Решить задачу линейного программирования при заданных условиях

вар	Условия задачи-
1	$f(x)=x_1-x_2 \to \max$ $\begin{cases}-x_1+2x_2\le 4\\ 3x_1+2x_2\le 14\end{cases}$ $x_i\ge 0$
2	$f(x)=x_1-x_2 3 \to \max$ $\begin{cases}-5x_1+2x_2\le 10\\ 2x_1+2x_2\le 14\end{cases}$ $x_i\ge 0$
3	$f(x)=-x_1+x_2 3 \to \max$ $\begin{cases}-5x_1+2x_2\le 10\\ 2x_1+2x_2\le 7\end{cases}$ $x_i\ge 0$
4	$f(x)=3x_1-x_2 \to \max$ $\begin{cases}3x_1+2x_2\le 10\\ 2x_1+1x_2\le 14\end{cases}$ $x_i\ge 0$
5	$f(x)=5x_1-x_2 \to \max$ $\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 3\\ 2x_1+1x_2\le 6\end{cases}$ $x_i\ge 0$
6	$f(x)=-2x_1+4x_2 \to \max$ $\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 3\\ 2x_1+1x_2\le 6\end{cases}$ $x_i\ge 0$
7	$f(x)=-5x_1+3x_2 \to \max$ $\begin{cases}-4x_1+4x_2\le 16\\ 3x_1+2x_2\le 14\end{cases}$ $x_i\ge 0$

1. Решить задачу, используя встроенную функцию Mathcad 15 ***Maximize***
2. Вести дополнительные координаты и решить задачу используя встроенную функцию Mathcad 15 ***Maximize***
3. Решить задачу графическим методом
4. Решить задачу ***симплек*** методом
5. Сделать выводы по работе

Пример выполнения задачи

$ORIGIN := 1$

$f(x) := -x_1 \cdot 5 + x_2 \cdot 3$ $\quad A := \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad B := \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \end{pmatrix}$

$x_2 := 0$ задаем стартовые значения для расчета

Given

$A \cdot x \le B$ $\quad x \ge 0$

$x := \text{Maximize}(f, x)$ $\quad x^T = (0 \quad 4)$ $\quad f(x) = 12$

Решение с ведением дополнительных координат

$f(x) := -x_1 \cdot 5 + x_2 \cdot 3$ $\quad A := \begin{pmatrix} -4 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad B := \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \end{pmatrix}$

$x_4 := 0$ задаем стартовые значения для расчета

Given

$A \cdot x = B$ $\quad x \ge 0$

$x := \text{Maximize}(f, x)$ $\quad x^T = (0 \quad 4 \quad 0 \quad 6)$ $\quad f(x) = 12$

Графический метод

$f(x1, x2) := -x_1 \cdot 5 + x_2 \cdot 3$ $\quad A := \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad B := \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \end{pmatrix}$

$A \cdot \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \cdot x2 - 4 \cdot x1 \\ 2 \cdot x1 + 2 \cdot x2 \end{pmatrix}$

строим графики для x2(x1) $\quad x2(x1) := \dfrac{16 + x1 \cdot 4}{4}$ $\quad x22(x1) := \dfrac{14 - 2 \cdot x1}{2}$

$y(x, b) := x \cdot \dfrac{5}{3} + b$

$gr := (0 \quad -5 + 3j)^T$ градиент функции

точка пересечения $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 5.5 \end{pmatrix}$ $\quad A^{-1} \cdot B \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix}$

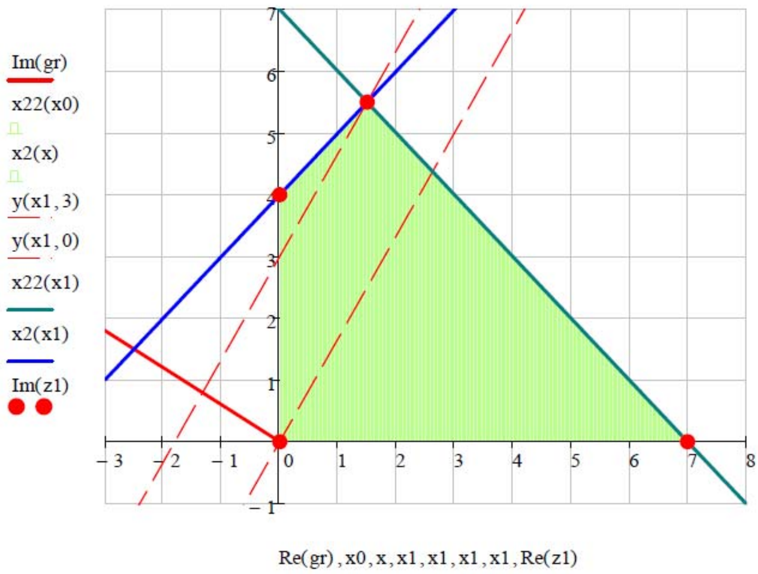
$z1 := (0 \quad 4j \quad 7 \quad 1.5 + 5.5j)^T$

точки вершин политопа

$x := 0, 0.01 .. 1.5$ $\quad x0 := 1.5, 1.5 + 0.01 .. 7$

для закрашивания областей

$x1 := -3, -3 + 0.1 .. 8$



$f(1.5, 5.5) = 12$

Симплекс метод

Симплекс метод $f(y1, y2) := -y1 \cdot 5 + y2 \cdot 3$ удельный вес y2 большой

дополняем переменными y3 и y4 $A := \begin{pmatrix} -4 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \end{pmatrix}$

1) Формируем вектора и коэффициенты ЦФ

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot y1 + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot y2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot y3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y4 = \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$c1 := -5$ $c2 := 3$ $c3 := 0$ $c4 := 0$ $c0 := 0$ к/ты Функции цели

2) Подсчитываем коэффициенты нового уравнения по формуле Жордана Гаусса (правило прямоугольника)

столбец при y2 => $\overrightarrow{\left[\frac{B}{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}}\right]} = \begin{pmatrix} 8 \\ 14 \end{pmatrix}$ находим минимум положительного числа

поставляем y2 в место y3

$$\begin{bmatrix} \frac{-4}{4} \\ 3 - \frac{2 \cdot (-4)}{4} \end{bmatrix} \cdot y1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot y2 + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 - \frac{2 \cdot 1}{4} \end{pmatrix} \cdot y3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y4 = \begin{pmatrix} \frac{16}{4} \\ 14 - \frac{16}{4} \cdot 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y2 - y1 + \frac{y3}{4} \\ 5 \cdot y1 - \frac{y3}{2} + y4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

4) Записываем решение

$c1 := c1 - \frac{-4}{4} \cdot (3) = -2$ $c2 := 0 = 0$ $c3 := c3 - \frac{1 \cdot 3}{4}$ $c4 := c4 - 0$ $c0 := c0 + \frac{16}{4} \cdot 3 = 12$

$c3 \rightarrow -\frac{3}{4}$

$f(y1, y3) := 12 - 2 \cdot y1 - \frac{3}{4} \cdot y3$ $y1 := 0$ $y3 := 0$

$y2 := 4$ $y4 := 6$