$$\begin{cases}\frac{d}{dt}x = y \\ \frac{d}{dt}y = x^2 - x - 1\end{cases} \qquad F_1(x,y) := y \qquad F_2(x,y) := x^2 - x - 1$$

1. Находим точки положения равновесия

$$y = 0 \qquad x^2 - x - 1 \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve} \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.618 \\ -0.61803 \end{pmatrix}$$

$$z := \begin{pmatrix} F_1(x,y) \\ F_2(x,y) \end{pmatrix} \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.618 & 0 \\ -0.61803 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x := z^{\langle 0\rangle} = \begin{pmatrix} 1.618 \\ -0.618 \end{pmatrix} \qquad y := z^{\langle 1\rangle} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Определяем характер точек положения равновесия

$$A(x,y) := \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}F_1(x,y) & \frac{d}{dy}F_1(x,y) \\ \frac{d}{dx}F_2(x,y) & \frac{d}{dy}F_2(x,y) \end{pmatrix}$$

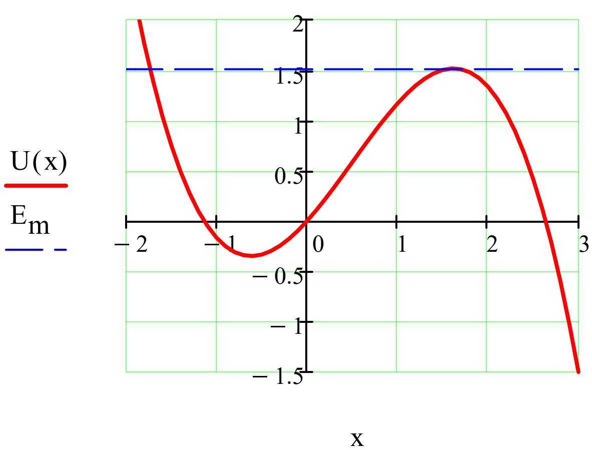
$$A1 := A(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2.236 & 0 \end{pmatrix} \qquad A2 := A(x_1, y_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2.236 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda1 := \text{eigenvals}(A1) = \begin{pmatrix} 1.495 \\ -1.495 \end{pmatrix}$ **седло** $\qquad \lambda2 := \text{eigenvals}(A2) = \begin{pmatrix} 1.495i \\ -1.495i \end{pmatrix}$ **центр**

$U(x) := -\int_0^x F_2(x,0)\,dx$ потенциальная энергия

$$U(x) \rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + x \qquad x := -2, -2 + 0.1 .. 3 \qquad E_m := 1.507$$

На вспомогательной кривой находим максимум энергии с помощью трасировки



3) Строим поверхность энергии

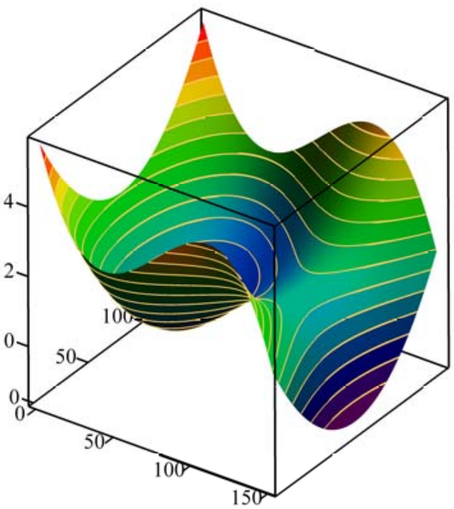
$$E(x,y) := \frac{y^2}{2} + U(x)$$

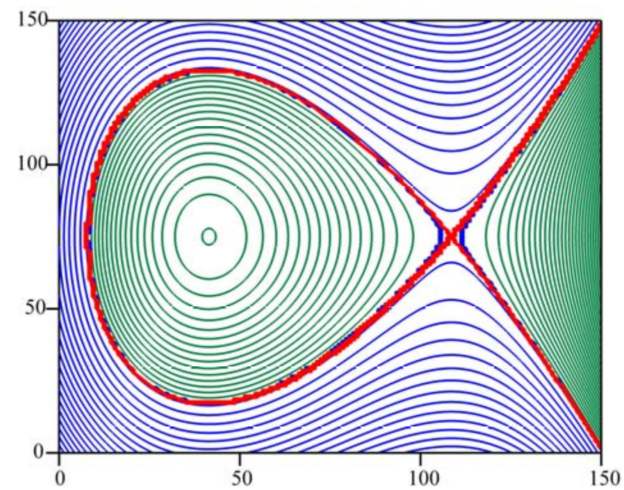
$N := 150$ $\quad i := 0..N$ $\quad j := i$

$x_i := -2 + \frac{5}{N} \cdot i$ $\quad y_i := -2.5 + \frac{5}{N} \cdot i$ $\quad E_{i,j} := E(x_i, y_j)$

область устойчивых решений — область не устойчивых решений — сепаратриса

$E1_{i,j} := \text{if}\left[E_{i,j} < 1.507, E_{(i,j)}, 0\right]$ $\quad E2_{i,j} := \text{if}\left(E_{i,j} > 1.507, E_{i,j}, 0\right)$ $\quad Es_{i,j} := \text{if}\left(E_{i,j} > 1.515, 1.515, 0\right)$





E1 , E2 , Es

4) Решаем задачу с помощью дифференциальных уравнений

$$D(t,x) := \begin{bmatrix} x_1 \\ (x_0)^2 - x_0 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}x = y$$

$$\frac{d}{dt}y = x^2 - x - 1$$

$T := 14$ $\quad N := 10^4$

$$x(xo, yo) := \text{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} xo \\ yo \end{pmatrix}, 0, T, N, D\right]$$

Вычисляем координаты сепаратрисыы

$y(x,E) := -\sqrt{2 \cdot (E - U(x))}$

$y(2.5, 1.507) = -1.477$

$xo := -0.6$ $\quad yo := 0.5$

$y1 := 1.3$

$y2 := 1.8$

Вычисляем координаты неустойчивого решения

$y(x,E) := -\sqrt{2 \cdot (E - U(x))}$

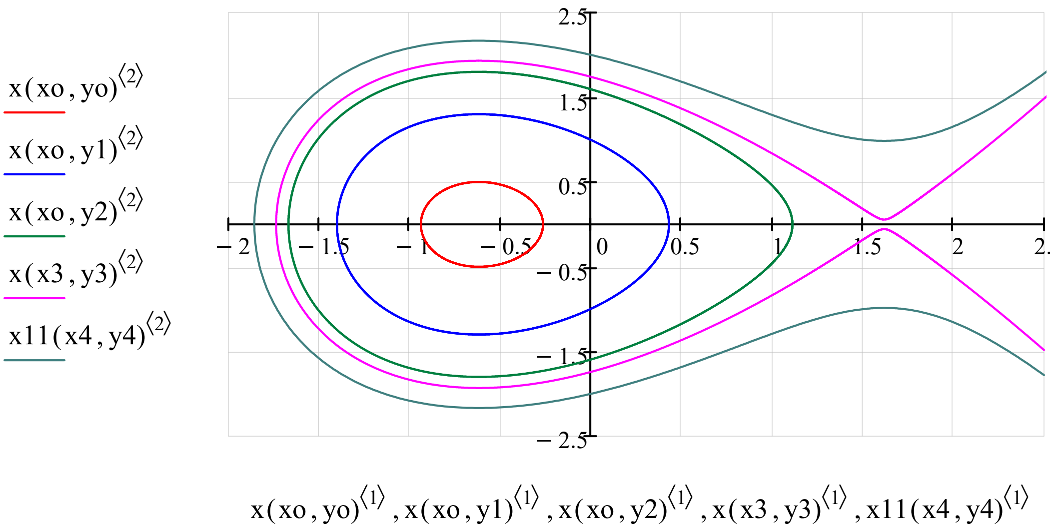
$y(2.5, 2) = -1.78$

$x3 := 2.5$ $\quad y3 := -1.4832$

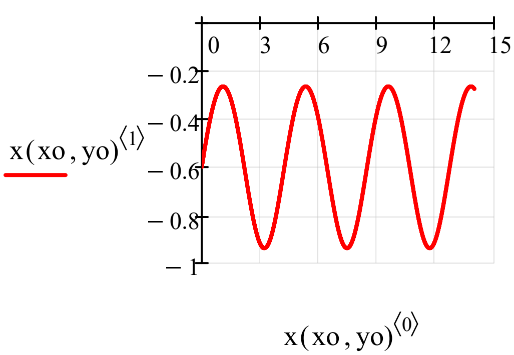
$x4 := 2.5$ $\quad y4 := -1.78$ $\quad N1 := 10^3$ $\quad T1 := 7$

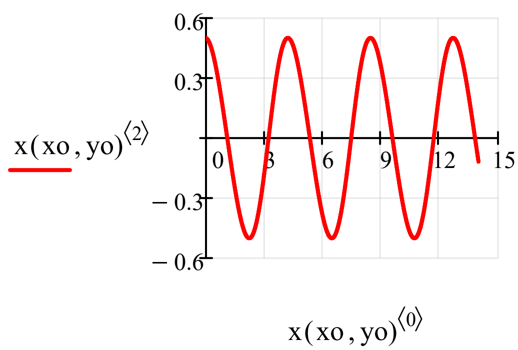
$$x11(xo,yo) := \mathrm{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} xo \\ yo \end{pmatrix}, 0, T1, N1, D\right]$$

Рисуем фазовый портрет

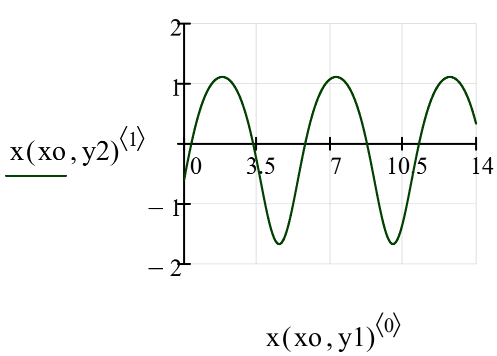


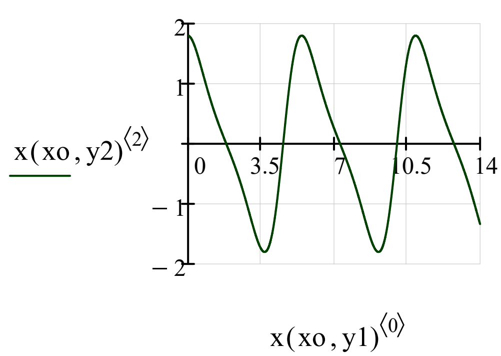
устойчивое решение в пределах сепаратриссы



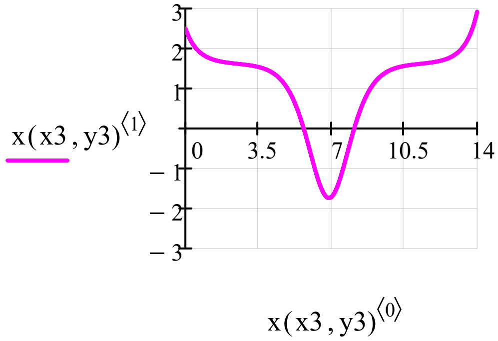


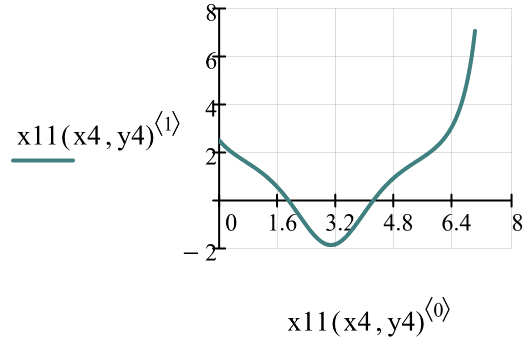
устойчивое решение в пределах сепаратриссы ближе к сепаратрисе (проявляется нелинейность))



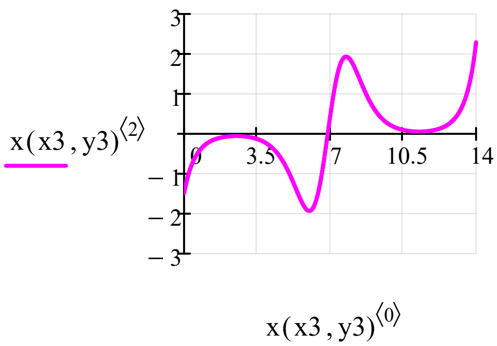


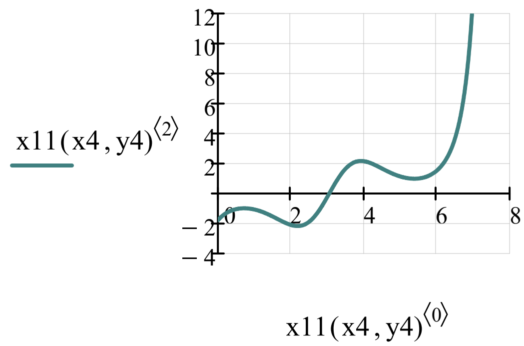
решение на сеператрисе





решение за сеператрисой





Сделать выводы !!!