИМАЦИЯ СИГНАЛОВ.

I. Применение полиномов Лежандра для аппроксимации сигнала

1. Привести аналитический вид первых пяти полиномов Лежандра

2. Произвести преобразование (в соответствии с вариантом) и построит графики первые пяти полиномов Лежандра $P(n, x)$ на выбранном интервале.

3. Убедиться в их ортогональности и произвести нормировку

4. Выбрать в соответствии с вариантом и построить график функции f(x)
5. Найти коэффициенты разложения функции, построить графики f(x) и её разложение F(x) по полиномам Лежандра (сравнить графики).
6. вычислить точность с помощью Теоремы Парсеваля.

II. Применение полиномов Чебышёва для аппроксимации сигнала

1. Привести аналитический вид первых пяти функций Чебышёва

2. Убедиться в их ортогональности и произвести нормировку

3. Выбрать в соответствии с вариантом и построить график функции $f2$(x)
4. Найти коэффициенты разложения функции, построить графики $f2$(x) и её разложенной $F2$(x) по функциям Чебышёва (сравнить графики).
5. вычислить точность с помощью Теоремы Парсеваля.

III. Применение не ортогональных разложений для аппроксимации сигнала

В качестве не ортогональных функций выбрать функции $\varphi(n,x) = x^n$

1. Подсчитать скалярное произведение элементов базиса
2. Подсчитать скалярное произведение элементов базиса с функцией $f(x)$.
3. Найти коэффициенты разложения функции $f(x)$ по не ортогональному базису.
4. Оценить точность разложения

Сделать выводы по проделанной работе.

Варианты

Тб.1		Тб.2	Тб.3
Функция для разложения по полиномам Лежандра и не ортогональному базису		*Интервал ортогональности*	*Функция для разложения по полиномам Чебышёва на интервал [-1,1]*
1	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \sin(2x)$	$x_1 = -0.5,\ x_2 = 2$	$f2(\mathrm{x}) = x^2 \cdot \cos^2(2x)$
2	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \cos(2x)$	$x_1 = 0,\ x_2 = 2$	$f2(\mathrm{x}) = x \cdot \cos(2x)^2$
3	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \cos(2x) + 0.5$	$x_1 = 0,\ x_2 = 3$	$f2(\mathrm{x}) = x \cdot \sin(2x)^2$
4	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \sin(2x) - 0.5$	$x_1 = 0,\ x_2 = 2\pi$	$f2(x) = x^2 \cdot \sin(2x) - 0.25$
5	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \sin^2(x) - 1$	$x_1 = -\pi,\ x_2 = \pi$	$f2(x) = x^2 \cdot \sin(x) - 1$
6	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \cos^2(x) - 1$	$x_1 = -2\pi,\ x_2 = 0$	$f2(x) = x \cdot \cos^2(x) - 1$
7	$f(\mathrm{x}) = \sin(3x) - 0.5$	$x_1 = -2,\ x_2 = 1$	$f2(x) = x \cdot \sin(x)^2 - 1.5$
8	$f(\mathrm{x}) = \cos(3x) - 0.2$	$x_1 = 0.5,\ x_2 = 1.5$	$f2(x) = \sin(2x)^2 x - 0.2$
9	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \cos(2x) + 1.5$	$x_1 = -0.5,\ x_2 = 2$	$f2(x) = x \cdot \cos(2x)^2 - 0.2$
0	$f(\mathrm{x}) = x \cdot \sin(2x) - 1.5$	$x_1 = 0.5,\ x_2 = 1.5$	$f2(x) = x \cdot \sin^2(2x) - 1$