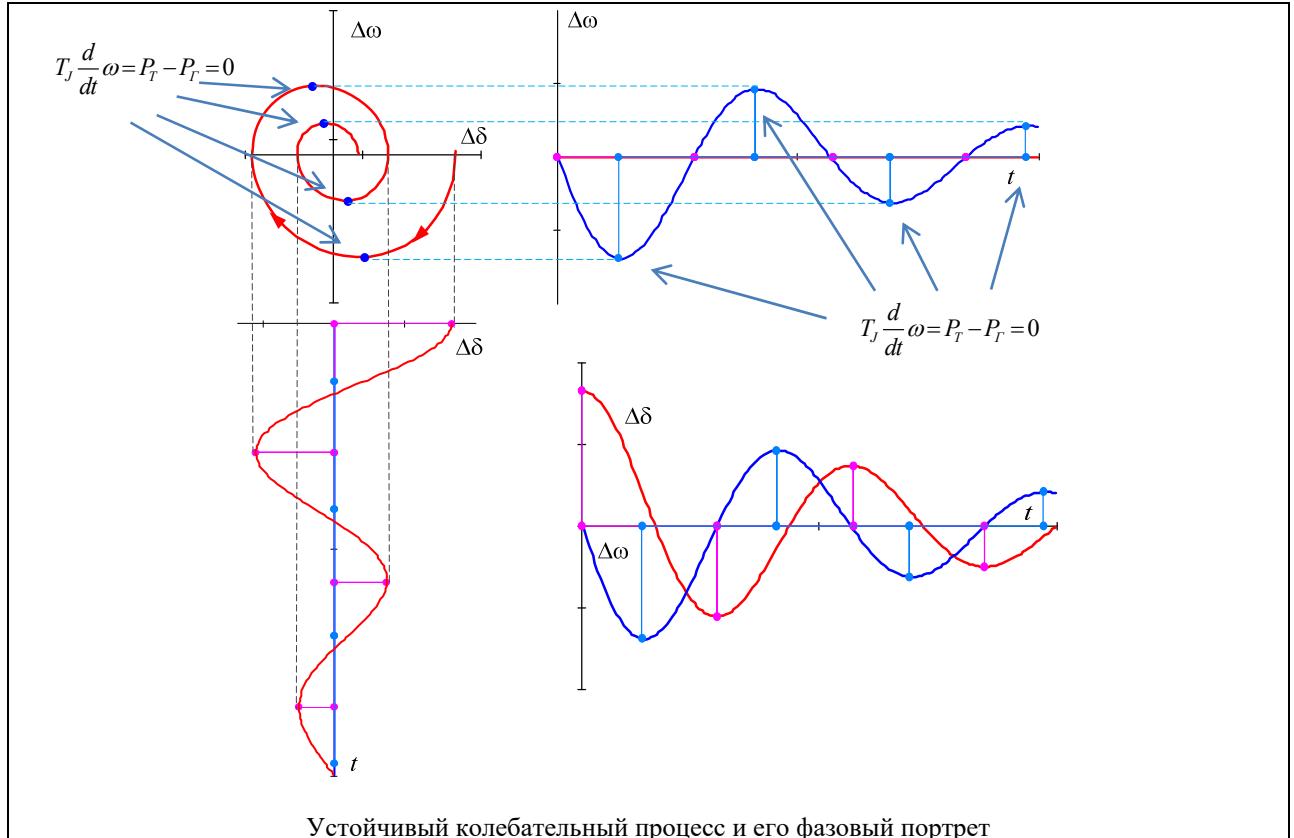


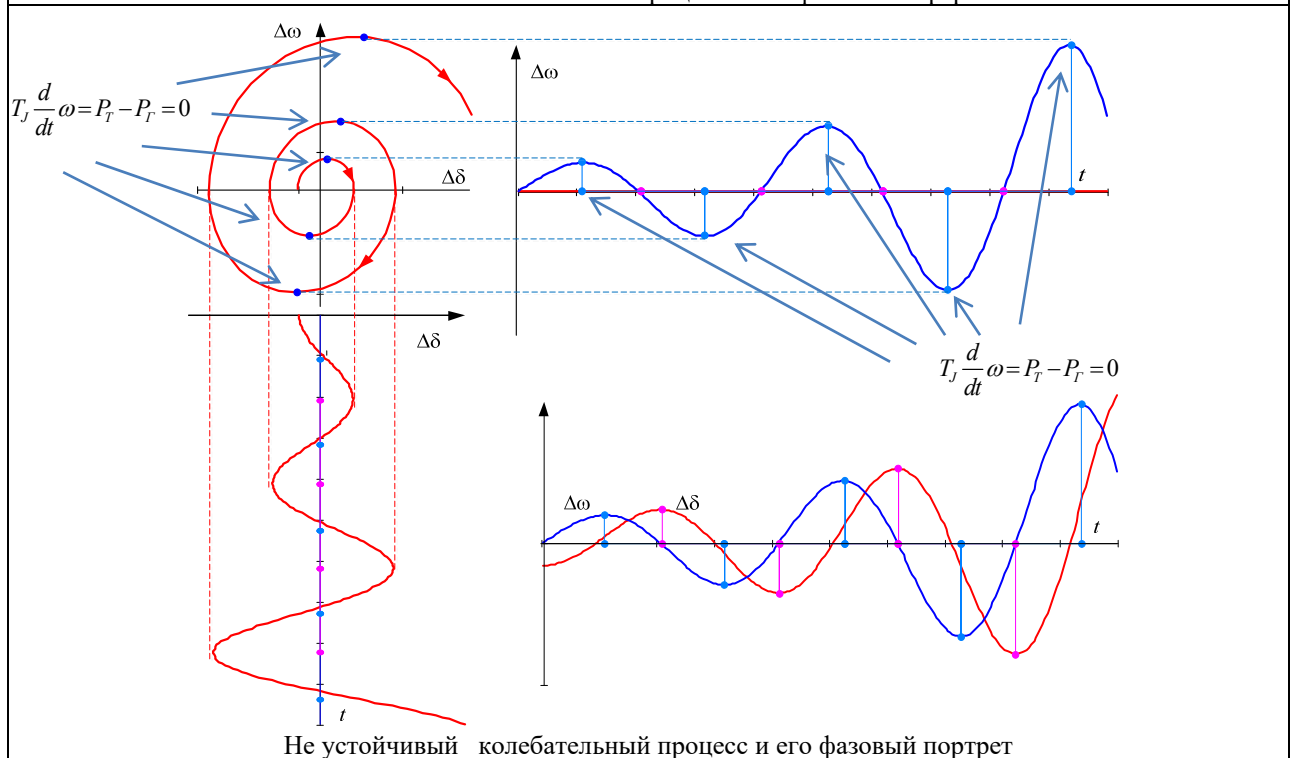
ЛЕКЦИЯ № 4

4.1. Самораскачивание генератора.

Прежде чем перейти к рассмотрению самораскачивания, рассмотрим понятие о фазовой плоскости. Ниже приведены картины представления колебаний в фазовых плоскостях. (См. рис.)



Устойчивый колебательный процесс и его фазовый портрет

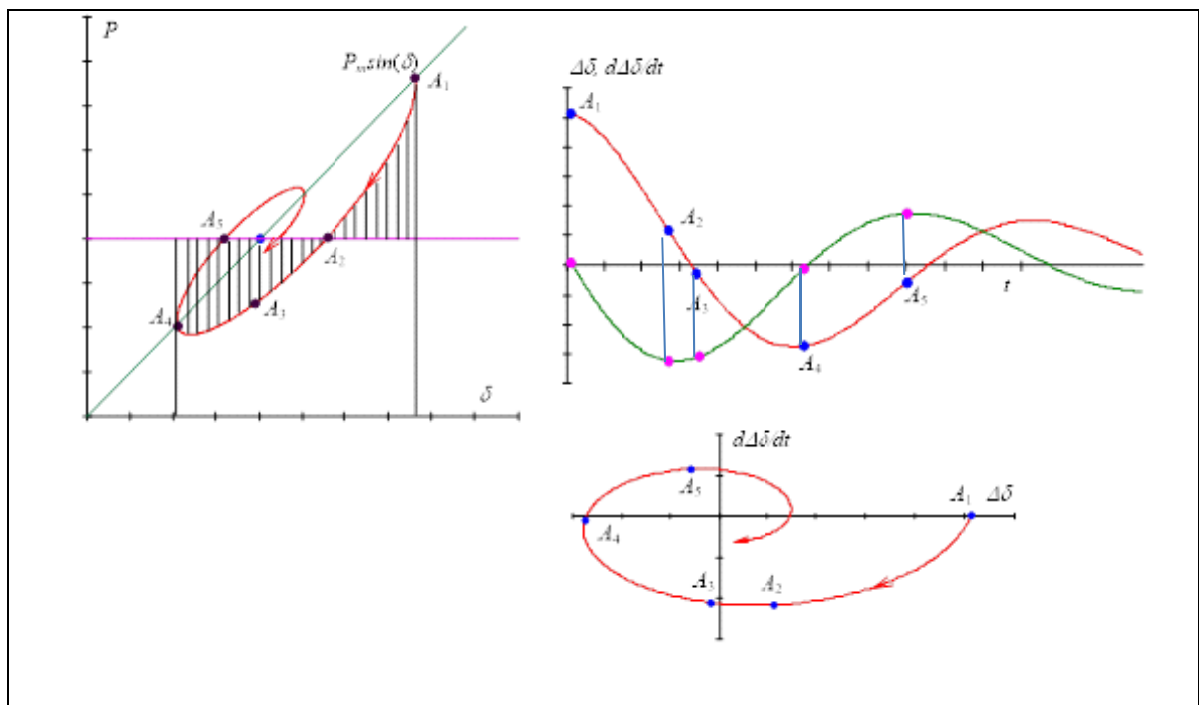


Не устойчивый колебательный процесс и его фазовый портрет

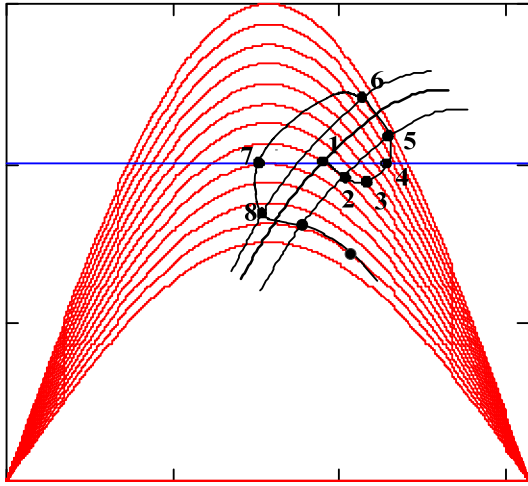
Рассмотрим уравнения качания при наличии асинхронного момента. В этом случае мощность генератора определяется двумя слагаемыми синхронной P_{CH} и асинхронной P_{AC} :

$$P_T(\delta) = P_{CH} + P_{AC} = P_m \sin(\delta) + K_d \frac{d}{dt} \delta$$

При увеличении угла $\delta \uparrow$ производная положительная $\frac{d}{dt} \delta > 0$, а при убывании угла $\delta \downarrow$ производная отрицательная $\frac{d}{dt} \delta < 0$. Процесс изменения угла происходит с некоторым апережением. При движении из точки A_1 из синхронной мощности P_{CH} вычитается асинхронная мощность P_{AC} , так как угол убывает и производная угла отрицательна $\frac{d}{dt} \delta < 0$. Точка максимальной скорости (по модулю) - начала ускорения наступает раньше чем при отсутствии асинхронного момента. При достижении угла минимального значения A_4 скорость качания равняется нулю. Далее начинается увеличение угла $\delta \uparrow$, скорость изменения угла положительна $\frac{d}{dt} \delta > 0$, к синхронной мощности P_{CH} прибавляется асинхронная мощность P_{AC} . (Веников 1978 п.п.7.5 стр. 93, Гуревич п.п.1.2 стр 13.) Ниже приведены графики изменения мощности, колебания и фазовый портрет динамической системы агрегата турбина-генератор.



1. Рассмотрим причины возникновения раскачивания генератора при **наличии зоны не чувствительности** в механическом АРВ(Веников 1978. пп.10.2 стр.160). Из-за наличия механических устройств в АРВ происходит запаздывание при отклике системы на воздействующий сигнал. Система как бы не чувствует изменения сигнала. Это явление может вызвать неустойчивость системы.

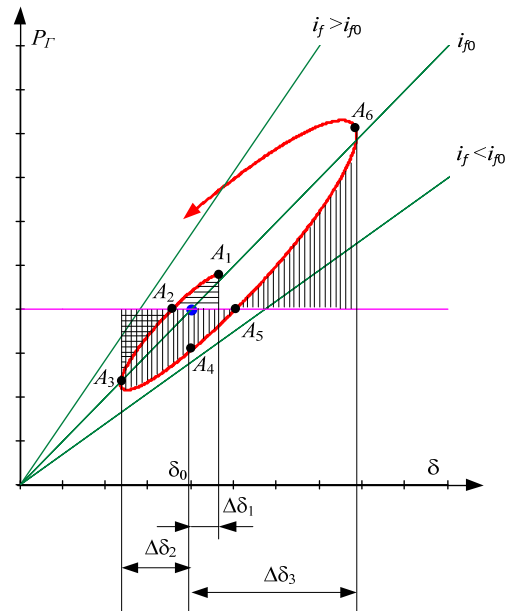
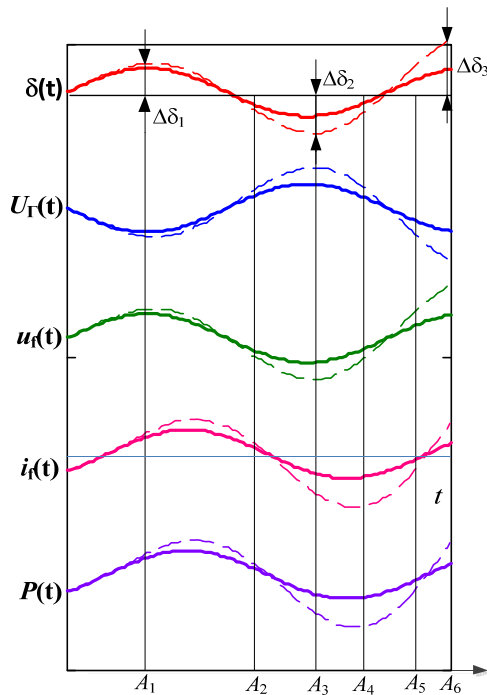


Предположим, что колебания начинаются в точке 1. Процесс пойдет до точки 2 т.к. находимся в зоне нечувствительности. Затем включается АРВ, но с запаздыванием процесс идет по точкам 3 и 4. В точке 4 имеется равенство механической и электрической энергий. Процесс проскакивает точку максимальной скорости $\Delta\omega$, и процесс продолжается до точки 5, т.к. ротор приобрел кинетическую энергию за счет площадки-ускорения 1234. В точке 5 рост угла прекращается и начинается торможение. Далее процесс идет по внутренней характеристике и доходит до точки 6. Далее торможение продолжается, и процесс идет до точки 7. В этой точке имеется равенство механической и электрической энергий. Процесс проскакивает точку 7 по инерции за счет максимальной скорости $\Delta\omega$ и доходит до точки 8. Далее процесс повторяется с большей амплитудой. Таким образом, запаздывание АРВ при наличии зоны нечувствительности вызывает раскачивание системы (неустойчивость).

2. Запаздывания, вызываемые АРВ пропорционального действия, влекут за собой раскачивание генератора:

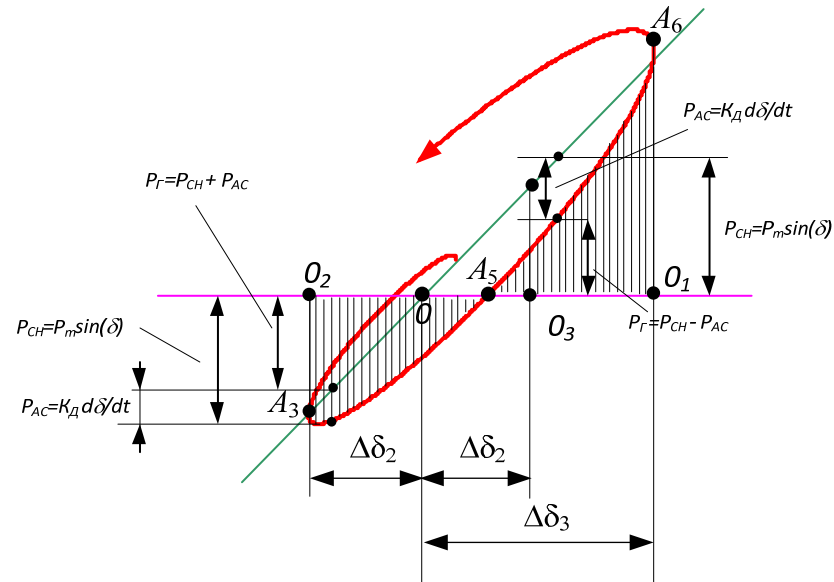
$$u_f = u_{f0} + K(U_0 - U_f) = u_{f0} + K\Delta U, \quad \delta \uparrow \rightarrow U_f \downarrow \rightarrow \Delta U \uparrow \rightarrow u_f \uparrow \rightarrow i_f(t - \Delta t) \uparrow \rightarrow E_f \uparrow \rightarrow P_r \uparrow$$

Увеличение угла влечет за собой уменьшение напряжения на выходе генератора, уменьшения напряжения генератора влечет за собой увеличения напряжения на обмотках возбуждения с запаздыванием. И наконец, с запаздыванием изменяется ток (ток отстает от напряжения меньше чем на $\pi/2$) возбуждения, что влечет за собой самовозбуждение.



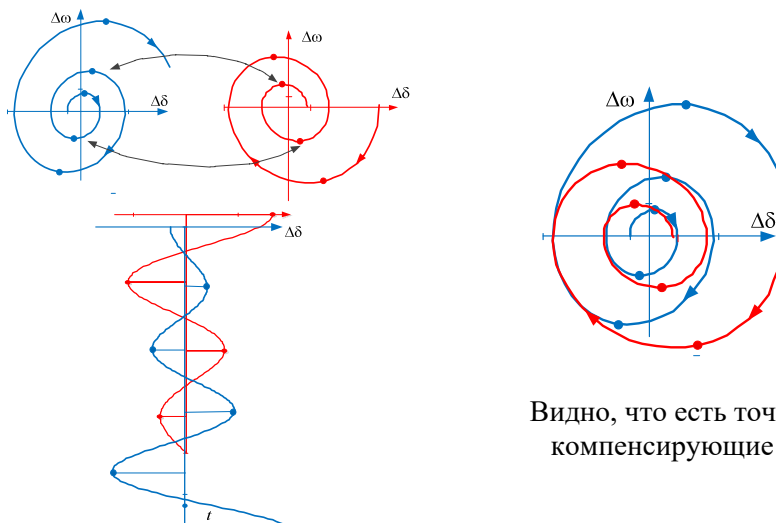
Полученную раскручивающуюся спираль можно приближенно трактовать как процесс с присутствием отрицательного демпфирования. Например, рассмотрим процесс с точки A_3 до точки A_5 . Процесс идет в направлении увеличения угла $d\delta/dt > 0$. Момент с отрицательным демпфированием будет отрицательным $P_{AC} = -K_d d\delta/dt < 0$. P_{AC} вычитается

из синхронной мощности $P_{CH} = P_m \sin(\delta)$ и результирующая мощность становится еще меньше. Из графика видно, что площадь заштрихованного криволинейного треугольника $O_2 A_3 A_5$, больше площади треугольника $O_2 A_3 O$. Энергия ускорения при наличии момента с отрицательным демпфированием - $O_2 A_3 A_5$, больше чем энергия при его отсутствии - $O_2 A_3 O$. Следовательно, приращение угла $\Delta\delta_3$ будет больше приращения угла $\Delta\delta_2$. Точка A_5 - точка с максимальной скоростью в которой выполняется равенство (баланс) вырабатываемой и потребляемой мощностей. Эта точка смещена от точки O в положительную сторону. Что означает запаздывание процесса во времени.



Площадь заштрихованного треугольника $A_5 O_1 A_6$, есть энергия торможения. На торможение растрчивается меньше энергии чем в случае отсутствия отрицательного демпфирования $O O_1 A_6$. Далее процесс идет в сторону уменьшения угла $d\delta/dt < 0$. Момент с отрицательным демпфированием будет положительным $P_{AC} = -K_d d\delta/dt > 0$. P_{AC} добавляется к синхронной мощности $P_{CH} = P_m \sin(\delta)$, и результирующая мощность становится еще больше.

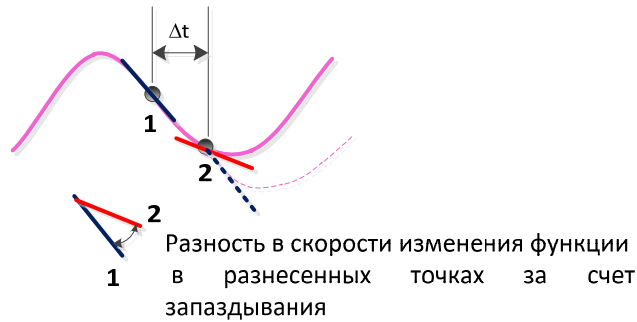
Сравнивая процессы запаздывания АРВ и процессы с положительным асинхронным моментом можно заметить процесс компенсации который изображён ниже.



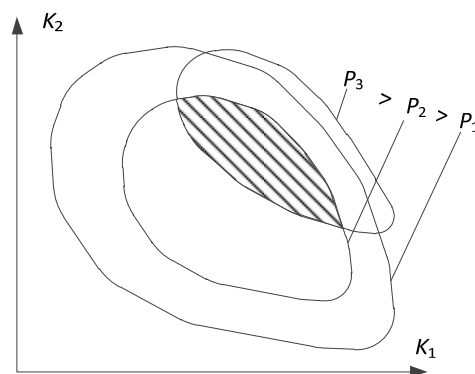
Видно, что есть точки и области компенсирующие друг друга

При малых углах при малой мощности колебания происходят с большей частотой и асинхронный момент больше чем отрицательный демпфирующий момент АРВ пропорционального действия. При увеличении угла момент отрицательного демпфирования начинает преобладать над асинхронным моментом, и проявляются раскачивания. Значит, область устойчивой работы АРВ ПД находится в области низких углов. При приближении границе устойчивости АРВ ПД работает неустойчиво.

Приведем преувеличенный масштаб фрагмента графика, где Δt время запаздывания.



Скорость ($d\Delta\delta/dt$ - наклон) в точке 2 у функции без запаздывания (сплошная) изменилась а у кривой с запаздыванием (пунктирная) наклон еще остался прежним (не успел измениться, запаздывает). Для того чтобы сократить запаздывание нужно корректировать производную. Поэтому при работе АРВ сильного действия корректируется и производные режимных параметров. Коэффициенты при самой функции K_1 и ее производной K_2 выбираются в соответствии с областью задания коэффициентов. При малой мощности P_1 , малых углах, область задания коэффициентов больше чем для большей мощности P_2 . При приближении к границе устойчивости P_3 выбор коэффициентов становится еще более ограниченным. Настроит коэффициенты нужно так чтобы они соответствовали всем режимам. Поэтому область настройки коэффициентов будет область принадлежащая всем трем режимам.



4.1.1 Критерий устойчивости Рауса - Гурвица (алгебраический критерий устойчивости)

Необходимый (но недостаточный) критерий устойчивости – *Все коэффициенты характеристического (полинома) уравнения системы должны быть одного знака* (РГ). Обращение одного из коэффициентов в нуль свидетельствует о неустойчивости системы или о том, что она находится на границе устойчивости. Если все

коэффициента положительны, то все вещественные корни (если они существуют) будут отрицательны (левые). Комплексные корни могут быть правыми.

Обращение коэффициента свободного члена $a_n = 0$ в нуль свидетельствует о наличии нулевого корня, т.е. система находится на границе аperiodической устойчивости. Обращение какого-либо промежуточного коэффициента в нуль свидетельствует о появлении пары чисто мнимых корней, т.е. система находится на границе колебательной устойчивости.

Достаточным критерием устойчивости служит матрица РГ, которая формируется следующим образом:

Для характеристического полинома

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n,$$

формируем матрицу по следующему алгоритму.

- Записываем по диагонали все коэффициенты начиная с a_1 по a_n .
- Затем заполняем матрицу снизу вверх в порядке возрастания индекса коэффициентов a_k
- В местах, где индексы находятся за пределами границ, выставляем нули, т.е. там, где индексы меньше 0 и больше n .

$$D(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 \rightarrow A = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix}$$

Для примера указанного выше миноры будут равны:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix} \Rightarrow a_1, \Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix} \Rightarrow a_1, \Delta_1 = a_1 a_2 - a_0 a_3, \Delta_2 = a_3 \Delta_1 - a_1 a_1 a_4, \Delta_3 = a_4 \Delta_2$$

Если все диагональные (главные) миноры матрицы положительны, тогда система устойчивая - достаточное условие устойчивости.

Пример 1. MathCAD

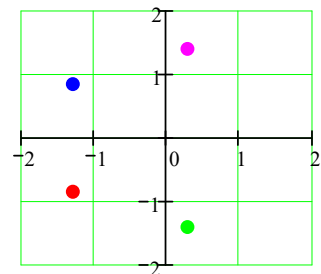
$$a := (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)^T$$

$$z(p) := a_0 \cdot p^4 + a_1 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_3 \cdot p + a_4$$

Необходимое условие устойчивости выполнено (все k /ты положительны)

Однако непосредственное вычисление корней

показывает, $\lambda := z(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} (-1.288) - .8579i \\ (-1.288) + .8579i \\ .2878 - 1.416i \\ .2878 + 1.416i \end{bmatrix}$



что система неустойчивая

Формируем матрицу РГ $\underline{A} := \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix} \quad |A| = -60$

$$a_1 = 2 \quad \Delta 2 := a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 \quad \Delta 2 = 2 \quad \Delta 3 := a_3 \cdot \Delta 2 - a_1 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_4 \end{vmatrix}$$

$\Delta 3 = -12 \quad \Delta 4 := \Delta 3 \cdot a_4 \quad \Delta 4 = -60$ последний минор отрицательный следовательно система не устойчивая.

Пример 2.

$$a := (1 \ 2 \ 3 \ 4)^T \quad \underline{z}(p) := a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3$$

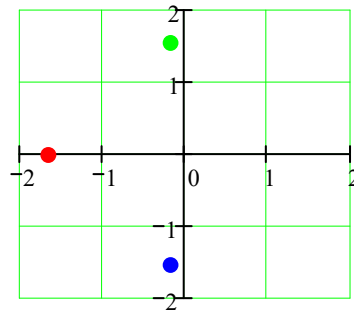
Необходимое условие устойчивости выполнено

$$A := \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \quad |A| = 8 \quad a_1 = 2 \quad \underline{\Delta 2} := a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 \quad \underline{\Delta 3} := a_3 \cdot \Delta 2 \quad \Delta 3 = 8$$

Достаточное условие РГ выполнено, значит, система устойчивая.

Непосредственное вычисление корней подтверждает, что система устойчива

$$\lambda := z(p) \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} -1.651 \\ (-.1747) - 1.547i \\ (-.1747) + 1.547i \end{bmatrix}$$



Пример 3.

$$a := (1 \ 1 \ 4 \ 4)^T \quad \underline{z(p)} := a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3$$

Необходимое условие устойчивости выполнено (все к/ты положительны)

Первый диагональный минор положительный предпоследний равен нулю значит, полином находится на границе колебательной устойчивости

$$A := \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \quad |A| = 0 \quad z(p) \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} -1. \\ 2. \cdot i \\ (-2.) \cdot i \end{bmatrix}$$

$$a_1 = 1 \quad \underline{\Delta 2} := a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 \quad \Delta 2 = 0 \quad \underline{\Delta 3} := a_3 \cdot \Delta 2 \quad \Delta 3 = 0$$

Пример 4.

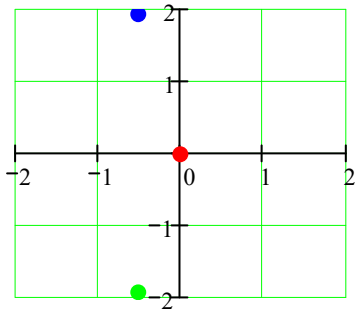
$$a := (1 \ 1 \ 4 \ 0)^T \quad \underline{z(p)} := a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3$$

Необходимое условие устойчивости выполнено - все к/ты положительны.

Первый диагональный минор положительный, последний равен нулю, значит, полином находится на границе аperiodической устойчивости

$$A := \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \quad |A| = 0 \quad \lambda := z(p) \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ (-.5000) + 1.937i \\ (-.5000) - 1.937i \end{bmatrix}$$

$$a_1 = 1 \quad \underline{\Delta 2} := a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 \quad \Delta 2 = 4 \quad \underline{\Delta 3} := a_3 \cdot \Delta 2 \quad \Delta 3 = 0$$



Пример 5.

$$a := (4 \ 1 \ 4 \ 1)^T \quad Z(p) := a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3$$

Необходимое условие устойчивости выполнено (все к/ты положительны)

Первый диагональный минор равен нулю значит, полином находится на колебательной границе колебательной устойчивости

$$\underline{\underline{A}} := \text{identity}(3) \quad \underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \lambda := Z(p) \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} -.25000 \\ 1 \cdot i \\ (-1) \cdot i \end{bmatrix}$$

