Параметры системы

$g := 10 \quad L := 1 \quad m := 0.5 \quad M := 3 \qquad b := \frac{m}{M+m} = 0.143 \qquad \beta := 2$

Компоненты состояния

$$x = \begin{pmatrix} \theta \\ \omega \\ x \\ v \end{pmatrix} \qquad \frac{d}{dt}X = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}\theta \\ \frac{d}{dt}\omega \\ \frac{d}{dt}x \\ \frac{d}{dt}v \end{pmatrix}$$

Матрица состояния

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{m+M}{L\cdot M}\cdot g & 0 & 0 & -\frac{m+M}{L\cdot M}\cdot\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}\cdot g & 0 & 0 & \frac{m}{M}\cdot\beta \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{L\cdot M} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.333 \\ 0 \\ 0.333 \end{pmatrix}$$

Убеждаемся что собственные числа матрицы состояния неустойчивые

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11.667 & 0 & 0 & -2.333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.667 & 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix} \qquad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3.253 \\ 3.586 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Формируем желаемое расположение корней методом Аккермана

1) Ищим матрицу управляемости

$$C := \text{augment}\left(B, A\cdot B, A^2\cdot B, A^3\cdot B\right) = \begin{pmatrix} 0 & -0.333 & -0.778 & -4.148 \\ -0.333 & -0.778 & -4.148 & -10.457 \\ 0 & 0.333 & 0.111 & 0.593 \\ 0.333 & 0.111 & 0.593 & 1.494 \end{pmatrix}$$

2) убеждаемся что ранг соответвует количеству неизвестных

$\text{rank}(C) = 4$

3) Находим обратную матрицу, убеждаемся в её существовании (имеет место наблюдаемость системы)

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 3.5 \\ 0.5 & 0 & 3.5 & 0 \\ 1.167 & -0.533 & 0.1 & -0.533 \\ -0.5 & 0.1 & -0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

4) Формируем желаемое расположение корней $\lambda 2 := (-1. \ \ -1.1 \ \ -1.2 \ \ -1.3)^T$ желаемые корни

$$z(p) := \prod_{k=0}^{3} \left(p - \lambda 2_k\right)$$

$z(p)$ expand $\rightarrow 6.026 \cdot p + 7.91 \cdot p^2 + 4.6 \cdot p^3 + p^4 + 1.716$ характеристическое уравнение

$I := \mathrm{identity}(4)$ единичная матрица

5) Формируем оптимальный коэффициент усиления

$$k1 := (0 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 1) \cdot C^{-1} \cdot \left(A^4 + 4.6 \cdot A^3 + 7.91 \cdot A^2 + 6.026 \cdot A + I \cdot 1.716\right)$$

старое расположение корней

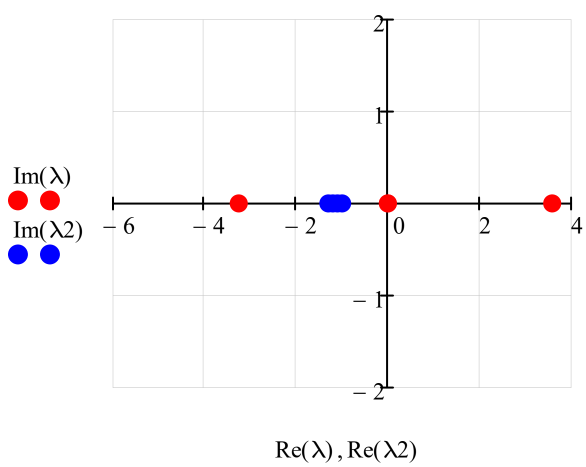
новое расположение корней

$$\lambda := \mathrm{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3.253 \\ 3.586 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$Ac := A - B \cdot k1$

$$\lambda 1 := \mathrm{eigenvals}(Ac) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1.1 \\ -1.2 \\ -1.3 \end{pmatrix}$$

Рисуем расположения новых и старых корней (собственных чисел)



Сделать анимацию и написать выводы!!!