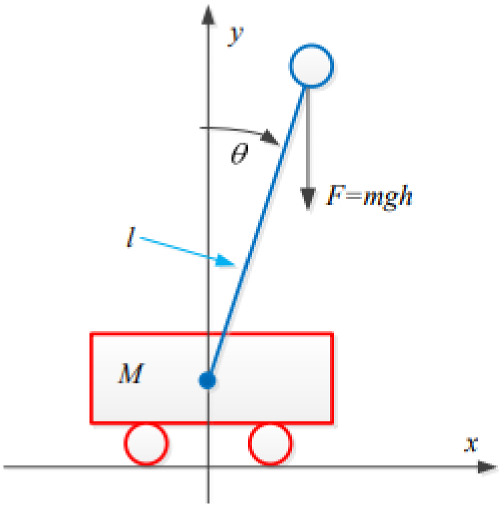
Практика 6

Задана система- перевернутый маятника на каретке



Заданы m - масса маятника, M – масса каретки, g - ускорение свободного падения, θ - угол отклонения маятника, ω - частота маятника x-координата каретки, v - скорость каретки.

Ниже приведены нелинейные уравнения системы для нижнего положения равновесия.

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{1}{D}((M+m)g\sin(\theta) + ml\dot{\theta}^2\sin(\theta)\cos(\theta) - f\cos(\theta)) \\ \dot{x} = \upsilon \\ \dot{\upsilon} = \dfrac{1}{D}\left(ml^2\dot{\theta}^2\sin(\theta) + lf - mgl\sin(\theta)\cos(\theta)\right) \end{cases}$$

Здесь $D = \begin{vmatrix} (m+M) & ml\cos(\theta) \\ \cos(\theta) & l \end{vmatrix} = (m+M)l - ml\cos^2(\theta) = Ml + ml\sin^2(\theta)$ /

Приведем линеаризованные уравнения системы в окрестности верхней точки положения равновесия.

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{1}{Ml}((M+m)g\theta - f) \\ \dot{x} = \upsilon \\ \dot{\upsilon} = \dfrac{1}{M}(f - mg\theta) \end{cases} \to \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{x} \\ \dot{\upsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{m+M}{Ml}\beta & \dfrac{m+M}{Ml}g & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{mg}{M}\beta & -\dfrac{mg}{M} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \omega \\ x \\ \upsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{Ml} \\ 0 \\ \dfrac{1}{M} \end{pmatrix} f$$

Для стабилизации системы у верхнего положения равновесия будем использовать два метода:

1. Линейный квадратичный регулятор с критерием качества

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty}\left(x^T Q x + \rho u^2\right)dt$$

Здесь матрица $Q=\begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ означающая, что относительный вклад угла и угловой скорости выше, чем относительный вклад координаты и скорости. И на переменные θ, ω накладывается повышенный «штраф».

ρ - энергетические затраты системы. Чем выше ρ, тем больше ограничений мы накладываем на энергетические затраты (тем меньше тратим «топлива»).

ρ -рекомендуется брать в диапазоне ρ=0.001, 0.01, 0.1, 1

В соответствии с вариантом

Часть 1

1. Рассчитать все компоненты вектора состояния, используя метод Рунге-Кутта 4-го порядка. Все начальные условия задать нулевыми, кроме положения угла маятника. Начальное положение угла маятника рекомендуется выбрать θ=0.1 рад.

2. Привести все графические зависимость компонент вектора состояния от времени- $\theta, \omega, x, \upsilon$. Построить фазовые портреты θ, ω и x, υ

3. Получить анимацию процесса качания маятника у нижнего положения равновесия.

Часть 2

4. После линеаризации системы проверить корни матрицы состояния. И убедиться что они не устойчивые.

5. Найти оптимальные корни системы на основе критерия линейного квадратичного регулятора.

6. Привести все графические зависимость компонент вектора состояния от времени- $\theta, \omega, x, \upsilon$. Построить фазовые портреты θ, ω и x, υ. ***Привести анимацию.***

Написать выводы!!!

Варианты

	g	*m*	*M*	*l*	β	
	м/сек^2	*кг*	*кг*	*м*	сек$^{-1}$	
1	9.81	0.5	2	1	-2	
2	9.81	0.6	2.2	1.2	-1.5	
3	9.81	0.7	2.5	1.8	-1.2	
4	9.81	0.4	1.5	0.9	-1.8	
5	9.81	0.3	1	1	-1.6	
6	9.81	0.25	0.7	0.8	-1.05	
7	9.81	0.75	2	1.	-1	
8	9.81	0.45	1.9	1	-1.75	
9	9.81	0.35	1.8	0.9	-.1.65	
10	9.81	0.38	1.7	1	-1.4	

Примеры решения задач приводятся ниже