Физико-технический институт

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Лекция 16. Конвективный теплообмен в ядерном реакторе

Моделирование процессов конвективного теплообмена

22 апреля 2016

Приведение к безразмерному виду системы дифференциальных уравнений позволяет получить безразмерные комплексы, называемые числами подобия:

$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}$ - число Нуссельта; характеризует интенсивность конвективного теплообмена, где λ – коэффициент теплопроводности жидкой среды; *l* – геометрический размер (длина);

$\mathrm{Re} = \frac{wl}{\nu}$ - число Рейнольдса; характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости, где *w* – скорость движения потока, ν – кинематическая вязкость;

$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}$ - число Прандтля; характеризует теплофизические свойства жидкости, где *a* – коэффициент температуропроводности;

$\mathrm{Pe} = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{wl}{a}$ - число Пекле; здесь числитель характеризует тепло переносимое конвекцией, а знаменатель – тепло, переносимое теплопроводностью;

$$\mathrm{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}$$

- число Грасгофа; характеризует отношение подъемной силы, возникающей вследствие разности плотностей жидкости благодаря перепаду температур Δt, к силам вязкости, где β – коэффициент объемного расширения;

$$\mathrm{Fr} = \frac{w^2}{g \cdot l}$$

- число Фруда; характеризует отношение инерционных сил к силам тяжести;

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$$

- число Эйлера; характеризует соотношение сил давления и сил инерции.

Число Нуссельта Nu является определяемым числом в задачах конвективного теплообмена, т. к. содержит искомую величину – коэффициент теплоотдачи α. Остальные числа подобия (Re, Pr, Gr, Fr …) называются определяющими и включают в себя величины, от которых зависит коэффициент теплоотдачи.

Уравнение подобия:

$$\mathrm{Nu} = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Fr}, \ldots\right) \qquad (1)$$

Общие условия подобия физических процессов, сформулированных в виде трех правил:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.
2. Условия однозначности подобных процессов (геометрические, физические, граничные и т. д.) должны быть одинаковыми во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одноименные определяющие критерии подобных процессов должны иметь одинаковую численную величину.

При моделировании теплоотдачи результаты эксперимента обрабатывают в числах подобия, а связь между ними представляют в виде уравнений подобия:

$$\mathrm{Nu}_{жd} = C\,\mathrm{Re}^{n}_{жd} \cdot \mathrm{Pr}^{m}_{ж} \qquad (2)$$

где C, m, n – постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально. Индексы d и $ж$ указывают на определяющий размер – диаметр d и определяющую температуру – температуру жидкости $t_{ж}$. Таким образом:

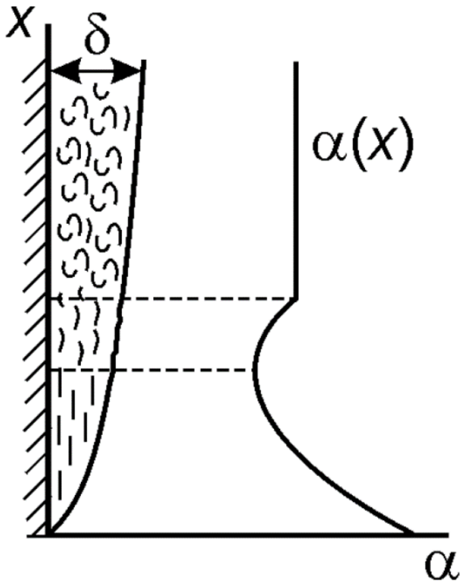
$$\mathrm{Nu}_{жd} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}, \quad \mathrm{Re}_{жd} = \frac{w \cdot d}{\nu}.$$

Определяющий размер – это чаще всего геометрический размер, который оказывает наибольшее влияние на теплоотдачу. Величины, зависящие от температуры (ν, λ, a, Pr …), должны браться из справочника при определяющей температуре, в данном случае при $t_ж$. В качестве определяющей может быть и другая температура

$$\left(t_c, \quad t = \frac{t_c + t_{ж}}{2} \right)$$

Рассмотрим свободное гравитационное течение в большом объеме вблизи поверхности пластины и цилиндра.
Пусть вертикальная пластина с неизменной температурой поверхности, равной t_c, находится в жидкости или газе. Жидкость вдали от пластины неподвижна (вынужденное течение отсутствует), температура жидкости вдали от пластины постоянна и равна $t_ж < t_c$.
При этом у пластины появляется подъемное движение нагретого слоя жидкости. Вдали от пластины скорость равна нулю.
Слой нагреваемой движущейся жидкости δ является одновременно гидродинамическим и тепловым пограничным слоем, в пределах этого слоя изменяется скорость течения от нуля до максимума и температура от t_c до $t_ж$.

Изменение коэффициента теплоотдачи α при свободном движении жидкости



На основе математического описания процесса конвективного теплообмена при естественной конвекции выявлена структура уравнения подобия:

$$\mathrm{Nu} = f\left(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}\right) \qquad (3)$$

В результате экспериментального исследования теплоотдачи установлено, что при:

$10^3 < \mathrm{Gr}_{жх} \cdot \mathrm{Pr}_{ж} \leq 10^6$ – ламинарный режим течения жидкости в пограничном слое;

$10^9 < \mathrm{Gr}_{жх} \cdot \mathrm{Pr}_{ж} \leq 6{\cdot}10^{10}$ – переходный режим течения жидкости;

$\mathrm{Gr}_{жх} \cdot \mathrm{Pr}_{ж} > 6{\cdot}10^{10}$ – турбулентный режим течения жидкости.

Число Грасгофа рассчитывается по формуле:

$$\mathrm{Gr}_{жх} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot x^3}{\nu^2} \qquad (4)$$

где β – температурный коэффициент объемного расширения;

$\Delta t = t_с - t_ж$ – разность температур.

Для капельных жидкостей значения $\beta = f(t)$ приводятся в справочниках, для газов β рассчитывается по формуле $\beta = 1 / T_ж$, полученной на основе совместного решения уравнений

$$\beta = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad \text{и} \quad pv = RT$$

Значения числа Прандтля, зависящие только от теплофизических свойств жидкостей, приводятся для различных теплоносителей (жидкостей, газов) в справочной литературе.

Для расчета коэффициентов теплоотдачи $\alpha = \dfrac{\mathrm{Nu}_{жx}\lambda}{x}$

рекомендуются следующие уравнения при свободном движении жидкости вдоль вертикальной поверхности:

- при ламинарном режиме локальные значения α, описываемые кривой $\alpha = f(x)$ (рис.) в ламинарной области пограничного слоя, рассчитываются по уравнению

$$\mathrm{Nu}_{жx} = 0{,}60\left(\mathrm{Gr}_{жx}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right)^{0{,}25}\cdot\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0{,}25} \qquad (5)$$

средние коэффициенты теплоотдачи $\overline{\alpha}$ на участке поверхности с высотой h с ламинарным течением в пограничным слое, рассчитываются по уравнению

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{жx} = 0{,}75\left(\mathrm{Gr}_{жx}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right)^{0{,}25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0{,}25} \qquad (6)$$

- при турбулентном режиме коэффициенты теплоотдачи рассчитываются по уравнению

$$\mathrm{Nu}_{жх} = 0{,}15\left(\mathrm{Gr}_{жх} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right)^{1/3} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0{,}25} \qquad (7)$$

- при переходном режиме средний коэффициент теплоотдачи можно определить по формуле

$$\alpha_{пер} = \frac{\alpha_{тур} + \alpha_{лам}}{2} \qquad (8)$$

Здесь определяющей является температура жидкости за пределами движущегося слоя (Pr_c выбирается по местной температуре стенки). Определяющий размер – высота пластины, отсчитываемая от места начала теплообмена.

Коэффициент теплоотдачи капельных жидкостей при нагреве больше, чем при охлаждении. Влияние указанного фактора учитывается в уравнениях подобия множителем $\left(\frac{\Pr_{ж}}{\Pr_c}\right)^{0,25}$

при нагреве ($t_c > t_ж$): $\left(\frac{\Pr_{ж}}{\Pr_c}\right)^{0,25} > 1$

при охлаждении ($t_c < t_ж$): $\left(\frac{\Pr_{ж}}{\Pr_c}\right)^{0,25} < 1$

Отношение $\left(\frac{\Pr_{ж}}{\Pr_c}\right)^{0,25}$

при течении определенной капельной жидкости тем более отличается от единицы, чем больше температурный напор.

Для газов с достаточной точностью можно считать, что

$$\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25} = 1$$

Форма поверхности при естественной конвекции жидкости играет второстепенную роль (важна ее протяженность), поэтому по вышеприведенным формулам рассчитывается теплоотдача от плоских, цилиндрических или вертикальных поверхностей иной формы.

Для горизонтальных плоских поверхностей (пластин) приведенные выше формулы применимы для расчета, но в этом случае вычисленный коэффициент теплоотдачи надо увеличить на 30%, если теплоотдающая поверхность обращена вверх, или уменьшить на 30%, если теплоотдающая поверхность обращена вниз. В качестве определяющего размера берется меньшая сторона пластины.

Для горизонтальных труб при ламинарном режиме течения жидкости для расчета среднего коэффициента теплоотдачи

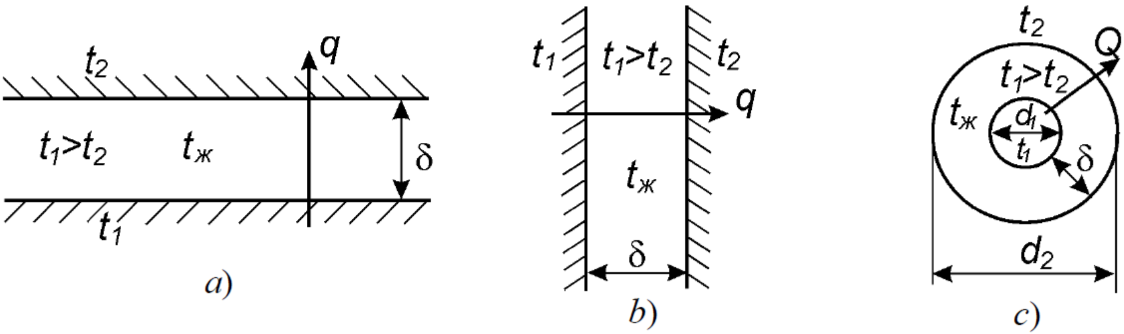
$$\bar{\alpha} = \frac{\mathrm{Nu}_{жd}\lambda}{d}$$

используется следующее уравнение:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{жd} = 0,5\left(\mathrm{Gr}_{жd} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right)0,25\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25} \qquad (9)$$

где определяющий размер – наружный диаметр трубы *d*.

Естественная конвекция в ограниченном объеме характеризуется наличием восходящих и нисходящих потоков, когда условия свободного движения жидкости значительно отличаются от ее движения в неограниченном пространстве.



Условия возникновения свободного движения в ограниченном объеме

Через газовые прослойки передача теплоты между поверхностями осуществляется тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением. Через прослойки капельной жидкости – двумя: теплопроводностью и конвекцией.

Во всех случаях передачу теплоты рассчитывают по формулам теории теплопроводности, но коэффициент теплопроводности среды заменяют эквивалентным, учитывающим перенос теплоты другими способами.

Для плоских прослоек тепловой поток рассчитывают по уравнению

$$Q = \frac{\lambda_{\text{экв}}}{\delta}\left(t_1 - t_2\right)F \qquad (10)$$

для цилиндрических

$$Q = \frac{2\pi \cdot l \cdot \lambda_{\text{экв}}\left(t_1 - t_2\right)}{\ln\dfrac{d_2}{d_1}} \qquad (11)$$

Для прослоек капельной жидкости

$$\lambda_{экв} = \lambda \cdot \varepsilon_k \qquad (12)$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости; ε_k – коэффициент, учитывающий перенос тепла конвекцией.

Для прослоек любой формы при $(Gr_{ж\delta} \cdot Pr_{ж}) > 10^3$ коэффициент ε_k рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_k = 0{,}18\left(Gr_{ж\delta} \cdot Pr_{ж}\right)^{0,25} \qquad (13)$$

где $Gr_{ж\delta} = \dfrac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \delta^3}{\nu^2}$, определяющая температура $t_{ж} = (t_1 + t_2) / 2$.

при $(Gr_{ж\delta} \cdot Pr_{ж}) < 10^3$ принимают, что $\varepsilon_k = 1$.

Для газовых плоских прослоек

$$\lambda_{экв} = \lambda \cdot \varepsilon_k + \frac{q_л \delta}{t_1 - t_2}, \qquad (14)$$

где $q_л$ – плотность теплового потока, передаваемого излучением через газовую прослойку.

Для газовых цилиндрических прослоек

$$\lambda_{\text{экв}} = \lambda \cdot \varepsilon_k + \frac{Q_л \ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi l \left(t_1 - t_2\right)}. \qquad (15)$$