1. Строим годограф линейной системы

$$Vo(s,z) := \begin{bmatrix} 0 \\ z \\ z + s\cdot e^{i\cdot(\arg(z)+170\cdot deg)} \\ z - 0.7\cdot s\cdot e^{i\cdot\arg(z)} \\ z + s\cdot e^{i\cdot(\arg(z)-170\cdot deg)} \\ z \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W(p) := \frac{3}{p^3 + 3\cdot p^2 + p} \qquad A(\omega) := W(j\cdot\omega)$$

$$A(\omega)\ \text{rectangular} \rightarrow -\frac{9}{\omega^4 + 7\cdot\omega^2 + 1} + \frac{3\cdot\omega^2 - 3}{\omega^5 + 7\cdot\omega^3 + \omega}\cdot i$$

$$U(\omega) := -\frac{9}{\omega^4 + 7\cdot\omega^2 + 1} \qquad V(\omega) := \frac{3\cdot\omega^2 - 3}{\omega^5 + 7\cdot\omega^3 + \omega}$$

$$\omega := 0, .01 .. 10^2$$

$$c := 1 \qquad q(a) := \frac{4\cdot c}{\pi\cdot a} \qquad M(a) := \frac{-1}{q(a)}$$

Находим частоту автоколебаний (пересечение годографоф. см график)

$$U(\omega o) = -1\ \text{solve}, \omega o \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2i\cdot\sqrt{2} \\ -2i\cdot\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

частота автоколебаний равна ωo=1

$$\omega o := 1$$

$$a := 0, .01 .. 2$$

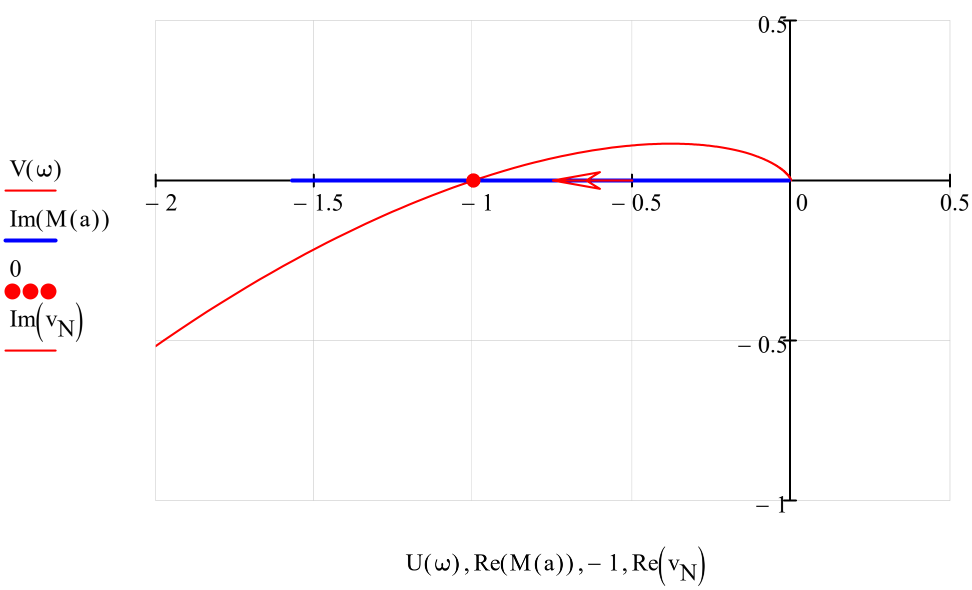
1. Покажем, что процесс устойчивый, покажем направления годографа нелиненой системы при увеличении амплитуды

$s := 0.15$ длина стрелки $\qquad xo := 0.5$ точка приложение вектора

$$v_N := Vo(s, -0.25) - xo$$

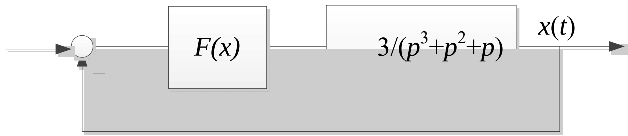
2. Покажем, направление годографа линеной системы при увеличении частоты ω

$zo := -1.5 - i\cdot 0.2125$ Трасировкой находим точку приложение вектора (выбираем любую точку на годографе)



Из графика видно, что при увеличении аплитуды входного сигнала, годограф нелинейной систмы стремиться выйти из годограф линейной системы. То есть годограф линеной системы не обхатывет охватывает точку нелиненого годографа которая движется в сторону увеличения амплитуды. Значит система устойчивая. Система стремиться у предельному циклу к устойчивым колебаниям

Решим дифференциальное уравнение



Составляем уравнение состояния

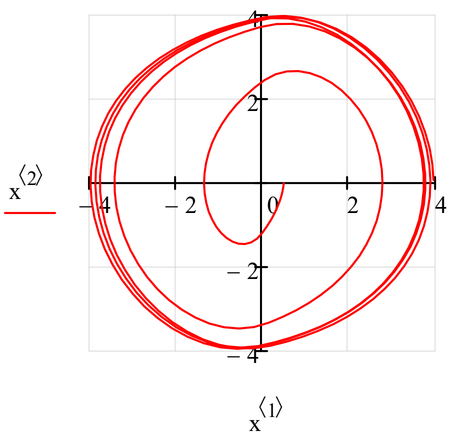
$$F(x) := \mathrm{if}(x < 0, -1, 1)$$

$$D(t,x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -x_2 - x_1 + 3 \cdot F(-x_0) \end{pmatrix} \qquad T := 30 \qquad N := 10^2 \cdot 3$$

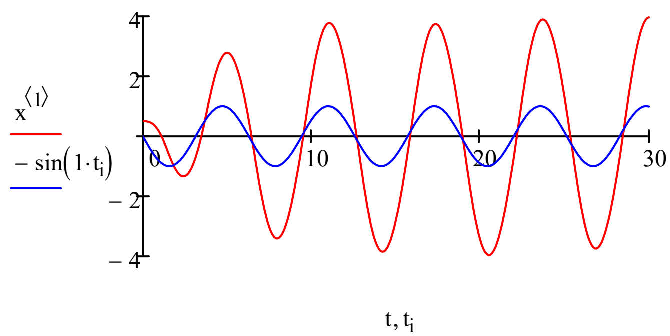
Можно взять любые начальные условия (за пределами предельного цикла или в пределах цикла)

$$x := \mathrm{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, T, N, D\right] \qquad t := x^{\langle 0 \rangle} \qquad i := 0..N$$

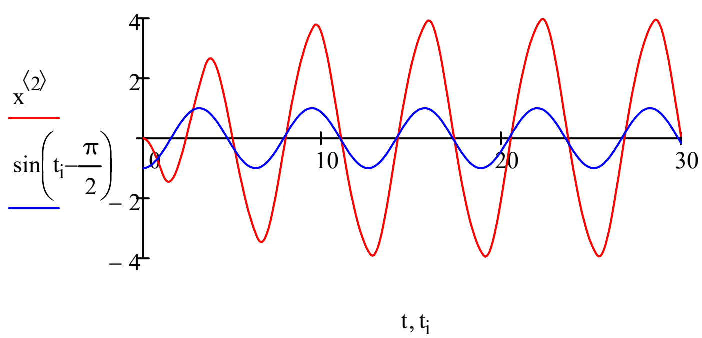
Фазовый портрет
автоколебания системы



колебание выходного сигнала (синим цветом нарисованный вспомогательный сигнал с частотй раной ωo=1 рад/сек)



колебание скорости выходного сигнала



на графиках видно что колебания происходят с частотй ωo=1 рад/сек
как и следовало ожидать