

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.Г. Коротких, И.В. Шаманин

**ОСНОВЫ
ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА
В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ**

Учебное пособие

Томский государственный университет
2007

УДК 621.1: 621.039.5

К 68

Коротких А.Г., Шаманин И.В.

К 68

Основы гидродинамики и теплообмена в ядерных реакторах: Учебное пособие. – Томск: Томский государственный университет, 2007. – 117 с.

Изложены основные положения гидродинамики и теории теплообмена. Рассматриваются теплопроводность, конвективный теплообмен в однофазной среде и при кипении, а также тепловой и гидродинамический расчеты ядерных реакторов. Приводятся современные методики тепло-гидравлического расчета канала (кассеты) реактора.

Для магистрантов, обучающихся по программе «Физико-технические проблемы атомной энергетики» и студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям «Техническая физика» и «Ядерная физика и технологии».

УДК 621.1: 621.039.5

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета

Рецензенты

Доктор физико-математических наук, профессор
НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета
В.А. Архипов

Доктор технических наук, профессор
Северской государственной технологической академии
Б.М. Кербель

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССООБМЕНА	7
1.1. Вязкость	7
1.2. Расход жидкости	9
1.3. Уравнение неразрывности потока	10
1.4. Статическое давление	12
1.5. Уравнение теплопроводности	12
1.6. Условия однозначности для процессов теплопроводности	17
1.7. Уравнение движения	20
1.7.1. Уравнение Бернулли	22
1.7.2. Уравнение Навье – Стокса	24
ГЛАВА 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ	26
2.1. Температурное поле	26
2.2. Температурный градиент	27
2.3. Тепловой поток. Закон Фурье	29
2.4. Коэффициент теплопроводности	30
2.4.1. Теплопроводность газов	31
2.4.2. Теплопроводность жидкостей	32
2.4.3. Теплопроводность твердых тел	33
2.5. Теплопроводность при стационарном режиме ($q_v = 0$)	34
2.5.1. Передача тепла через плоскую стенку	34
2.5.2. Передача тепла через цилиндрическую стенку	41
2.5.3. Передача тепла через шаровую стенку	48
2.6. Теплопроводность при наличии внутренних источников тепла	49
2.6.1. Теплопроводность однородной пластины	50
2.6.2. Теплопроводность однородного цилиндрического стержня	53
2.6.3. Теплопроводность цилиндрической стенки	55
ГЛАВА 3. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ	62
3.1. Факторы, влияющие на теплоотдачу	62
3.2. Моделирование процессов конвективного теплообмена	64
3.3. Теплоотдача в однофазной среде при свободном движении жидкости (естественная конвекция)	67
3.4. Теплоотдача в однофазной среде при вынужденном течении жидкости	72

3.4.1. При продольном омывании плоской поверхности	72
3.4.2. При течении жидкости в трубах и каналах	74
3.5. Теплоотдача при вынужденном поперечном омывании труб и пучков труб	78
3.6. Теплоотдача жидких металлов	83
3.7. Теплоотдача при кипении	86
ГЛАВА 4. РАСЧЕТ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОЙ ЗОНЫ	91
4.1. Расчет удельных значений тепловыделения по длине технологического канала	91
4.2. Расчёт параметров теплоносителя по длине ТК и количества теплоты, выделяющейся на отдельных участках и в центральном ТК	94
4.2.1. Определение расхода теплоносителя через центральный ТК	95
4.2.2. Изменение температуры и скорости теплоносителя при движении в ТК	95
4.3. Расчёт коэффициентов теплоотдачи с поверхности ТВЭЛ	97
4.3.1. Расчет локальных значений числа Нуссельта на участках ТК	100
4.3.2. Расчёт коэффициентов теплоотдачи на участках ТК	100
4.4. Расчёт распределения температуры в ТВЭЛ	102
4.4.1. Температура на поверхности топливной таблетки	102
4.4.2. Распределение температуры в топливной таблетке	103
4.5. Распределение температуры в блоке замедлителя	104
4.5.1. Объёмная плотность тепловыделения в замедлителе	104
4.5.2. Расчёт распределения температуры в центральном блоке замедлителя	105
4.6. Распределение температуры в органах регулирования	106
4.6.1. Объёмная плотность тепловыделения в поглощающем стержне	107
4.6.2. Расчёт распределения температуры на наиболее энергонапряжённом участке поглощающего стержня	108
4.7. Гидравлический расчёт технологического канала	109
4.8. Оценка критических тепловых потоков	111

4.9. Оценка напряжённого состояния элементов конструкции ТК	112
4.9.1. Термические напряжения в оболочке ТВЭЛ	112
4.9.2. Термические напряжения в объеме замедлителя	112
4.9.3. Расчёт термических напряжений в топливной таблетке	113
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	114
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	116

ВВЕДЕНИЕ

Атомные электростанции работают за счет энергии, выделяющейся при делении ядер тяжелых элементов, служащих ядерным горючим: в основном изотопа урана U^{235} и плутония Pu^{239} .

Кинетическая энергия осколков деления ядер является основной частью выделяющейся энергии и может быть отведена в виде тепла от тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ) реактора. Энергия быстрых нейтронов и гамма-квантов, образующихся при делении, выделяется также в виде тепла, в основном в замедлителе и отражателе, а частично в конструкционных материалах активной зоны и в теплоносителе.

Таким образом, в энергетических реакторах осуществляется управляемое преобразование энергии деления ядер в тепловую и для ядерной энергетики всегда актуальной является проблема повышения эффективности преобразования тепловой энергии в электрическую, которая в промышленном масштабе решается лишь путем совершенствования термодинамических циклов в теплоэнергетических установках.

Практической реализацией термодинамического цикла является тепловая (одно-, двух-, трехконтурная) схема атомной станции. Освобождающаяся при делении ядер тяжелых элементов энергия отводится от ТВЭЛов реактора теплоносителем, циркулирующим в замкнутом первичном (основном) контуре станции. В качестве теплоносителей используются вода, органические жидкости, жидкие металлы, газы.

Количество тепла, передаваемого теплоносителю в реакторе, определяется совокупностью одновременно протекающих теплофизических и гидродинамических процессов. Доля тепла, воспринятая теплоносителем и преобразованная в электрическую энергию, также во многом определяется этими процессами. В учебном пособии изложены теоретические основы методов расчета параметров процессов теплопереноса в ядерном реакторе.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА

Как известно, ядерные энергетические реакторы работают при высоких плотностях теплового потока и удельных мощностях. Характерными особенностями таких устройств являются относительное постоянство и независимость теплового потока от интенсивности отдачи тепла теплоносителю. Если охлаждение тепловыделяющих элементов ядерного реактора (ЯР) осуществляется недостаточно интенсивно, теплообменные поверхности перегорают. В этой связи описание процесса отвода тепла, осуществляемого при принудительной циркуляции у поверхностей жидкости или газа (теплоносителя), подвергающейся воздействию большего числа факторов, имеет большой практический интерес.

Для описания процессов переноса теплоты в материальной среде в общем случае используют дифференциальные уравнения неразрывности, движения и сохранения энергии.

1.1. Вязкость

Процесс теплоотдачи весьма сложен. У поверхности, омываемой потоком теплоносителя, образуется пограничный слой. Для его расчета необходимо знать распределение температуры $T = f(y)$ в тепловом пограничном слое и распределение скорости $w = f(y)$ в динамическом пограничном слое.

На распределение скорости, а в конечном счете на перенос теплоты, оказывает влияние вязкость жидкости. Это влияние учитывают с помощью физических характеристик жидкости, которые называют динамической μ [Па·с] и кинематической ν [м²/с] вязкостью. Существует связь между динамической и кинематической вязкостью

$$\nu = \mu / \rho, \quad (1.1)$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м³.

Для установившегося горизонтального потока жидкости по трубе (рис. 1.1а) необходим соответствующий градиент давления dp/dx . В этом случае на жидкость в цилиндре радиусом r и длиной dx в направлении потока действует результирующая осевая сила $\pi r^2 dp$. Она уравновешивается равной и противоположной по направлению касательной силой на поверхности цилиндра

$$\tau = \frac{\pi r^2 dp}{2\pi r dx} = \frac{r dp}{2 dx}.$$

Движение молекул, или вихрей, пересекающих поток через поверхность, параллельную потоку, создает касательные напряжения на этой поверхности.

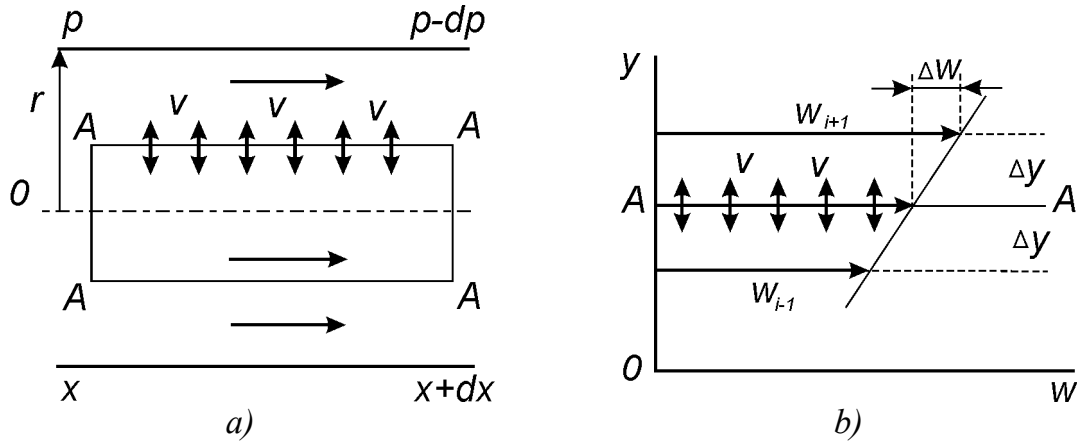


Рис. 1.1. Продольный разрез трубы и касательные напряжения в потоке жидкости

Среднюю скорость, перпендикулярную направлению потока по всей поверхности $A-A$, обозначим через v (см. рис. 1.1b). Предположим, что молекулы перемещаются на расстояние Δy перпендикулярно $A-A$, передавая разницу в осевой скорости соседним с ними молекулам. Если dw/dy – постоянная величина в пределах $\pm\Delta y$, то молекулы, начинающие свое движение в пределах Δy , будут передавать при пересечении $A-A$ определенную в среднем величину относительного количества движения в осевом направлении. При этом касательные напряжения по поверхности $A-A$ составят величину

$$\tau = \frac{v\rho\Delta w}{g_c} = \frac{v\rho\Delta y}{g_c} \frac{dw}{dy}, \quad (1.2)$$

где g_c – безразмерное отношение единицы силы к единице произведения массы на ускорение F/ma , определенное для применяемой системы единиц. Для любой «абсолютной» системы единиц $g_c = 1$. Δy – средний пробег молекул.

Когда турбулентность отсутствует, произведение $v\rho\Delta y$ означает вязкость жидкости μ и выражение

$$\tau = \frac{\mu}{g_c} \frac{dw}{dy} \quad (1.3)$$

является ее определяющим уравнением. Любая жидкость, для которой μ не меняется с изменением τ или dw/dy , называется «ньютоновской». Динамическая вязкость почти не зависит от давления, но значительно зависит от температуры (для капельных жидкостей с ростом температуры она уменьшается, а для газов увеличивается).

Интегрируя уравнение (1.3) с учетом граничных условий для конкретного гидравлического устройства, можно определить вязкость, зная размеры этого устройства, скорость жидкости и приложенный перепад давлений. Наоборот, зная размеры трубопровода, вязкость и расход жидкости в ламинарном потоке, можно определить требуемый перепад давления. При определении перепадов давления в турбулентном потоке также необходимо знать вязкость жидкости.

1.2. Расход жидкости

Расходом называется количество жидкости, протекающее через живое сечение потока в единицу времени. Если рассматривать поток жидкости конечных размеров как совокупность бесконечно большого числа элементарных струек с поперечным сечением df , движущихся с различными скоростями, то расход потока V будет равен

$$V = \int_f w_i df, \quad (1.4)$$

где w_i – истинная скорость, т.е. скорость в данной точке, м/с.

Закон распределения скоростей по сечению потока зависит от ряда условий и часто представляет собой сложную функцию. Вследствие этого практически оказалось удобным ввести понятие средней скорости потока, под которой понимают отношение объема действительно пропущенной жидкости к данному сечению, т. е.

$$\bar{w} = \frac{V}{f} = \frac{\int_f w_i df}{f}. \quad (1.5)$$

Выражая расход жидкости через среднюю скорость, можно получить

$$V = \bar{w} f. \quad (1.6)$$

Соотношение между массовым и объемным расходом описывается зависимостью

$$V = G/\rho, \quad (1.7)$$

где G – массовый расход жидкости, кг/с; ρ – плотность жидкости, кг/м³.

1.3. Уравнение неразрывности потока

Применим закон сохранения массы к движущемуся потоку жидкости. Для этого выделим в потоке жидкости ее бесконечно малый объем, ограниченный параллелепипедом с гранями dx , dy , dz (см. рис. 1.2).

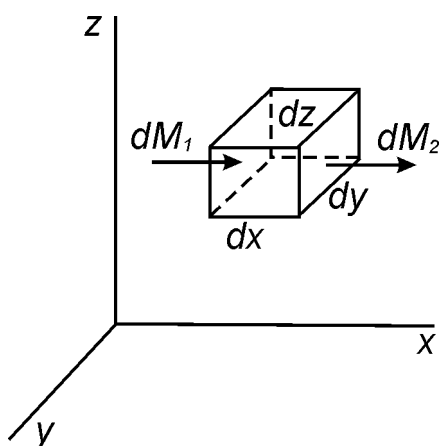


Рис. 1.2. К выводу уравнения неразрывности потока

Рассмотрим, какая масса жидкости поступает в параллелепипед за бесконечно малый промежуток времени $d\tau$, и какая масса жидкости вытекает из него, если плотность жидкости равна ρ . Для упрощения анализа рассмотрим изменение массы, происходящее вдоль оси x .

Масса жидкости, втекающая в грань $dydz$, составит

$$dM_1 = \rho_x w_x dydzd\tau. \quad (1.8)$$

Масса жидкости, вытекающая через противоположную грань, за счет изменения плотности и скорости составит

$$dM_2 = \left(\rho_x + \frac{\partial \rho_x}{\partial x} dx \right) \left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx \right) dydzd\tau. \quad (1.9)$$

После несложных преобразований получим, что разность между поступившим и вышедшим количеством жидкости составит

$$-\frac{\partial(\rho_x w_x)}{\partial x} dx dy dz d\tau. \quad (1.10)$$

С учетом всех трех осей будем иметь

$$-\left[\frac{\partial(\rho_x w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_y w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_z w_z)}{\partial z} \right] dx dy dz d\tau. \quad (1.11)$$

Этот избыток массы при неизменных размерах параллелепипеда возникает за счет изменения плотности элементарного объема во времени, что может быть выражено следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\tau dx dy dz. \quad (1.12)$$

Приравнивая выражения (1.11) и (1.12), получаем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho_x w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_y w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_z w_z)}{\partial z} = 0. \quad (1.13)$$

Уравнение (1.13) и есть уравнение неразрывности потока или уравнение сплошности.

Для установившегося движения дифференциальное уравнение неразрывности принимает вид

$$\frac{\partial(\rho_x w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_y w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_z w_z)}{\partial z} = 0. \quad (1.14)$$

Интегрирование уравнения (1.14) для каждого данного сечения $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ приводит к зависимости

$$\rho_1 w_1 f_1 = \rho_2 w_2 f_2 = \rho_3 w_3 f_3 = \dots = \rho_n w_n f_n. \quad (1.15)$$

Если жидкость несжимаема (капельная), то

$$\frac{\partial \rho_x}{\partial x} = \frac{\partial \rho_y}{\partial y} = \frac{\partial \rho_z}{\partial z} = 0,$$

а дифференциальное уравнение неразрывности потока для установившегося движения примет вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (1.16)$$

Интегрирование уравнения (1.16) для каждого данного сечения $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ приводит к зависимости

$$w_1 f_1 = w_2 f_2 = w_3 f_3 = \dots = w_n f_n. \quad (1.17)$$

Таким образом, из уравнения (1.17) следует, что в несжимаемой жидкости во время движения объем, занимаемый любой частью жидкости, остается постоянным, т.е. он заполнен средой сплошь, без пустот и разрывов между отдельными ее частицами; поэтому уравнение называется уравнением неразрывности потока или сплошности.

1.4. Статическое давление

Любое статическое давление в жидкости вызывает усилие, перпендикулярное стенкам сосуда. Такие силы могут быть очень большими и должны учитываться при проектировании. Если обозначить через z высоту над поверхностью постоянного давления, то разность давлений между высотами z_2 и z_1 в покоящейся жидкости (при отсутствии трения и ускорения) равна

$$p_2 - p_1 = \int_{z_2}^{z_1} \frac{\rho g dz}{g_c} = \frac{\bar{\rho} g (z_1 - z_2)}{g_c}. \quad (1.18)$$

Выражение (1.18) полезно для вычисления основных поправок на неизотермичность манометров и т.п.

Интегрирование по замкнутому контуру дает

$$\Delta p_B = \frac{g}{g_c} \left(\int_{z_2}^{z_1} \rho_a dz + \int_{z_1}^{z_2} \rho_b dz \right) = \frac{g}{g_c} \int_{z_2}^{z_1} (\rho_a - \rho_b) dz = \frac{g \rho_0 \bar{\beta}_0}{g_c} \int_{z_2}^{z_1} (t_b - t_a) dz. \quad (1.19)$$

1.5. Уравнение теплопроводности

Использование при расчетах закона сохранения энергии чрезвычайно полезно в тех случаях, когда скорость потока жидкости, его расширение и теплый поток весьма высоки, что имеет место в активной зоне ядерных реакторов. Рассмотрим элемент массы, мгновенно занимающий объем $dx dy dz$ с центром в точке x, y, z за элементарный промежуток времени $d\tau$ (см. рис. 1.3).

Для облегчения вывода дифференциального уравнения сделаем следующие допущения: тело однородно и изотропно; физические параметры постоянны; деформация рассматриваемого объема, связанная с изменением температуры, является очень малой величиной по сравнению с самим объемом; макроскопические частицы тела неподвижны друг относительно друга; внутренние источники тепла в теле, которые в

общем случае могут быть заданы как $q_v = f(x, y, z, \tau)$, распределены равномерно.

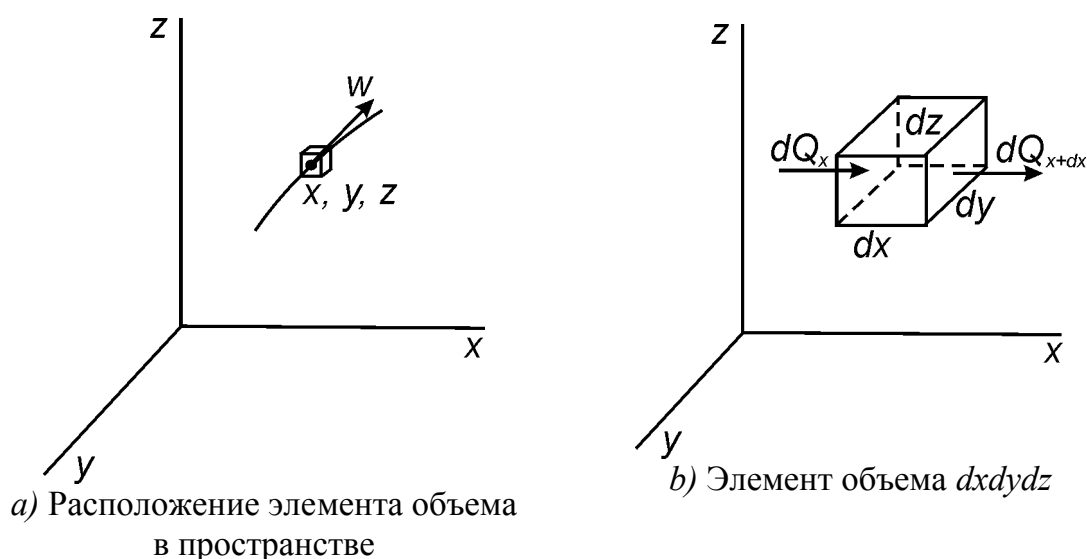


Рис. 1.3. К выводу уравнения теплопроводности

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии, который в рассматриваемом случае может быть сформулирован следующим образом: количество тепла dQ , введенное в элементарный объем извне за время $d\tau$ вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников, равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в элементарном объеме:

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ, \quad (1.20)$$

где dQ_1 – количество тепла, введенное в элементарный объем путем теплопроводности за время $d\tau$; dQ_2 – количество тепла, которое за время $d\tau$ выделилось в элементарном объеме dV за счет внутренних источников; dQ – изменение внутренней энергии вещества, содержащегося в элементарном объеме dV , за время $d\tau$.

Для нахождения составляющих уравнения (1.20) выделим в теле элементарный параллелепипед со сторонами dx , dy , dz (см. рис. 1.3b). Параллелепипед расположим так, чтобы его грани были параллельны соответствующим координатным плоскостям.

Количество тепла, которое подводится к граням элементарного объема за время $d\tau$ в направлении осей ox , oy , oz , обозначим dQ_x , dQ_y , dQ_z , соответственно.

Количество тепла, которое будет отводиться через противоположные грани в тех же направлениях, обозначим соответственно dQ_{x+dx} , dQ_{y+dy} , dQ_{z+dz} . Количество тепла, подведенное к грани $dydz$ в направлении оси ox за время $d\tau$, составляет $dQ_x = q_x dydzd\tau$, где q_x – проекция плотности теплового потока на направление нормали к указанной грани. Количество тепла, отведенного через противоположную грань элементарного параллелепипеда в направлении оси ox , запишется как

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} dydzd\tau .$$

Разница количеств тепла, подведенных к элементарному параллелепипеду и отведенных от него за время $d\tau$ в направлении оси ox представляет собой количество тепла dQ_{x1} :

$$dQ_{x1} = dQ_x - dQ_{x+dx} . \quad (1.21)$$

Функция q_{x+dx} является непрерывной в рассматриваемом интервале dx и может быть разложена в ряд Тейлора:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \dots .$$

Если ограничиться двумя первыми членами ряда, то уравнение (1.21) запишется в следующем виде:

$$dQ_{x1} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydzd\tau . \quad (1.22)$$

Аналогичным образом можно найти количество тепла, подводимое к элементарному объему и в направлениях двух других координатных осей oy и oz .

Количество тепла dQ_1 , подведенное теплопроводностью к рассматриваемому объему, будет равно:

$$dQ_1 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dydzd\tau . \quad (1.23)$$

Определим вторую составляющую уравнения (1.20) dQ_2 . Обозначим удельную производительность внутренних источников тепла через q_v , [Вт/м³]. Удельную производительность внутренних источников называют также «объемной плотностью тепловыделения». Объемная плотность – это количество тепла, которое выделяется в единице объема вещества в единицу времени. Тогда

$$dQ_2 = q_v dVd\tau . \quad (1.24)$$

Третья составляющая уравнения (1.20), характеризующая изменение внутренней энергии, может быть найдена по известному уравнению

$$dQ = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV d\tau. \quad (1.25)$$

Подставляя полученные выражения (1.23), (1.24) и (1.25) в уравнение (1.20), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c\rho} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (1.26)$$

Проекции вектора плотности теплового потока на координатные оси ox , oy , oz определяются выражениями (закон Фурье)

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Подставляя полученные выражения проекций вектора плотности теплового потока в уравнение (1.26), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (1.27)$$

Если в уравнении (1.27) обозначить

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a$$

и

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \nabla^2 t,$$

где a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; $\nabla^2 t$ – оператор Лапласа в декартовой системе координат, то получим уравнение теплопроводности в общем виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (1.28)$$

Уравнение теплопроводности является частным случаем уравнения энергии:

$$\frac{Dt}{d\tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (1.29)$$

в котором полная (субстанциональная) производная по времени $\frac{D}{d\tau}$ учитывает процесс переноса тепла, вызванный движением имеющих различную температуру элементов потока жидкой (газообразной) среды:

$$\frac{D}{d\tau} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z},$$

где w_x, w_y, w_z – проекции вектора скорости потока на соответствующие оси декартовой системы координат.

Выражение $\nabla^2 t$ в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2},$$

где r – радиальная, φ – угловая и z – аксиальная (осевая) координаты, соответственно.

Выражение $\nabla^2 t$ в сферических координатах имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial t}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial t}{\partial \mu} \right] + \frac{1}{r^2 (1 - \mu^2)} \frac{\partial^2 t}{\partial \psi^2},$$

где $\mu = \cos \theta$; θ и ψ – угловые координаты.

Уравнение (1.28) называется дифференциальным уравнением теплопроводности. Оно устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела, в котором происходит процесс теплопроводности.

Коэффициент температуропроводности a является физическим параметром вещества, используется при описании нестационарных тепловых процессов и характеризует скорость изменения температуры. Если коэффициент теплопроводности характеризует способность тел проводить тепло, то коэффициент температуропроводности является мерой теплоинерционных свойств тела. Из уравнения (1.27) следует, что изменение температуры во времени $\partial t / \partial \tau$ для любой точки пространства пропорционально величине a . Иначе говоря, скорость изменения температуры в любой точке тела будет тем больше, чем больше коэффициент температуропроводности a . Поэтому, при прочих равных условиях, выравнивание температур во всех точках пространства будет происходить быстрее в том теле, которое характеризуется большим коэффициентом температуропроводности. Величина коэффициента температуропроводности зависит от природы вещества. Например, жидкости и газы обла-

дают большой тепловой инерционностью и, следовательно, малым коэффициентом температуропроводности. Металлы обладают малой тепловой инерционностью, так как они имеют большой коэффициент температуропроводности.

1.6. Условия однозначности для процессов теплопроводности

Так как дифференциальное уравнение теплопроводности выведено на основе общих законов физики, то оно описывает явление переноса тепловой энергии в самом общем виде. Поэтому можно сказать, что полученное дифференциальное уравнение описывает целый класс явлений теплопереноса. Чтобы из бесчисленного количества этих явлений выделить рассматриваемый процесс и дать его полное математическое описание, к дифференциальному уравнению необходимо присоединить математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого процесса. Эти частные особенности, которые совместно с дифференциальным уравнением дают полное математическое описание конкретного процесса теплопереноса, называются условиями однозначности или краевыми условиями.

Условия однозначности включают в себя: геометрические условия, характеризующие форму и размеры тела, в котором протекает процесс; физические условия, характеризующие физические свойства среды и тела; временные и начальные условия, характеризующие распределение температур в изучаемом теле в начальный момент времени; граничные условия, характеризующие взаимодействие рассматриваемого тела с окружающей средой.

Геометрическими условиями задаются форма и линейные размеры тела, в котором протекает процесс.

Физическими условиями задаются физические параметры тела λ , c , ρ др. и может быть задан закон распределения внутренних источников тепла.

Начальные условия необходимы при рассмотрении нестационарных процессов и состоят в задании закона распределения температуры внутри тела в начальный момент времени. В общем случае начальное условие аналитически может быть записано следующим образом:

$$\text{при } \tau = 0 \quad t = f(x, y, z).$$

В случае равномерного распределения температуры в теле начальное условие упрощается:

$$\tau = 0 \quad t = t_0 = \text{const.}$$

Граничные условия могут быть заданы несколькими способами.

а) Граничные условия первого рода. При этом задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени:

$$t_c = f(x, y, z, \tau).$$

где t_c – температура на поверхности тела; x, y, z – координаты поверхности тела.

В частном случае, когда температура на поверхности является постоянной на протяжении всего времени протекания процессов теплообмена, приведенное выше уравнение упрощается и принимает вид:

$$t_c = \text{const.}$$

б) Граничные условия второго рода. При этом задаются величины теплового потока для каждой точки поверхности тела и любого момента времени.

Аналитически это можно представить следующим образом:

$$q = f(x, y, z, \tau),$$

где q – плотность теплового потока на поверхности тела.

В простейшем случае плотность теплового потока по поверхности и во времени остается постоянной:

$$q = q_0 = \text{const.}$$

Такой случай теплообмена имеет место, например, при нагревании различных металлических изделий в высокоэнергетических установках.

в) Граничные условия третьего рода. При этом задаются температура окружающей среды $t_{жс}$ и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Граничные условия третьего рода характеризуют закон теплообмена между поверхностью и окружающей средой в процессе охлаждения и нагревания тела. Для описания процесса теплообмена между поверхностью тела и средой используется закон Ньютона – Рихмана.

Процесс теплообмена между поверхностью тела и средой относится к очень сложным процессам и зависит от большого количества параметров. Подробно эти вопросы будут рассмотрены в третьей главе.

Согласно закону Ньютона – Рихмана количество тепла, отдаваемое единицей поверхности тела в единицу времени, пропорционально

разности температур поверхности тела t_c и окружающей среды $t_{жс}$ ($t_c > t_{жс}$):

$$q = \alpha(t_c - t_{жс}), \quad (1.30)$$

где α – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, Вт/(м²·К).

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Численно он равен количеству тепла, отдаваемого (или воспринимаемого) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой, равной 1 К.

Согласно закону сохранения энергии количество тепла, которое отводится с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи [см. уравнение (1.30)], должно равняться теплу, подводимому к единице поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела, т. е.

$$\alpha(t_c - t_{жс}) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_c, \quad (1.31)$$

где n – нормаль к поверхности тела, индекс «с» указывает на то, что температура и градиент относятся к поверхности тела (при $n = 0$).

Окончательно граничное условие третьего рода можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_c - t_{жс}). \quad (1.32)$$

Уравнение (1.32) называется уравнением теплоотдачи, по существу является частным выражением закона сохранения энергии для неподвижной поверхности тела.

Коэффициент теплоотдачи зависит от большого числа факторов. Однако во многих случаях коэффициент теплоотдачи можно считать неизменным, поэтому мы будем в дальнейшем при решении задач теплопроводности принимать величину α постоянной.

2) Граничные условия четвертого рода характеризуют условия теплообмена системы тел или тела с окружающей средой по закону теплопроводности. Предполагается, что между телами осуществляется идеальный контакт (температуры соприкасающихся поверхностей одинаковы).

В рассматриваемых условиях имеет место равенство тепловых потоков, проходящих через поверхность соприкосновения, т. е.

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_c = \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_c . \quad (1.33)$$

В задачах с граничным условием четвертого рода задается отношение тангенсов угла наклона касательных к температурным кривым в точке соприкосновения тел или тела и среды (см. рис. 1.4)

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \operatorname{const} .$$

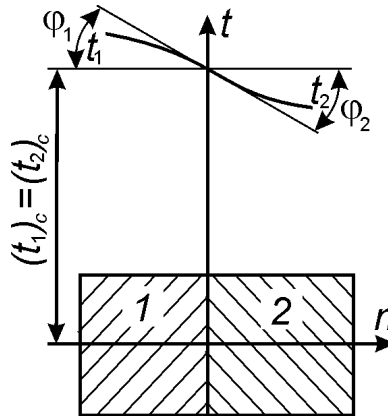


Рис. 1.4. К определению граничных условий четвертого рода

Так как при совершенном контакте оба тела на поверхности соприкосновения имеют одинаковую температуру, то касательные у поверхности раздела проходят через одну и ту же точку.

Дифференциальное уравнение (1.27) совместно с условиями однозначности дает полную математическую формулировку конкретной задачи теплопроводности. Поставленная таким образом задача разрешается аналитически или численным методом. При исследовании процессов теплообмена также используются методы компьютерного моделирования или тепловых аналогий.

1.7. Уравнение движения

Зависимость между силами, действующими в жидкости, устанавливается в форме уравнений движения жидкости.

Сначала установим эту связь для жидкости, движущейся без трения (идеальная жидкость) и находящейся под действием сил тяжести и сил давления. Для вывода уравнения применим основной принцип механики, согласно которому тело находится в состоянии движения, если

сумма проекций всех сил, действующих на тело, равна произведению массы движущегося тела на его ускорение.

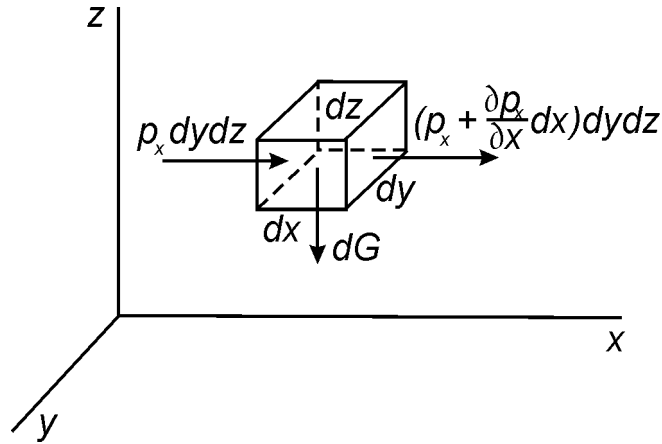


Рис. 1.5. К выводу уравнения движения

Выделим в движущейся жидкости элементарный параллелепипед с гранями $dx dy dz$ (см. рис. 1.5), выразим проекции сил, действующих на него, при этом силу тяжести dG направим по оси z . Получим для осей x , y и z соответственно

$$\begin{aligned}
 p_x dydz - \left(p_x + \frac{\partial p_x}{\partial x} dx \right) dydz &= \rho \frac{Dw_x}{d\tau} dx dy dz, \\
 p_y dx dz - \left(p_y + \frac{\partial p_y}{\partial y} dy \right) dx dz &= \rho \frac{Dw_y}{d\tau} dx dy dz, \\
 -dG + p_z dx dy - \left(p_z + \frac{\partial p_z}{\partial z} dz \right) dx dy &= \rho \frac{Dw_z}{d\tau} dx dy dz.
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

После сокращений и приведения к единице объема получим

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial p_x}{\partial x} &= \rho \frac{Dw_x}{d\tau}, \\
 -\frac{\partial p_y}{\partial y} &= \rho \frac{Dw_y}{d\tau}, \\
 -\gamma - \frac{\partial p_z}{\partial z} &= \rho \frac{Dw_z}{d\tau}.
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Раскрывая полные производные в правой части уравнений (1.35), получим

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial p_x}{\partial x} &= \rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right), \\
-\frac{\partial p_y}{\partial y} &= \rho \left(\frac{\partial w_y}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right), \\
-\gamma - \frac{\partial p_z}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial w_z}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right).
\end{aligned} \tag{1.36}$$

Данная система дифференциальных уравнений называется дифференциальными уравнениями движения Эйлера.

1.7.1. Уравнение Бернулли

Для установившегося режима движения жидкости при условии, что компоненты скорости изменяются только в направлении соответствующих осей, уравнения (1.36) будут иметь вид

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial p_x}{\partial x} &= \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x}, \\
-\frac{\partial p_y}{\partial y} &= \rho w_y \frac{\partial w_y}{\partial y}, \\
-\gamma - \frac{\partial p_z}{\partial z} &= \rho w_z \frac{\partial w_z}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{1.37}$$

Уравнения (1.37) выражают действие сил в точке движущейся жидкости. Чтобы выразить действие сил по всей длине граней параллелепипеда (рис. 1.5), необходимо левые и правые части уравнений (1.37) умножить на длину соответствующих граней. Тогда получим

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial p_x}{\partial x} dx &= \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} dx, \\
-\frac{\partial p_y}{\partial y} dy &= \rho w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} dy, \\
-\gamma dz - \frac{\partial p_z}{\partial z} dz &= \rho w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} dz.
\end{aligned} \tag{1.38}$$

Сложив уравнения (1.38), получим полное изменение действия сил во всем объеме элементарного параллелепипеда:

$$\begin{aligned} & \gamma dz + \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} dx + \frac{\partial p_y}{\partial y} dy + \frac{\partial p_z}{\partial z} dz \right) + \\ & + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} dx + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} dy + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} dz \right) = 0 \end{aligned} \quad (1.39)$$

Выражения, стоящие в скобках, представляют полные дифференциалы давления dP и квадрата скорости, так как в последнем случае любое слагаемое можно представить как

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} dx = d \left(\frac{w_x^2}{2} \right). \quad (1.40)$$

С учетом уравнения (1.40) выражение (1.39) можно записать в форме суммы полных дифференциалов:

$$\gamma dz + dP + \rho d \left(\frac{w^2}{2} \right) = 0. \quad (1.41)$$

Интегралом уравнения (1.41) соответственно будет

$$\gamma z + P + \rho \frac{w^2}{2} = \text{const} \quad (1.42)$$

или

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{const}, \quad (1.43)$$

где z – положение рассматриваемой точки в текущей жидкости относительно уровня сравнения (нивелирная высота), м; P/γ – статический напор в рассматриваемой точке, м; $w^2/2g$ – скоростной или динамический напор в рассматриваемой точке, м.

Уравнение (1.43) и есть уравнение движения в конечном виде, или уравнение Бернулли. Для двух рассматриваемых точек жидкости, расположенных на разных уровнях, уравнение Бернулли записывается в следующем виде:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g}. \quad (1.44)$$

Согласно уравнению Бернулли закон движения жидкости можно интерпретировать:

1) при установившемся движении идеальной жидкости для любой точки потока сумма статического и динамического напоров остается величиной постоянной;

2) при установившемся движении идеальной жидкости в той точке потока, где скорость больше, давление меньше;

3) при установившемся движении идеальной жидкости сумма потенциальной $(z + P/\gamma)$ и кинетической энергии $(w^2/2g)$ остается величиной постоянной.

Хотя уравнение Бернулли получено для ограниченных условий (установившееся движение, жидкость без трения), тем не менее, оно позволяет решать основные задачи движения жидкостей, связывая скорость и давление в потоке.

1.7.2. Уравнение Навье – Стокса

При учете сил трения в дифференциальное уравнение движения жидкости Эйлера необходимо ввести дополнительное слагаемое, которое получаем из уравнения Ньютона. Сила внутреннего трения τ_0 при одномерном движении жидкости на единицу поверхности выражается, по Ньютону, как

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial w_x}{\partial z}. \quad (1.45)$$

Так как в уравнения (1.34) входят проекции действующих сил в движущейся жидкости на соответствующие оси координат, то для силы трения относительно оси z получим выражение

$$-\tau_0 dx dy + \left(\tau_0 + \frac{\partial \tau_0}{\partial z} dz \right) dx dy. \quad (1.46)$$

С учетом (1.45) и (1.46) дифференциальные уравнения неустановившегося движения вязкой жидкости при изменении компонентов скоростей по всем направлениям получим в виде

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p_x}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) &= \rho \frac{Dw_x}{d\tau}, \\ -\frac{\partial p_y}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) &= \rho \frac{Dw_y}{d\tau}, \\ -\gamma - \frac{\partial p_z}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) &= \rho \frac{Dw_z}{d\tau}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Уравнения (1.47) называются уравнениями Навье – Стокса для несжимаемой жидкости.

В общем виде уравнения (1.47) не могут быть решены аналитически, так как невозможно определить граничные условия в неустановившемся движении вязкой жидкости. В то же время эти уравнения описывают ряд явлений в движущихся жидкостях и являются математической моделью этого движения.

ГЛАВА 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ

2.1. Температурное поле

Явление теплопроводности в веществах представляет собой процесс распространения тепловой энергии при непосредственном Кулоновском (электромагнитном) взаимодействии отдельных частиц тела имеющих различные температуры (кинетические энергии). Теплопроводность обусловлена обменом энергией между микрочастицами вещества.

При этом в газах перенос энергии осуществляется за счет диффузии молекул (атомов) и обмена между ними энергией при столкновениях. В жидкостях и диэлектриках тепловая энергия (энергия колебаний атомов) переносится при распространении упругих волн. В металлах перенос энергии в основном осуществляется путем обмена энергией между свободными электронами и передачи энергии от свободных электронов атомам решетки, роль упругих колебаний кристаллической решетки здесь имеет второстепенное значение.

Аналитическая теория теплопроводности игнорирует молекулярное строение вещества и рассматривает вещество как сплошную среду. Такой подход правомерен, если размеры объектов исследования достаточно велики по сравнению с размерами молекул и расстоянием между ними.

Следует указать, что в жидкостях и газах чистая теплопроводность может быть реализована при выполнении условий, исключающих перенос тепла конвекцией.

Всякое физическое явление в общем случае сопровождается изменением в пространстве и времени существенных для данного явления физических величин. Процесс теплопроводности, как и другие виды теплообмена, может иметь место только при условии, что в различных точках тела (или системы тел) температура неодинакова. В общем случае процесс передачи тепла теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры как в пространстве, так и во времени.

Аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры, т. е. к нахождению конкретного вида уравнения

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (2.1)$$

Уравнение (2.1) представляет собой математическое выражение температурного поля. Таким образом, температурное поле есть сово-

купность значений температуры во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени.

Различают стационарные и нестационарные температурные поля. Уравнение (2.1) является записью наиболее общего вида температурного поля, когда температура изменяется с течением времени и от одной точки к другой. Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности и носит название нестационарного температурного поля.

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и такое температурное поле называется стационарным. В этом случае температура является функцией только координат:

$$t = f_1(x, y, z); \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \quad (2.2)$$

Температурное поле, соответствующее уравнениям (2.1) и (2.2), является пространственным, так как температура является функцией трех координат. Если температура есть функция двух координат, то поле называется двумерным:

$$t = f_2(x, y, \tau); \quad \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \quad (2.3)$$

Если температура есть функция одной координаты, то поле называется одномерным:

$$t = f_3(x, \tau); \quad \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \quad (2.4)$$

2.2. Температурный градиент

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, можно получить поверхность равных температур, называемую изотермической. Итак, изотермической поверхностью называется геометрическое место точек в температурном поле, имеющих одинаковую температуру.

Так как одна и та же точка тела не может одновременно иметь различные температуры, то изотермические поверхности не пересекаются. Они либо оканчиваются на поверхности тела, либо целиком располагаются внутри самого тела.

Пересечение изотермических поверхностей плоскостью дает на этой плоскости семейство изотерм. Они обладают теми же свойствами,

что и изотермические поверхности, т. е. не пересекаются, не обрываются внутри тела, оканчиваются на поверхности либо целиком располагаются внутри самого тела.

На рис. 2.1 приведены изотермы, температуры которых отличаются на Δt .

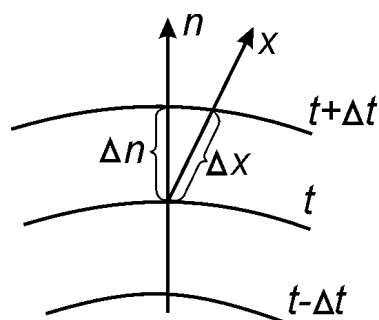


Рис. 2.1. Изотермические поверхности

Температура в теле изменяется только в направлениях, пересекающих изотермические поверхности. При этом наибольший перепад температуры на единицу длины происходит в направлении нормали к изотермической поверхности.

Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется градиентом температуры. Градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению, т. е.

$$\text{grad } t = n_0 \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (2.5)$$

где n_0 – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температур; $\partial t / \partial n$ – производная температуры по нормали n .

Скалярная величина температурного градиента $\partial t / \partial n$ не одинакова для различных точек изотермической поверхности. Она больше там, где расстояние Δn между изотермическими поверхностями меньше.

Величина $\partial t / \partial n$ в направлении убывания температуры отрицательна.

Проекции вектора $\text{grad } t$ на координатные оси ox , oy , oz будут равны:

$$\left. \begin{aligned} (\text{grad } t)_x &= \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, x) = \frac{\partial t}{\partial x}; \\ (\text{grad } t)_y &= \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, y) = \frac{\partial t}{\partial y}; \\ (\text{grad } t)_z &= \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, z) = \frac{\partial t}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

2.3. Тепловой поток. Закон Фурье

Необходимым условием распространения тепла в сплошной среде является неравномерность распределения температуры в рассматриваемой среде. Таким образом, для передачи энергии теплопроводностью необходимо неравенство нулю температурного градиента хотя бы в одной точке тела.

Согласно гипотезе Фурье количество тепла dQ [Дж], проходящее через элемент изотермической поверхности dF за промежуток времени $d\tau$, пропорционально температурному градиенту $\partial t / \partial n$:

$$dQ = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau. \quad (2.7)$$

Опытным, путем установлено, что коэффициент пропорциональности в уравнении (2.7) есть физический параметр вещества. Он характеризует способность вещества проводить тепло и называется коэффициентом теплопроводности.

Количество тепла, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности $q = dQ / dF d\tau$ [Вт/м²], называется плотностью теплового потока. Плотность теплового потока есть вектор, определяемый соотношением

$$q = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (2.8)$$

Вектор плотности теплового потока q направлен по нормали к изотермической поверхности. Его положительное направление совпадает с направлением убывания температуры, так как тепло всегда передается от более горячих частей тела к холодным. Таким образом, векторы q и $\text{grad } t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны. Это и объясняет наличие знака минус в правых частях уравнений (2.7) и (2.8).

Скалярная величина вектора плотности теплового потока будет равна:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (2.9)$$

Многочисленные опыты подтвердили справедливость гипотезы Фурье, поэтому уравнение (2.8) является математической записью основного закона теплопроводности, который формулируется следующим образом: плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры.

Количество тепла, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность F , называется тепловым потоком Q [Вт]. Если градиент температуры для различных точек изотермической поверхности различный, то количество тепла, которое пройдет через всю изотермическую поверхность в единицу времени, определяется как

$$Q = \int_F q dF = - \int_F \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF, \quad (2.10)$$

где dF – элемент изотермической поверхности.

2.4. Коэффициент теплопроводности

Как было сказано, коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества. В общем случае коэффициент теплопроводности зависит от температуры, давления и состояния вещества. В большинстве случаев коэффициент теплопроводности для различных материалов определяется опытным путем. Известен ряд методов экспериментального определения коэффициента теплопроводности [3, 4]. Большинство из них основано на измерении теплового потока и градиента температур в заданном веществе. Коэффициент теплопроводности при этом определяется из соотношения

$$\lambda = \frac{|q|}{|\text{grad } t|}, \text{ [Вт/м}\cdot\text{К]}. \quad (2.11)$$

Из уравнения (2.11) следует, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству тепла, которое проходит в единицу времени через единицу изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице.

Так как тела могут иметь различную температуру, а при наличии теплообмена и в самом теле температура будет распределена неравно-

мерно, то в первую очередь важно знать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Опыты показывают, что для многих материалов с достаточной для практики точностью зависимость коэффициента теплопроводности от температуры можно принять линейной:

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(t - t_0)], \quad (2.12)$$

где λ_0 – значение коэффициента теплопроводности при температуре t_0 ; b – постоянная, определяемая опытным путем.

2.4.1. Теплопроводность газов

Согласно кинетической теории вещества перенос тепла теплопроводностью в газах при обычных давлениях и температурах определяется переносом кинетической энергии молекулярного движения в результате хаотического движения и столкновения отдельных молекул газа. При этом коэффициент теплопроводности определяется соотношением

$$\lambda = 1/3 \bar{w} \bar{l} c_v \rho, \quad (2.13)$$

где \bar{w} – средняя скорость перемещения молекул газа; \bar{l} – средняя длина свободного пробега молекул газа между их соударениями; c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа.

С увеличением давления в равной мере увеличивается ρ и уменьшается \bar{l} , а произведение $\bar{l} \cdot \rho$ сохраняется постоянным. Поэтому коэффициент теплопроводности мало изменяется в зависимости от давления.

Средняя скорость перемещения молекул газа зависит от температуры:

$$\bar{w} = \sqrt{\frac{3R_\mu T}{\mu}},$$

где R_μ – универсальная газовая постоянная, равная 8314,2 Дж/(К·моль); μ – молекулярная масса газа; T – температура, К.

Теплоемкость газов возрастает с повышением температуры. Сказанным объясняется тот факт, что коэффициент теплопроводности для газов с повышением температуры возрастает.

Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах значений от 0.006 до 0.6 Вт/(м·К).

Среди газов своим высоким коэффициентом теплопроводности резко выделяются гелий и водород. Коэффициент теплопроводности у них в (5 ÷ 10) раз больше, чем у других газов [5]. Молекулы гелия и во-

дорода обладают малой массой, а следовательно, имеют большую среднюю скорость перемещения при одинаковом значении температуры, чем и объясняется их высокий коэффициент теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности водяного пара и других реальных газов, существенно отличающихся от идеальных, сильно зависят также от давления.

Для газовых смесей коэффициент теплопроводности не может быть определен по закону аддитивности, его нужно определять опытным путем.

2.4.2. Теплопроводность жидкостей

Механизм распространения тепла в капельных жидкостях можно представить как перенос энергии путем нестройных упругих колебаний. Такое теоретическое представление о механизме передачи тепла в жидкостях, выдвинутое А.С. Предводителевым, было использовано Н.Б. Варгафтиком для описания опытных данных по теплопроводности различных жидкостей. Для большинства жидкостей теория нашла хорошее подтверждение.

На основании этой теории была получена формула для коэффициента теплопроводности, имеющая следующий вид:

$$\lambda = A \frac{c_p \rho^{4/3}}{\mu^{1/3}}, \quad (2.14)$$

где c_p – теплоемкость жидкости при постоянном давлении; ρ – плотность жидкости; μ – молекулярная масса.

Коэффициент A , пропорциональный скорости распространения упругих волн в жидкости, не зависит от природы жидкости, но зависит от температуры; при этом произведение $A \cdot c_p = \text{const}$.

Так как плотность жидкости с повышением температуры убывает, то из уравнения (2.14) следует, что для жидкостей с постоянной молекулярной массой с повышением температуры коэффициент теплопроводности должен уменьшаться.

Опыты показали, что для большинства жидкостей с повышением температуры коэффициент теплопроводности λ убывает, исключение составляют вода и глицерин. Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей находится примерно в пределах от 0.07 до 0.7 Вт/(м·К).

При повышении давления коэффициенты теплопроводности жидкостей возрастают.

2.4.3. Теплопроводность твердых тел

В металлах основным передатчиком тепла являются свободные электроны, которые можно уподобить идеальному одноатомному газу. Передача тепла при помощи колебательных движений атомов или в виде упругих звуковых волн не исключается, но ее доля незначительна по сравнению с переносом энергии электронным газом. Вследствие движения свободных электронов происходит выравнивание температуры во всех точках нагревающегося или охлаждающегося металла. Свободные электроны движутся как из областей, более нагретых, в области, менее нагретые, так и в обратном направлении. В первом случае они отдают энергию атомам, во втором отбирают. Так как в металлах носителями тепловой и электрической энергии являются электроны, то коэффициенты теплопроводности и электропроводности пропорциональны друг другу. При повышении температуры вследствие усиления колебательных движений атомов рассеивание электронов на них увеличивается. Это влечет за собой уменьшение коэффициентов тепло- и электропроводности чистых металлов.

При наличии разного рода примесей коэффициент теплопроводности металлов резко убывает. Это можно объяснить увеличением структурных неоднородностей, которые приводят к рассеиванию электронов. Так, например, для чистой меди $\lambda = 396 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, а для меди со следами мышьяка $\lambda = 142 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

В отличие от чистых металлов коэффициенты теплопроводности сплавов при повышении температуры увеличиваются.

Твердые тела – диэлектрики (неметаллы).

В диэлектриках с повышением температуры коэффициент теплопроводности обычно увеличивается. Как правило, для материалов с большей объемной плотностью коэффициент теплопроводности имеет более высокое значение. Он зависит также от структуры материала, его пористости и влажности.

Многие строительные и теплоизоляционные материалы имеют пористое строение (кирпич, бетон, асбест, шлак и др.), и применение закона Фурье к таким телам является в известной мере условным. Наличие пор в материале не позволяет рассматривать такие тела как сплошную среду.

Условной является также величина коэффициента теплопроводности пористого материала. Эта величина имеет смысл коэффициента теплопроводности некоторого однородного тела, через которое при одинаковых форме, размерах и температурах на границах проходит то же количество тепла, что и через данное пористое тело [6].

Коэффициент теплопроводности порошкообразных и пористых тел сильно зависит от их объемной плотности. Например, при возрастании ρ от 400 до 800 кг/м³ коэффициент теплопроводности асбеста увеличивается от 0.105 до 0.248 Вт/(м·К). Такое влияние ρ на коэффициент теплопроводности объясняется тем, что λ заполняющего поры воздуха значительно меньше, чем λ твердых компонентов пористого материала.

Эффективный коэффициент теплопроводности пористых материалов сильно зависит также от влажности. Для влажного материала коэффициент теплопроводности значительно больше, чем для сухого материала и воды в отдельности. Например, для сухого кирпича $\lambda = 0.35$ Вт/(м·К), для воды $\lambda = 0.6$ Вт/(м·К), а для влажного кирпича $\lambda = 1.0$ Вт/(м·К). Этот эффект может быть объяснен конвективным переносом тепла, возникающим благодаря капиллярному движению воды внутри пористого материала, и частично тем, что абсорбционно связанная влага имеет другие характеристики по сравнению со свободной водой.

Увеличение коэффициента теплопроводности зернистых материалов с изменением температуры можно объяснить тем, что с повышением температуры возрастает теплопроводность среды, заполняющей промежутки между зёрнами, а также увеличивается теплопередача излучением внутри зернистого массива.

2.5. Теплопроводность при стационарном режиме ($q_v = 0$)

2.5.1. Передача тепла через плоскую стенку

При установившемся, или стационарном, тепловом режиме температура тела во времени остается постоянной, т. е. $\partial t / \partial \tau = 0$.

При этом дифференциальное уравнение теплопроводности будет иметь вид:

$$\lambda \nabla^2 t + q_v = 0. \quad (2.15)$$

Если внутренние источники тепла отсутствуют ($q_v = 0$), то уравнение (2.15) упростится и примет вид:

$$\nabla^2 t = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (2.16)$$

а) Граничные условия первого рода.

Рассмотрим однородную и изотропную стенку толщиной δ с по-

стоянным коэффициентом теплопроводности λ . На наружных поверхностях стенки поддерживаются постоянными температуры t_{c1} и t_{c2} .

При заданных условиях температура будет изменяться только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки. Если ось ox направить, как показано на рис. 2.2, то температура в направлении осей oy и oz будет оставаться постоянной, т. е.

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

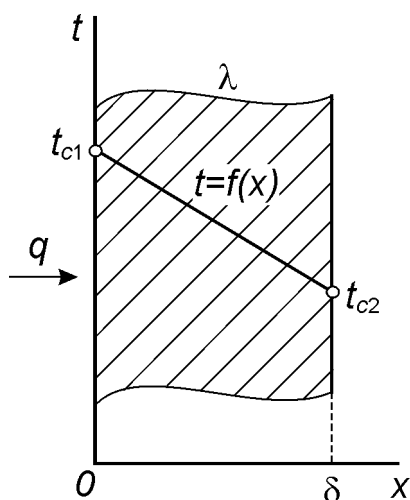


Рис. 2.2. Однородная плоская стенка

В связи с этим дифференциальное уравнение теплопроводности для рассматриваемого случая запишется в виде

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0. \quad (2.17)$$

Граничные условия в рассматриваемой задаче зададим следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x = 0 \quad t = t_{c1}; \\ \text{при } x = \delta \quad t = t_{c2}. \end{array} \right\} \quad (2.18)$$

Уравнение (2.17) и условия (2.18) дают полную математическую формулировку рассматриваемой задачи.

В результате решения поставленной задачи должно быть найдено распределение температуры в плоской стенке, т. е. $t = f(x)$, и получена формула для определения количества тепла, проходящего в единицу времени через стенку.

Закон распределения температур по толщине стенки найдется в результате двойного интегрирования уравнения (2.17)

Первое интегрирование дает:

$$\frac{dt}{dx} = C_1. \quad (2.19)$$

После второго интегрирования получим:

$$t = C_1 x + C_2. \quad (2.20)$$

Из уравнения (2.20) следует, что при постоянном коэффициенте теплопроводности температура в стенке изменяется по линейному закону.

Постоянные C_1 и C_2 в уравнении (2.20) определяются из граничных условий:

при $x = 0$ $t = t_{c1}$, следовательно $C_2 = t_{c1}$;

при $x = \delta$ $t = t_{c2}$, следовательно $C_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}$.

Подставляя значения постоянных C_1 и C_2 в уравнение (2.20), получаем закон распределения температуры в рассматриваемой плоской стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x. \quad (2.21)$$

Для определения количества тепла, проходящего через единицу поверхности стенки в единицу времени в направлении оси ox , воспользуемся законом Фурье, согласно которому

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}.$$

Учитывая, что $\frac{\partial t}{\partial x} = C_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}$, после подстановки значения $\partial t / \partial x$ в выражение закона Фурье получаем:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}). \quad (2.22)$$

Из уравнения (2.22) следует, что количество тепла, проходящего через единицу поверхности стенки в единицу времени, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ и разности температур на наружных поверхностях стенки и обратно пропорционально толщине

стенки δ . Следует указать, что тепловой поток определяется не абсолютным значением температур, а их разностью $\Delta t = t_{c1} - t_{c2}$, которую принято называть температурным напором.

Отношение λ/δ называется тепловой проводимостью стенки, а обратная величина δ/λ [$\text{м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$] – тепловым или термическим сопротивлением стенки. Последнее представляет собой падение температуры в стенке на единицу плотности теплового потока. Зная удельный тепловой поток, легко вычислить общее количество тепла, которое передается через поверхность стенки величиной F за промежуток времени τ .

$$Q = qF\tau. \quad (2.23)$$

Рассмотрим теплопроводность многослойной плоской стенки, состоящей из n однородных слоев. Примем, что контакт между слоями совершенный и температура на соприкасающихся поверхностях двух слоев одинакова.

При стационарном режиме тепловой поток, проходящий через любую изотермическую поверхность неоднородной стенки, один и тот же, т. е.

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0.$$

При заданных температурах на внешних поверхностях такой стенки, заданных размерах слоев и соответственно коэффициентах теплопроводности можно составить систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{c1} - t_{c2}); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{c2} - t_{c3}); \\ &\dots\dots\dots \\ q &= \frac{\lambda_n}{\delta_n}(t_{cn} - t_{c(n+1)}). \end{aligned} \right\}$$

Определив температурные напоры в каждом слое, сложив левые и правые части уравнений, получим:

$$t_{c1} - t_{c(n+1)} = q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right).$$

Отсюда плотность теплового потока

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (2.24)$$

Величина $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$, равная сумме тепловых сопротивлений всех n слоев, называется полным тепловым или термическим сопротивлением теплопроводности многослойной стенки.

При рассмотрении переноса тепла через многослойную стенку и стенку из однородного материала удобно ввести в рассмотрение эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{экв}}$ многослойной стенки, который равен

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (2.25)$$

Из уравнения (2.25) следует, что эквивалентный коэффициент теплопроводности зависит не только от теплофизических свойств слоев, но и от их толщины.

б) Граничные условия третьего рода (теплопередача).

Передача тепла от одной подвижной среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется теплопередачей. Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

Рассмотрим теплопередачу через однородную и многослойную плоские стенки.

Пусть плоская однородная стенка имеет толщину δ (рис. 2.3). Заданы коэффициент теплопроводности стенки λ , температуры окружающей среды $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, а также коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 ; будем считать, что величины $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1 и α_2 постоянны и не меняются вдоль поверхности. Это позволяет рассматривать изменение температуры жидкостей и стенки только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки.

При заданных условиях необходимо найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной и температуры на поверхностях стенки.

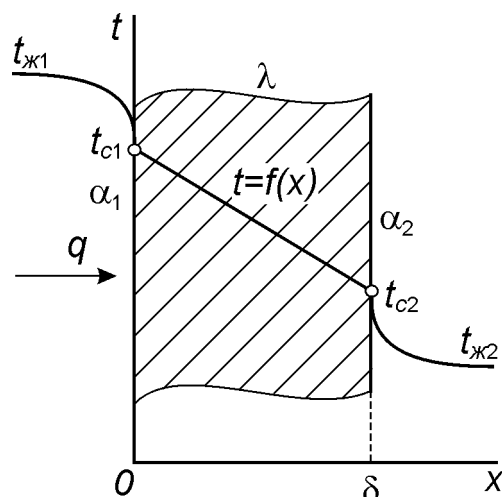


Рис. 2.3. Теплопередача через плоскую однородную стенку

Удельный тепловой поток от горячей жидкости к стенке определяется уравнением

$$q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}). \quad (2.26)$$

При стационарном тепловом режиме тот же тепловой поток пройдет путем теплопроводности через твердую стенку:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}). \quad (2.27)$$

Тот же тепловой поток передается от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи

$$q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \quad (2.28)$$

Сложив уравнения (2.26)–(2.28) получим, получим:

$$q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = t_{ж1} - t_{ж2}.$$

Отсюда

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.29)$$

Введем обозначение:

$$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k. \quad (2.30)$$

С учетом (2.30) уравнение (2.29) можно записать в следующем виде:

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}). \quad (2.31)$$

Величина k имеет ту же размерность, что и α , и называется коэффициентом теплопередачи. Коэффициент теплопередачи k характеризует интенсивность передачи тепла от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству тепла, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между жидкостями в 1 К.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется полным термическим сопротивлением.

Полное термическое сопротивление однослойной стенки запишется:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (2.32)$$

Из (2.32) видно, что полное термическое сопротивление складывается из частных термических сопротивлений $1/\alpha_1$, δ/λ и $1/\alpha_2$, где $1/\alpha_1 = R_1$ – термическое сопротивление теплоотдачи от горячей жидкости к поверхности стенки; $\delta/\lambda = R_c$ – термическое сопротивление теплопроводности стенки; $1/\alpha_2 = R_2$ – термическое сопротивление теплоотдачи от поверхности стенки к холодной жидкости.

Поскольку общее термическое сопротивление состоит из частных термических сопротивлений, то совершенно очевидно, что в случае многослойной стенки нужно учитывать термическое сопротивление каждого слоя. Полное термическое сопротивление теплопередачи через многослойную стенку при этом равно:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (2.33)$$

Удельный тепловой поток через многослойную стенку, состоящую из n слоев, будет равен:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.34)$$

Уравнение (2.34) для многослойной стенки подобно уравнению (2.31) для однородной плоской стенки. Различие заключается в выражениях для коэффициентов теплопередачи k . При сравнении уравнений (2.32) и (2.33) видно, что соотношение (2.32) является частным случаем уравнения (2.33) при $n = 1$.

Тепловой поток через поверхность F твердой стенки

$$Q = qF = k\Delta tF. \quad (2.35)$$

Температуры поверхностей однородной стенки можно найти из следующих уравнений:

$$t_{c1} = t_{ж1} - q/\alpha_1;$$

$$t_{c2} = t_{ж1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda}\right); \quad \text{или} \quad t_{c2} = t_{ж2} + q/\alpha_2.$$

Из сопоставления уравнений (2.24) и (2.34) следует, что передача тепла через многослойную стенку при граничных условиях первого рода является частным случаем более общего случая передачи тепла при граничных условиях третьего рода.

На основании сказанного температура на границе любых двух слоев i и $i + 1$ при граничных условиях третьего рода может быть определена по уравнению

$$t_{c(i+1)} = t_{ж1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^i \frac{\delta_i}{\lambda_i}\right). \quad (2.36)$$

2.5.2. Передача тепла через цилиндрическую стенку

Рассматриваемая задача соответствует случаям оболочки тепловыделяющего элемента и трубы технологического канала ядерного реактора.

а) Граничные условия первого рода.

Рассмотрим стационарный процесс теплопроводности в цилиндрической оболочке (трубе) с внутренним диаметром $d_1 = 2r_1$ и наружным диаметром $d_2 = 2r_2$ (рис. 2.4).

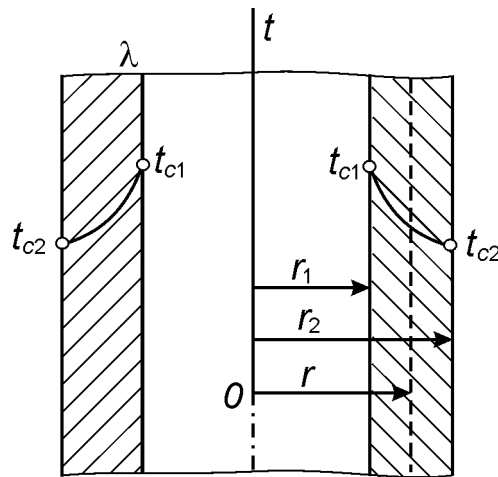


Рис. 2.4. Теплопроводность цилиндрической стенки

На поверхностях стенки заданы постоянные температуры t_{c1} и t_{c2} . В заданном интервале температур коэффициент теплопроводности материала стенки λ является постоянной величиной. Необходимо найти распределение температур в цилиндрической стенке и тепловой поток через нее.

В рассматриваемом случае дифференциальное уравнение теплопроводности удобно записать в цилиндрической системе координат:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (2.37)$$

При этом ось oz совмещена с осью трубы.

При заданных условиях температура изменяется только в радиальном направлении, температурное поле – одномерное. Поэтому

$$\frac{\partial t}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0.$$

Кроме того, так как температуры на наружной и внутренней поверхностях трубы неизменны, изотермические поверхности являются цилиндрическими, имеющими с трубой общую ось. Тогда температура не должна изменяться также вдоль φ , т. е.

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0.$$

С учетом этого уравнение (2.37) примет вид:

$$\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (2.38)$$

Граничные условия

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } r = r_1 \quad t = t_{c1}, \\ \text{при } r = r_2 \quad t = t_{c2}. \end{array} \right\} \quad (2.39)$$

Если решить уравнение (2.38) совместно с (2.39), то получим уравнение температурного поля в цилиндрической стенке:

$$t(r) = t_{c1} - (t_{c1} - t_{c2}) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.40)$$

Полученное выражение представляет собой уравнение логарифмической кривой. То обстоятельство, что распределение температуры в цилиндрической стенке является криволинейным, можно объяснить следующим.

В случае плоской стенки удельный тепловой поток остается одинаковым для всех изотермических поверхностей. По этой причине градиент температуры сохраняет для всех изотермических поверхностей постоянную величину. В случае цилиндрической стенки плотность теплового потока через любую изотермическую поверхность будет величиной переменной, так как величина поверхности зависит от радиуса.

Для нахождения количества тепла, проходящего через цилиндрическую поверхность величиной F в единицу времени, можно воспользоваться законом Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F.$$

Учитывая, что $F = 2\pi r l$, получаем:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l (t_{c1} - t_{c2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.41)$$

Из уравнения (2.41) следует, что количество тепла, проходящее через цилиндрическую стенку в единицу времени, полностью определяется заданными граничными условиями и не зависит от радиуса.

Тепловой поток (2.41) может быть отнесен либо к единице длины трубы, либо к единице внутренней или внешней ее поверхности. При

этом расчетные формулы для удельных тепловых потоков принимают вид:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{2\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2 \quad (2.42)$$

(тепловой поток через единицу внутренней поверхности);

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{2\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{d_2 \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2 \quad (2.43)$$

(тепловой поток через единицу наружной поверхности);

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м} \quad (2.44)$$

(поток тепла, проходящий через единицу длины трубы).

Рассмотрим теплопроводность многослойной цилиндрической стенки, состоящей из n однородных слоев. Примем, что контакт между слоями совершенный и температура на соприкасающихся поверхностях соседних слоев одинакова. Заданы температуры на внешних поверхностях стенки, коэффициенты теплопроводности и толщина слоев.

При стационарном режиме линейная плотность теплового потока q_l не меняется по толщине стенки и определяется по формуле:

$$q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c(n+1)})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \quad (2.45)$$

Величина $\frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}$ имеет размерность [м·К/Вт] и называется ли-

нейным термическим сопротивлением отдельного цилиндрического слоя, а величина

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}$$

представляет собой термическое сопротивление всех слоев и называется полным линейным термическим сопротивлением теплопроводности многослойной цилиндрической стенки.

Понятие об эквивалентном коэффициенте теплопроводности для цилиндрической стенки принципиально не отличается от такого же понятия для многослойной плоской, поэтому

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{\ln \frac{d_{n+1}}{d_1}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \quad (2.46)$$

После того как определена линейная плотность теплового потока, из уравнений легко вычислить и температуру на границе любых двух слоев:

$$t_{c2} = t_{c1} - \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1};$$

$$t_{c3} = t_{c1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} \right)$$

и $t_{c(i+1)}$ для любого слоя:

$$t_{c(i+1)} = t_{c1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\sum_{i=1}^i \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right). \quad (2.47)$$

Внутри любого слоя температура изменяется по логарифмической кривой. Вычислив температуру на границе любого слоя по уравнению (2.47), распределение температуры внутри слоя можно найти по формуле (2.40).

б) Граничные условия третьего рода (теплопередача).

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) с постоянным коэффициентом теплопроводности. Заданы постоянные температуры подвижных сред $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ и постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы α_1 и α_2 (рис. 2.5).

Необходимо найти q_l и t_c . Будем полагать, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями тепла с торцов трубы можно пренебречь и при установившемся тепловом режиме количество тепла, которое будет передаваться от горячей среды к поверхности стенки, проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости, будет одно и то же. Следовательно, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

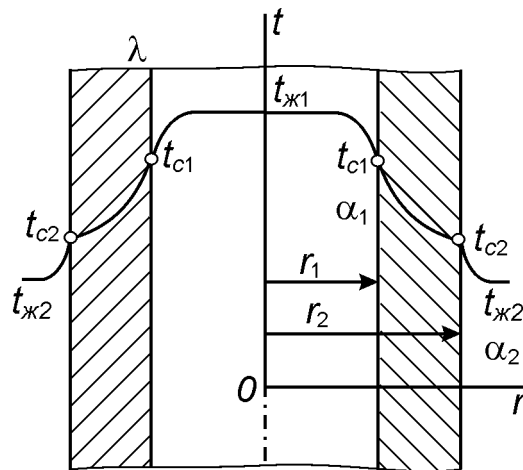


Рис. 2.5. Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку

Выражая температурный напор в (2.48) и складывая уравнения, получаем:

$$t_{ж1} - t_{ж2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right).$$

Отсюда следует:

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \quad (2.49)$$

Введем обозначение:

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}. \quad (2.50)$$

С учетом (2.50) уравнение (2.49) запишется:

$$q_l = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}).$$

Величина k_l называется линейным коэффициентом теплопередачи. Она характеризует интенсивность передачи тепла от одной подвижной среды к другой через разделяющую их стенку. Величина k_l , численно равна количеству тепла, которое проходит через стенку трубы длиной в 1 м в единицу времени от одной среды к другой при разности температур между ними в 1 К.

Величина $R_l = 1/k_l$, обратная коэффициенту теплопередачи, называется линейным термическим сопротивлением. Она равна:

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \quad (2.51)$$

Отдельные составляющие полного термического сопротивления представляют собой:

$1/\alpha_1 d_1$ и $1/\alpha_2 d_2$ – тепловые сопротивления теплоотдачи на соответствующих поверхностях, которые обозначаются как R_{l1} и R_{l2} соответственно;

$\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$ – тепловое сопротивление теплопроводности стенки, ко-

торое обозначается через R_{lc} .

Следует отметить, что линейные термические сопротивления теплоотдачи для трубы определяются не только коэффициентами теплоотдачи α_1 и α_2 , но и соответствующими диаметрами.

На практике часто встречаются цилиндры, толщина стенок которых мала по сравнению с диаметром. В этом случае при расчетах можно пользоваться формулами как для плоской стенки. При этом если $d_2/d_1 < 2$, то погрешность расчета не превышает 4 %. Для многих технических расчетов ошибка, не превышающая 4 %, вполне допустима. Обычно в инженерных расчетах, если $d_2/d_1 \leq 1.8$, пользуются формулой (2.29), в которой δ – толщина цилиндрической стенки.

В случае теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку пользуются следующей формулой:

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}. \quad (2.52)$$

Температура на границе любых двух слоев i и $i + 1$ при граничных условиях третьего рода может быть определена по уравнению

$$t_{c(i+1)} = t_{жс1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^i \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right). \quad (2.53)$$

2.5.3. Передача тепла через шаровую стенку

а) Граничные условия первого рода.

Пусть имеется полый шар с радиусами r_1 и r_2 , постоянным коэффициентом теплопроводности λ и с заданными равномерно распределенными температурами поверхностей t_{c1} и t_{c2} . Толщина шаровой стенки $\delta = r_2 - r_1$.

Так как в рассматриваемом случае температура изменяется только в радиальном направлении, то дифференциальное уравнение теплопроводности в сферических координатах принимает вид:

$$\nabla^2 t = \frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (2.54)$$

Граничные условия запишутся:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } r = r_1 \quad t = t_{c1}; \\ \text{при } r = r_2 \quad t = t_{c2}. \end{array} \right\} \quad (2.55)$$

Решением уравнений (2.54) и (2.55) будет уравнение температурного поля в шаровой стенке:

$$t(r) = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right), \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.56)$$

Для нахождения количества тепла, проходящего через шаровую поверхность величиной F в единицу времени, можно воспользоваться законом Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda \cdot 4\pi r^2 \frac{dt}{dr}.$$

Если в это выражение подставить значение градиента температуры, то получим:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi\lambda \frac{d_1 d_2}{\delta} \Delta t. \quad (2.57)$$

Из уравнения (2.56) следует, что при постоянном коэффициенте теплопроводности λ температура в шаровой стенке описывается гиперболическим законом.

б) Граничные условия третьего рода (теплопередача).

При заданных граничных условиях третьего рода, кроме r_1 и r_2 , будут известны $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, а также коэффициенты теплоотдачи на поверхности шаровой стенки α_1 и α_2 . Величины $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1 , α_2 предполагаются постоянными во времени.

Поскольку процесс стационарный и полный тепловой поток будет постоянным для всех изотермических поверхностей, то можно записать:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1^2 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{c1} - t_{c2});$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_2^2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Из этих уравнений следует, что

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}}. \quad (2.58)$$

2.6. Теплопроводность при наличии внутренних источников тепла

В ряде случаев внутри объектов исследования могут протекать процессы, в результате которых будет выделяться или поглощаться тепло. Примерами таких процессов могут служить: объемное выделение тепла в тепловыделяющих элементах ядерных реакторов вследствие торможения осколков деления ядер горючего; выделение джоулева тепла при прохождении электрического тока по проводникам; выделение или поглощение тепла при протекании ряда химических реакций и т. д.

При исследовании переноса тепла в таких случаях важно знать интенсивность объемного выделения (поглощения) тепла, которая количественно характеризуется плотностью объемного тепловыделения q_v [Вт/м³].

В зависимости от особенностей изменения величины в пространстве можно говорить о точечных, линейных, поверхностных и объемных источниках тепла.

Для стационарного режима $\partial t / \partial \tau = 0$ дифференциальное уравнение теплопроводности (1.27) при наличии источников тепла имеет вид:

$$\nabla^2 t + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (2.59)$$

2.6.1. Теплопроводность однородной пластины

Рассмотрим длинную пластину, толщина которой 2δ – величина малая по сравнению с двумя другими размерами. Рассматриваемая задача соответствует случаю плоского тепловыделяющего элемента без оболочки.

Источники тепла равномерно распределены по всему объему и $q_v = \text{const}$. Заданы коэффициенты теплоотдачи α и температура жидкости вдали от пластины $t_{жс}$, причем $\alpha = \text{const}$ и $t_{жс} = \text{const}$. Благодаря равномерному охлаждению температуры обеих поверхностей пластины одинаковы. При указанных условиях температура пластины будет изменяться только вдоль оси x , направленной нормально к поверхности тела.

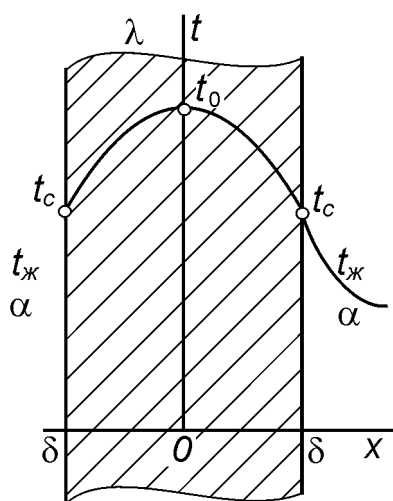


Рис. 2.6. Теплопроводность плоской пластины при наличии внутренних источников тепла

Температуры на оси пластины и на ее поверхности обозначим соответственно через t_0 и t_c ; эти температуры неизвестны (рис. 2.6). Кроме того, необходимо найти распределение температуры в пластине и количество тепла, отданного в окружающую среду.

Дифференциальное уравнение (2.59) в рассматриваемом случае упрощается и принимает вид:

$$\frac{d^2t}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (2.60)$$

Граничные условия:

$$\text{при } x = \pm\delta \quad \pm\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm\delta} = \alpha(t_c - t_{жс}).$$

Поскольку граничные условия для обеих сторон пластины одинаковы, температурное поле внутри пластины должно быть симметричным относительно плоскости $x = 0$. Тепло с одинаковой интенсивностью отводится через левую и правую поверхности тела. Одинаково и тепловыделение в обеих половинах пластины. Это означает, что можно далее рассматривать лишь одну половину пластины, например правую (см. рис. 2.6), и записать граничные условия для нее в виде

$$\left. \begin{array}{l} x = 0; \quad \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = 0; \\ x = \delta; \quad -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta} = \alpha(t_c - t_{жс}). \end{array} \right\} \quad (2.61)$$

После интегрирования (2.60) получим:

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_v x}{\lambda} + C_1; \quad (2.62)$$

$$t = -\frac{q_v}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2. \quad (2.63)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий (2.61)

$$C_1 = 0, \quad C_2 = t_{жс} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}.$$

Подставив значения постоянных C_1 и C_2 в выражение (2.63), найдем уравнение температурного поля:

$$t(x) = t_{жс} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v}{2\lambda} (\delta^2 - x^2), \quad -\delta \leq x \leq \delta. \quad (2.64)$$

В рассматриваемой задаче тепловой поток изменяется вдоль оси x :

$$q = q_v x.$$

При $x = 0$ тепловой поток равен нулю ($q = 0$). Тепловой поток с единицы поверхности пластины при $x = \delta$

$$q = \alpha(t_c - t_{жс}) = q_v \delta \quad (2.65)$$

и общее количество тепла, отданное всей поверхностью в единицу времени (вся поверхность F равна двум боковым поверхностям F_1),

$$Q = qF = q_v \delta 2F_1. \quad (2.66)$$

Из уравнения (2.64) следует, что температура в плоской стенке при наличии симметрии распределяется по параболическому закону.

Если в уравнении (2.64) положить $\alpha = \infty$, то полученное выражение будет представлять температурное поле для граничных условий первого рода, т. к. при $\alpha = \infty$ $t_{жс} \equiv t_c$.

С учетом сказанного уравнение (2.64) принимает вид:

$$t(x) = t_c + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2), \quad -\delta \leq x \leq \delta. \quad (2.67)$$

При этом температура на плоскости симметрии пластины ($x = 0$)

$$t_0 = t_c + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda},$$

а перепад температур между плоскостью симметрии стенки и ее поверхностью равен:

$$t_0 - t_c = \frac{q_v}{2\lambda} \delta^2 = \frac{q\delta}{2\lambda}. \quad (2.68)$$

До сих пор мы полагали, что коэффициент теплопроводности материала стенки постоянен. При больших перепадах температур может возникнуть необходимость в учете зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Часто эта зависимость имеет линейный характер, т. е.

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt).$$

Тогда

$$q_v x = -\lambda_0(1 + bt) \frac{dt}{dx}.$$

Разделяя переменные и интегрируя последнее уравнение, получаем:

$$t + b \frac{t^2}{2} = -\frac{1}{\lambda_0} \frac{q_v x^2}{2} + C.$$

Положим, что при $x = 0$ $t = t_0$, тогда из последнего уравнения следует, что

$$C = t_0 + \frac{b}{2} t_0^2.$$

Подставляя найденное значение C в выражение для распределения температуры и решая квадратное уравнение относительно t , получаем следующее уравнение температурной кривой:

$$t(x) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b}\right)^2 - \frac{q_v x^2}{\lambda_0 b}}, \quad -\delta \leq x \leq \delta. \quad (2.69)$$

2.6.2. Теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Рассмотрим круглый цилиндр (рис. 2.7), радиус которого мал по сравнению с длиной. При этих условиях температура будет изменяться только вдоль радиуса. Рассматриваемая задача соответствует случаю цилиндрического тепловыделяющего элемента без оболочки (длинный топливный стержень или столб цилиндрических топливных таблеток).

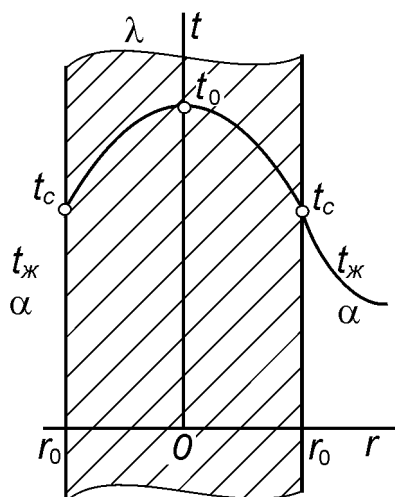


Рис. 2.7. Теплопроводность однородного цилиндрического стержня при наличии внутренних источников тепла

Внутренние источники тепла равномерно распределены по объему тела. Заданы температура окружающей среды $t_{жс} = \text{const}$ и постоянный по всей поверхности коэффициент теплоотдачи.

При этих условиях температура во всех точках внешней поверхности цилиндра будет одинакова.

Для цилиндра, как и для пластины, задача будет одномерной и симметричной. Уравнение (2.59) при этом имеет вид:

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (2.70)$$

Граничные условия:

$$\left. \begin{array}{l} r = 0; \quad \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=0} = 0; \\ r = r_0; \quad -\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_0} = \alpha (t_c - t_{жс}). \end{array} \right\} \quad (2.71)$$

Необходимо найти уравнение температурного поля и тепловой поток, а также значения температур на оси t_0 и на поверхности t_c .

Проинтегрировав уравнение (2.70) и найдя константы C_1 и C_2 получим уравнение распределения температуры в стержне:

$$t(r) = t_{жс} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v}{4\lambda} (r_0^2 - r^2), \quad 0 \leq r \leq r_0. \quad (2.72)$$

Полученное уравнение дает возможность вычислить температуру в любой точке внутри цилиндрического стержня и на его поверхности. Оно показывает, что распределение температуры в круглом стержне подчиняется параболическому закону.

Из уравнения (2.72) при $r = 0$ определяется температура на оси цилиндра:

$$t_0 = t_{жс} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}. \quad (2.73)$$

Удельный тепловой поток с единицы поверхности стержня

$$q = \alpha (t_c - t_{жс}) = \frac{q_v r_0}{2}. \quad (2.74)$$

Полный тепловой поток с поверхности цилиндра:

$$Q = qF = q_v \pi r_0^2 l. \quad (2.75)$$

Из уравнения (2.74) следует, что плотность теплового потока зависит только от производительности внутренних источников и от величины внешней поверхности r_0 , через которую проходит тепловой поток.

Пусть теперь заданы граничные условия первого рода, т. е. температура поверхности цилиндра t_c . Эти условия соответствуют частному случаю предыдущей задачи, если полагать, что коэффициент теплоотдачи имеет бесконечное значение: $\alpha = \infty$. При этом, очевидно $t_{\text{жс}} \equiv t_c$. Тогда уравнение (2.72) примет вид:

$$t(r) = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right], \quad 0 \leq r \leq r_0. \quad (2.76)$$

Температура на оси цилиндра ($r = 0$)

$$t_0 = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}. \quad (2.77)$$

Если необходимо учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, заданную в виде $\lambda(t) = \lambda_0(1 + bt)$ то, используют следующую зависимость для описания температурной кривой:

$$t(r) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{q_v r^2}{2\lambda_0 b}}, \quad 0 \leq r \leq r_0. \quad (2.78)$$

2.6.3. Теплопроводность цилиндрической стенки

Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую стенку (трубу) с внутренним радиусом r_1 , наружным r_2 и постоянным коэффициентом теплопроводности λ . Внутри этой стенки имеются равномерно распределенные источники тепла производительностью q_v . Рассматриваемая задача соответствует случаю трубчатого тепловыделяющего элемента без оболочки.

В такой стенке температура будет изменяться только в направлении радиуса, и процесс теплопроводности будет описываться уравнением (2.70). Интеграл этого уравнения представлен выражением

$$t = -\frac{q_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2. \quad (2.79)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 в последнем уравнении определяются из граничных условий. Рассмотрим случаи, когда теплоотдающей поверхностью являются только внутренняя или только наружная поверхность, и обе поверхности одновременно.

а) Тепло отводится только через наружную поверхность трубы. Будем рассматривать случай, когда заданы граничные условия третьего рода, т. е. температура окружающей среды со стороны наружной поверхности и постоянный коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности трубы (рис. 2.8). При этом граничные условия запишутся:

$$\left. \begin{array}{l} r = r_1; \quad q = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} = 0; \\ r = r_2; \quad -\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{array} \right\}$$

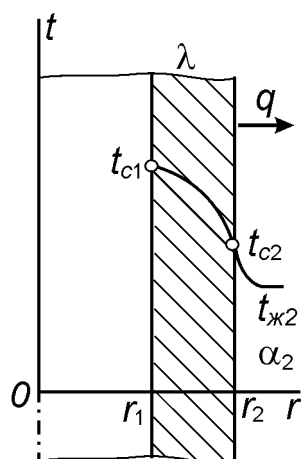


Рис. 2.8. Отвод тепла через наружную поверхность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников тепла

Из уравнения (2.79) при $r = r_1$ получим:

$$C_1 = \frac{q_v r_1^2}{2\lambda}.$$

При $r = r_2$ из уравнения (2.79) с учетом найденного выражения для C_1 получим:

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha} - \frac{q_v r_1^2}{2\alpha r_2}.$$

Тогда:

$$C_2 = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} - \frac{q_v r_1^2}{2\alpha r_2} - \frac{q_v r_1^2}{2\lambda} \ln r_2.$$

Подставляя найденные значения C_1 и C_2 в уравнение (2.79), получаем выражение для температурного поля:

$$t(r) = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right], \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.80)$$

Для внешней теплоотдающей поверхности (при $r = r_2$)

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (2.81)$$

Удельный тепловой поток с единицы теплоотдающей поверхности найдется как

$$q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) = \frac{q_v r_2}{2} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (2.82)$$

Температура на внутренней поверхности стенки определяется из уравнения (2.80) при подстановке в него значений $r = r_1$

$$t_{c1} = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r_1}{r_2} - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (2.83)$$

При заданных граничных условиях первого рода, т. е. при температуре теплоотдающей поверхности t_{c2} , эти условия можно трактовать как частный случай рассмотренной задачи, когда коэффициент теплоотдачи на поверхности очень велик ($\alpha = \infty$). Тогда температура жидкости будет равна температуре поверхности трубы. С учетом сказанного уравнение (2.80) принимает вид:

$$t(r) = t_{c2} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right], \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.84)$$

Полагая в этом уравнении $r = r_1$ и $t = t_{c1}$, находим перепад температуры на стенках:

$$t_{c1} - t_{c2} = \frac{q_v r_1^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 2 \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]. \quad (2.85)$$

б) Тепло отводится только через внутреннюю поверхность трубы (рис. 2.9). При заданных коэффициенте теплоотдачи α на внутренней поверхности и температуре среды $t_{жс}$ граничные условия записываются:

$$\left. \begin{aligned} r = r_1; \quad \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} &= \frac{\alpha_1}{\lambda} (t_{c1} - t_{жс1}); \\ r = r_2; \quad q = 0 \text{ или } \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

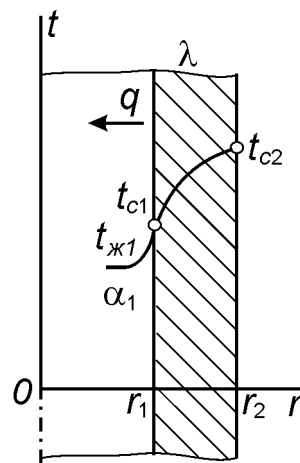


Рис. 2.9. Отвод тепла через внутреннюю поверхность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников тепла

Аналогично предыдущему случаю из этих условий определяются постоянные C_1 и C_2 в уравнении (2.79).

После определения постоянных и подстановки их в уравнении (2.79) получим:

$$t(r) = t_{жс1} + \frac{q_v r_1}{2\alpha} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right], \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.86)$$

Значение перепада температур между средой и теплоотдающей поверхностью можно получить, если в уравнение (2.86) вместо значения текущей координаты можно подставить r_1 . Тогда

$$t_{c1} - t_{жс1} = \frac{q_v r_1}{2\alpha} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2.87)$$

Для случая, когда задана температура теплоотдающей поверхности t_{c1} , что соответствует случаю $\alpha = \infty$, уравнение (2.86) принимает вид:

$$t(r) = t_{c1} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right], \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (2.88)$$

Полагая в этом уравнении $r = r_2$ и соответственно $t = t_{c2}$, получаем полный температурный напор в стенке:

$$t_{c2} - t_{c1} = \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2.89)$$

в) Тепло отводится через внутреннюю и наружную поверхности. В случае, когда тепло отводится в окружающую среду как с внутренней, так и с внешней поверхности, должен существовать максимум температуры внутри стенки. Изотермическая поверхность, соответствующая максимальной температурой, разделяет цилиндрическую стенку на два слоя. Во внутреннем слое тепло передается внутрь трубы, во внешнем – наружу. Максимальное значение температуры соответствует условию $dt/dr = 0$ и, следовательно, $q = 0$.

Таким образом, для решения данной задачи можно использовать уже полученные выше соотношения. Для этого нужно знать радиус r_0 (рис. 2.10), соответствующий максимальной температуре t_0 .

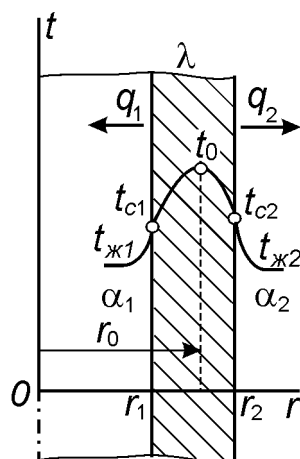


Рис. 2.10. Теплота внутренних источников отводится через обе поверхности цилиндрической стенки

Согласно уравнениям (2.85) и (2.89) максимальные перепады температур во внешнем и внутреннем слоях определяются уравнениями:

$$t_0 - t_{c2} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_2}{r_0} \right)^2 - 2 \ln \frac{r_2}{r_0} - 1 \right]; \quad (2.90)$$

$$t_0 - t_{c1} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 + 2 \ln \frac{r_0}{r_1} - 1 \right]. \quad (2.91)$$

Вычитая соответственно левые и правые части двух последних уравнений получаем:

$$t_{c1} - t_{c2} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_2}{r_0} \right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 + 2 \ln \frac{r_0}{r_2} - 2 \ln \frac{r_0}{r_1} \right]. \quad (2.92)$$

Это уравнение необходимо решить относительно r_0 . Решив, получим:

$$r_0^2 = \frac{4\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{2q_v \ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

или

$$r_0^2 = \frac{q_v(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{2q_v \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (2.93)$$

Подставляя вычисленное из уравнения (2.93) значение r_0 в выражение (2.90) или (2.91), можно вычислить максимальное значение температуры в рассматриваемой стенке.

Для нахождения распределения температуры во внутреннем слое в уравнение (2.88) подставляются значения текущей координаты $r_1 < r < r_0$, а для нахождения распределения температуры во внешнем слое в уравнение (2.84) подставляются значения $r_0 < r < r_2$.

Если температуры внешних поверхностей цилиндрической стенки равны, то уравнение (2.93) упрощается. В этом случае

$$r_0^2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (2.94)$$

т. е. r_0 зависит только от размеров цилиндрической стенки и не зависит от тепловых условий.

Если температуры поверхностей цилиндрической стенки t_{c1} и t_{c2} неизвестны, но известны температуры жидкостей $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ внутри и вне трубы, а также коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 , то для определения r_0 к уравнению (2.93) необходимо добавить уравнения:

$$\left. \begin{aligned} q_{l1} &= 2\pi r_1 \alpha_1 (t_{c1} - t_{ж1}); \\ q_{l2} &= 2\pi r_2 \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}), \end{aligned} \right\} \quad (2.95)$$

где

$$q_{l1} = q_v \pi (r_0^2 - r_1^2), \quad q_{l2} = q_v \pi (r_2^2 - r_0^2).$$

Для определения r_0 необходимо будет решать уравнения (2.95) совместно с уравнением (2.93).

ГЛАВА 3. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ

Понятие конвективного теплообмена сопряжено с описанием процесса теплообмена при движении жидкости или газа. При этом перенос тепла осуществляется одновременно конвекцией и теплопроводностью. Под конвекцией тепла понимают процесс переноса тепла при перемещении макрочастиц жидкости или газа в пространстве из области с одной температурой в область с другой. Конвекция возможна только в текучей среде, здесь перенос тепла неразрывно связан с переносом самой среды. Под теплопроводностью понимают процесс передачи тепла при непосредственном соприкосновении отдельных частиц тела или отдельных тел, имеющих различные температуры. Теплопроводность обусловлена движением микрочастиц тела.

Конвекция тепла всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости или газа неизбежно соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры.

При практических расчетах теплоотдачи используют закон Ньютона – Рихмана:

$$Q = \alpha(t_c - t_{жс})F . \quad (3.1)$$

Согласно закону Ньютона – Рихмана тепловой поток Q от жидкости (газа) к стенке или от стенки к жидкости (газу) пропорционален поверхности теплообмена F и разности их температур $\Delta t = t_c - t_{жс}$, где t_c – температура поверхности тела; $t_{жс}$ – температура окружающей тело жидкой или газообразной среды. Разность температур двух сред Δt называют температурным напором.

Величины F и Δt не исчерпывают факторы, влияющие на конкретный процесс теплообмена между твердым телом и жидкой (газовой) средой. Конкретные условия учитываются коэффициентом пропорциональности α , называемым коэффициентом теплоотдачи.

3.1. Факторы, влияющие на теплоотдачу

Теплоотдача является достаточно сложным процессом. Коэффициент теплоотдачи зависит от большого числа факторов.

1. Природа возникновения движения (свободное или вынужденное).

Свободное движение или естественная конвекция возникает под действием разности плотностей холодных и нагретых частиц жидкости (газа).

Вынужденное движение (вынужденная конвекция) возникает под действием разности давлений, создаваемой насосом, компрессором. В некоторых случаях, наряду с вынужденным, одновременно может развиваться свободное движение. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разность температур в отдельных объемах жидкости (газа) и чем меньше скорость вынужденного движения.

2. Режим течения (ламинарный, переходный, турбулентный).

При ламинарном режиме частицы жидкости движутся спокойно, не перемешиваясь (рис. 3.1*a*), перенос теплоты от стенки к жидкости (газу) осуществляется теплопроводностью. Турбулентный режим характеризуется непрерывным перемешиванием всех слоев жидкости (рис. 3.1*b*). При этом у поверхности стенки образуется ламинарный подслои жидкости толщиной $\delta_{лп}$. Перенос теплоты от стенки к жидкости с турбулентным течением осуществляется теплопроводностью и конвекцией. Промежуточный режим движения жидкости между ламинарным и турбулентным называется переходным.

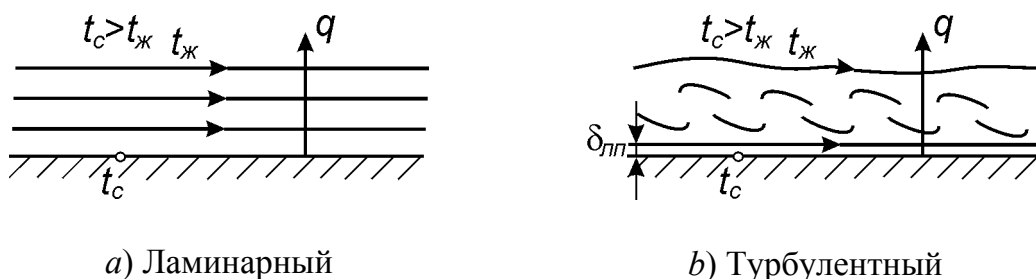


Рис. 3.1. Режимы течения жидкой среды

3. Гидродинамический и тепловой пограничный слой.

При любом режиме движения частицы жидкости, непосредственно прилегающие к твердой поверхности, как бы прилипают к ней. В результате вблизи обтекаемой поверхности под действием сил вязкого трения образуется плоский слой заторможенной жидкости, в пределах которого скорость жидкости изменяется от нуля (на поверхности тела) до скорости невозмущенного потока (вдали от тела). Этот слой заторможенной жидкости называется гидродинамическим пограничным слоем.

На начальном участке поверхности, как правило, течение жидкости ламинарное (ламинарный пограничный слой). По мере удаления от

входной кромки поверхности, по направлению движения потока, толщина гидродинамического пограничного слоя увеличивается. Утолщение пограничного слоя происходит с увеличением вязкости жидкости. Рост толщины пограничного слоя приводит к уменьшению его устойчивости и на определенном расстоянии от входной кромки он переходит в турбулентный. Чем меньше толщина гидродинамического пограничного слоя, тем выше коэффициент теплоотдачи.

Аналогично понятию гидродинамического пограничного слоя существует понятие теплового пограничного слоя. Это слой жидкости δ_T , прилегающей к твердой поверхности, в пределах которого температура жидкости изменяется от температуры стенки t_c до температуры потока вдали от поверхности $t_{ж}$.

В общем случае толщина гидродинамического и теплового пограничных слоев не совпадает и только для газов практически одинакова. Соотношение толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев определяется значением числа Прандтля $Pr = \frac{\nu}{a}$, где ν – кинематическая вязкость; a – коэффициент температуропроводности жидкой среды.

4. Теплофизические свойства жидкости.

Коэффициент теплоотдачи α зависит от коэффициента теплопроводности λ , теплоемкости c_p , кинематической вязкости ν , плотности ρ , коэффициента объемного расширения β и других свойств жидкости. В частности, при наличии фазовых переходов (кипения, конденсации), от теплоты парообразования r , коэффициента поверхностного натяжения σ и т. д.

5. Геометрические размеры, форма, ориентация поверхности теплообмена.

Установлено, что коэффициент теплоотдачи зависит от геометрической формы поверхности тела (плоской, цилиндрической, шаровой или иной), размеров (протяженности поверхности, диаметра трубы или сферы и т. д.), ориентации поверхности теплообмена (вертикальной, горизонтальной с теплоотдачей вверх, горизонтальной с теплоотдачей вниз, наклонной и т. д.).

3.2. Моделирование процессов конвективного теплообмена

Конвективный теплообмен описывается системой дифференциальных уравнений, состоящей из уравнения теплоотдачи (1.32), уравне-

ния энергии (1.29), уравнения движения (1.36), уравнения неразрывности (1.16) и условиями однозначности (начальными и граничными условиями) с большим количеством переменных.

Приведение к безразмерному виду системы дифференциальных уравнений позволяет получить безразмерные комплексы, называемые числами подобия:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda} \text{ – число Нуссельта; характеризует интенсивность конвективного теплообмена, где } \lambda \text{ – коэффициент теплопроводности жидкой среды; } l \text{ – геометрический размер (длина);}$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкой среды; l – геометрический размер (длина);

$$\text{Re} = \frac{wl}{\nu} \text{ – число Рейнольдса; характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости, где } w \text{ – скорость движения потока, } \nu \text{ – кинематическая вязкость;}$$

где w – скорость движения потока, ν – кинематическая вязкость;

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \text{ – число Прандтля; характеризует теплофизические свойства жидкости, где } a \text{ – коэффициент температуропроводности;}$$

где a – коэффициент температуропроводности;

$$\text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Pr} = \frac{wl}{a} \text{ – число Пекле; здесь числитель характеризует тепло переносимое конвекцией, а знаменатель – тепло, переносимое теплопроводностью;}$$

где w – скорость движения потока, l – геометрический размер (длина), a – коэффициент температуропроводности;

$$\text{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2} \text{ – число Грасгофа; характеризует отношение подъемной силы, возникающей вследствие разности плотностей жидкости благодаря перепаду температур } \Delta t \text{, к силам вязкости, где } \beta \text{ – коэффициент объемного расширения;}$$

где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент объемного расширения, Δt – разность температур, l – геометрический размер (длина), ν – кинематическая вязкость;

$$\text{Fr} = \frac{w^2}{g \cdot l} \text{ – число Фруда; характеризует отношение инерционных сил к силам тяжести;}$$

где w – скорость движения потока, l – геометрический размер (длина), g – ускорение свободного падения;

$$\text{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho w^2} \text{ – число Эйлера; характеризует соотношение сил давления и сил инерции.}$$

где Δp – перепад давления, ρ – плотность жидкости, w – скорость движения потока;

Число Нуссельта Nu является определяемым числом в задачах конвективного теплообмена, т. к. содержит искомую величину – коэффициент теплоотдачи α . Остальные числа подобия (Re , Pr , Gr , Fr ...) называются определяющими и включают в себя величины, от которых зависит коэффициент теплоотдачи.

Таким образом

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Gr}, \text{Fr} \dots). \quad (3.2)$$

Функциональная зависимость между числами подобия типа (3.2) называется уравнением подобия. По уравнению подобия можно найти число Nu и рассчитать коэффициент теплоотдачи.

Анализ системы безразмерных дифференциальных уравнений и условий однозначности делает более понятными общие условия подобия физических процессов, сформулированных в виде трех правил:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов (геометрические, физические, граничные и т. д.) должны быть одинаковыми во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одноименные определяющие критерии подобных процессов должны иметь одинаковую численную величину.

При моделировании теплоотдачи результаты эксперимента обрабатывают в числах подобия, а связь между ними представляют в виде уравнений подобия

$$\text{Nu}_{\text{ж}d} = C \text{Re}_{\text{ж}d}^n \text{Pr}_{\text{ж}}^m, \quad (3.3)$$

где C , m , n – постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально. Индексы d и ж указывают на определяющий размер – диаметр d и определяющую температуру – температуру жидкости $t_{\text{ж}}$. Таким образом

$$\text{Nu}_{\text{ж}d} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}, \quad \text{Re}_{\text{ж}d} = \frac{w \cdot d}{\nu}.$$

Определяющий размер – это чаще всего геометрический размер, который оказывает наибольшее влияние на теплоотдачу.

Величины, зависящие от температуры (ν , λ , α , $\text{Pr} \dots$), должны браться из справочника при определяющей температуре, в данном случае при $t_{\text{ж}}$. В качестве определяющей может быть и другая температура (t_c , $t = \frac{t_c + t_{\text{ж}}}{2}$).

По уравнениям подобия типа (3.3) рассчитывается число Нуссельта, а затем коэффициент теплоотдачи α .

3.3. Теплоотдача в однофазной среде при свободном движении жидкости (естественная конвекция)

Свободное движение возникает за счет изменения в объеме рассматриваемой жидкости массовых (объемных) сил. Такими силами являются сила тяжести, центробежная сила или силы, наведенные в жидкости электромагнитным полем высокой напряженности. Наиболее хорошо изучено свободное движение жидкости, вызванное гравитационными силами.

При теплообмене температура жидкости переменна. Вследствие этого возникает разность плотностей и, как следствие, разность гравитационных сил, представляющих собой подъемную силу.

Рассмотрим свободное гравитационное течение в большом объеме вблизи поверхности пластины и цилиндра.

Пусть вертикальная пластина с неизменной температурой поверхности, равной t_c , находится в жидкости или газе. Жидкость вдали от пластины неподвижна (вынужденное течение отсутствует), температура жидкости вдали от пластины постоянна и равна $t_{жс} < t_c$. При этом у пластины появляется подъемное движение нагретого слоя жидкости. Вдали от пластины скорость равна нулю.

Слой нагреваемой движущейся жидкости δ является одновременно гидродинамическим и тепловым пограничным слоем, в пределах этого слоя изменяется скорость течения от нуля до максимума и температура от t_c до $t_{жс}$.

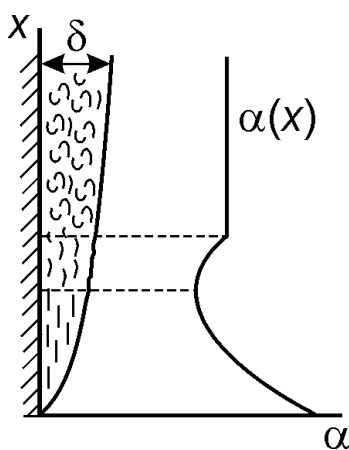


Рис. 3.2. Изменение коэффициента теплоотдачи α при свободном движении жидкости

Вначале толщина пограничного слоя мала и ее течение носит ламинарный характер. Постепенно в движение вовлекается все большее

количество жидкости, толщина пограничного слоя растет, затем он разрушается (переходный режим) и возникает турбулентный режим течения жидкости. При ламинарном режиме течения коэффициент теплоотдачи α с увеличением толщины пограничного слоя уменьшается (см. рис. 3.2), при переходном режиме – резко возрастает, при турбулентном режиме – остается постоянным по высоте пластины.

На основе математического описания процесса конвективного теплообмена при естественной конвекции выявлена структура уравнения подобия:

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}). \quad (3.4)$$

В результате экспериментального исследования теплоотдачи установлено, что при $10^3 < \text{Gr}_{\text{жс}} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}} \leq 10^9$ – ламинарный режим течения жидкости в пограничном слое; $10^9 < \text{Gr}_{\text{жс}} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}} \leq 6 \cdot 10^{10}$ – переходный режим течения жидкости; $\text{Gr}_{\text{жс}} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}} > 6 \cdot 10^{10}$ – турбулентный режим течения жидкости.

Число Грасгофа рассчитывается по формуле:

$$\text{Gr}_{\text{жс}} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot x^3}{\nu^2}, \quad (3.5)$$

где β – температурный коэффициент объемного расширения; $\Delta t = t_c - t_{\text{жс}}$ – разность температур. Для капельных жидкостей значения $\beta = f(t)$ приводятся в справочниках, для газов β рассчитывается по формуле $\beta = \frac{1}{T_{\text{жс}}}$, полученной на основе совместного решения уравнений

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad \text{и} \quad pv = RT.$$

Значения числа Прандтля, зависящие только от теплофизических свойств жидкостей, приводятся для различных теплоносителей (жидкостей, газов) в справочной литературе.

Для расчета коэффициентов теплоотдачи $\alpha = \frac{\text{Nu}_{\text{жс}} \lambda}{x}$ рекомендуются следующие уравнения при свободном движении жидкости вдоль вертикальной поверхности:

- при ламинарном режиме локальные значения α , описываемые кривой $\alpha = f(x)$ (рис. 3.2) в ламинарной области пограничного слоя, рассчитываются по уравнению

$$Nu_{жсх} = 0.60(Gr_{жсх} \cdot Pr_{жс})^{0.25} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}; \quad (3.6)$$

средние коэффициенты теплоотдачи $\bar{\alpha}$ на участке поверхности с высотой h с ламинарным течением в пограничном слое, рассчитываются по уравнению

$$\bar{Nu}_{жсh} = 0.75(Gr_{жсh} \cdot Pr_{жс})^{0.25} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}; \quad (3.7)$$

- при турбулентном режиме коэффициенты теплоотдачи рассчитываются по уравнению

$$Nu_{жсх} = 0.15(Gr_{жсх} \cdot Pr_{жс})^{1/3} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}; \quad (3.8)$$

- при переходном режиме средний коэффициент теплоотдачи можно определить по формуле

$$\alpha_{пер} = \frac{\alpha_{тур} + \alpha_{лам}}{2}. \quad (3.9)$$

Здесь определяющей является температура жидкости за пределами движущегося слоя (Pr_c выбирается по местной температуре стенки). Определяющий размер – высота пластины, отсчитываемая от места начала теплообмена.

Коэффициент теплоотдачи зависит от направления теплового потока, и обусловлено это неодинаковыми средними температурами жидкости вблизи поверхности при нагреве ($t_c > t_{жс}$) или охлаждении ($t_c < t_{жс}$) жидкости, а также зависимостью теплофизических свойств жидкости от ее температуры. Как следствие этого, коэффициент теплоотдачи капельных жидкостей при нагреве больше, чем при охлаждении. Влияние указанного фактора учитывается в уравнениях подобия множителем $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}$. Так при нагреве жидкости $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25} > 1$, при охлаждении $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25} < 1$. Отношение $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}$ при течении определенной капельной жидкости тем более отличается от единицы, чем больше температурный напор.

Для газов с достаточной точностью можно считать, что

$$\left(\frac{\text{Pr}_{жс}}{\text{Pr}_c}\right)^{0.25} = 1.$$

Форма поверхности при естественной конвекции жидкости играет второстепенную роль (важна ее протяженность), поэтому по вышеприведенным формулам рассчитывается теплоотдача от плоских, цилиндрических или вертикальных поверхностей иной формы.

Для горизонтальных плоских поверхностей (пластин) приведенные выше формулы применимы для расчета, но в этом случае вычисленный коэффициент теплоотдачи надо увеличить на 30 %, если теплоотдающая поверхность обращена вверх, или уменьшить на 30 %, если теплоотдающая поверхность обращена вниз. В качестве определяющего размера берется меньшая сторона пластины.

Для горизонтальных труб при ламинарном режиме течения жидкости для расчета среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha} = \frac{\text{Nu}_{жсd} \lambda}{d}$ используется следующее уравнение:

$$\bar{\text{Nu}}_{жсd} = 0.5(\text{Gr}_{жсd} \cdot \text{Pr}_{жс})^{0.25} \left(\frac{\text{Pr}_{жс}}{\text{Pr}_c}\right)^{0.25}. \quad (3.10)$$

где определяющий размер – наружный диаметр трубы d .

Естественная конвекция в ограниченном объеме характеризуется наличием восходящих и нисходящих потоков, когда условия свободного движения жидкости значительно отличаются от ее движения в неограниченном пространстве.

Примеры естественной конвекции жидкости в ограниченном объеме представлены на рис. 3.3.

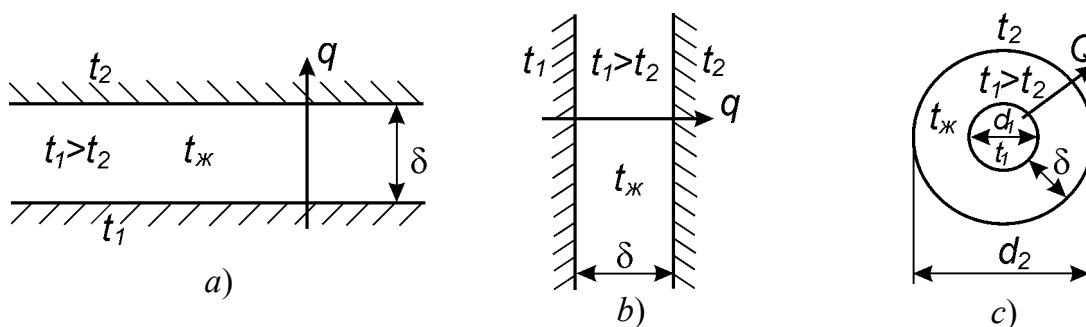


Рис. 3.3. Условия возникновения свободного движения в ограниченном объеме

Через газовые прослойки передача теплоты между поверхностями осуществляется тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением. Через прослойки капельной жидкости – двумя: теплопроводностью и конвекцией.

Во всех случаях передачу теплоты рассчитывают по формулам теории теплопроводности, но коэффициент теплопроводности среды заменяют эквивалентным, учитывающим перенос теплоты другими способами.

Для плоских прослоек тепловой поток рассчитывают по уравнению

$$Q = \frac{\lambda_{\text{экв}}}{\delta} (t_1 - t_2) F, \quad (3.11)$$

для цилиндрических

$$Q = \frac{2\pi l \lambda_{\text{экв}} (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (3.12)$$

Для прослоек капельной жидкости

$$\lambda_{\text{экв}} = \lambda \cdot \varepsilon_{\kappa}, \quad (3.13)$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости; ε_{κ} – коэффициент, учитывающий перенос тепла конвекцией.

Для прослоек любой формы при $(Gr_{\text{жс}\delta} \cdot Pr_{\text{жс}}) > 10^3$ коэффициент ε_{κ} рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_{\kappa} = 0.18 (Gr_{\text{жс}\delta} \cdot Pr_{\text{жс}})^{0.25}, \quad (3.14)$$

где $Gr_{\text{жс}\delta} = \frac{g\beta(t_1 - t_2)\delta^3}{\nu^2}$, определяющая температура $t_{\text{жс}} = \frac{t_1 + t_2}{2}$.

При $(Gr_{\text{жс}\delta} \cdot Pr_{\text{жс}}) < 10^3$ принимают, что $\varepsilon_{\kappa} = 1$.

Для газовых плоских прослоек

$$\lambda_{\text{экв}} = \lambda \cdot \varepsilon_{\kappa} + \frac{q_l \delta}{t_1 - t_2}, \quad (3.15)$$

где q_l – плотность теплового потока, передаваемого излучением через газовую прослойку.

Для газовых цилиндрических прослоек

$$\lambda_{\text{экв}} = \lambda \cdot \varepsilon_{\kappa} + \frac{Q_n \ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi l(t_1 - t_2)}. \quad (3.16)$$

3.4. Теплоотдача в однофазной среде при вынужденном течении жидкости

3.4.1. При продольном омывании плоской поверхности

Вынужденное течение жидкости (вынужденная конвекция) возникает под действием разности давлений, которая в совокупности с теплофизическими свойствами определяет скорость движения жидкости w . Таким образом, при вынужденном движении жидкости определяющими числами подобия являются числа Рейнольдса и Прандтля

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (3.17)$$

В некоторых случаях при малых скоростях и больших температурных напорах на вынужденное течение жидкости могут накладываться токи естественной конвекции, и тогда

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}). \quad (3.18)$$

Рассмотрим участок плоской поверхности, имеющий температуру t_c и омываемый потоком жидкости с температурой $t_{жс}$ и скоростью w . Вблизи поверхности формируется гидродинамический пограничный слой δ с ламинарным, переходным и турбулентным режимами течения (см. рис. 3.4).

Режим течения в гидродинамическом пограничном слое определяется числом $\text{Re}_{жсх} = \frac{w \cdot x}{\nu}$. При $\text{Re}_{жсх} < 10^4$ режим течения ламинарный; при $10^4 < \text{Re}_{жсх} < 4 \cdot 10^6$ – переходный режим течения; при $\text{Re}_{жсх} > 4 \cdot 10^6$ режим течения турбулентный.

Для переходного режима из-за неустойчивости течения, характеризующегося частой сменой во времени ламинарного и турбулентного режимов, отсутствует методика расчета коэффициентов теплоотдачи. Поэтому считают, что при $\text{Re}_{жсх} \leq 5 \cdot 10^5$ режим течения ламинарный; а при $\text{Re}_{жсх} > 5 \cdot 10^5$ режим течения турбулентный.

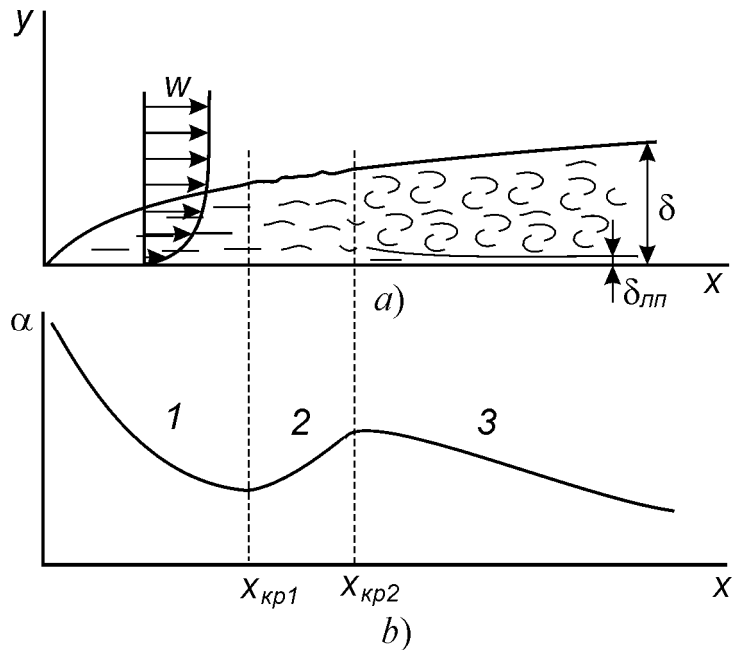


Рис. 3.4. Схема пограничного слоя и изменение коэффициента теплоотдачи вдоль поверхности

Для расчета локальных коэффициентов теплоотдачи используют следующие уравнения:

- при ламинарном режиме течения жидкости в пограничном слое

$$Nu_{жсх} = 0.33 \cdot Re_{жсх}^{0.5} \cdot Pr_{жс}^{0.33} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.19)$$

- при турбулентном режиме течения жидкости

$$Nu_{жсх} = 0.0296 \cdot Re_{жсх}^{0.8} \cdot Pr_{жс}^{0.43} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.20)$$

Теоретические и экспериментальные исследования позволили получить следующие уравнения для расчета средних коэффициентов теплоотдачи для участка плоской поверхности длиной l

- при ламинарном режиме течения жидкости в пограничном слое

$$\overline{Nu}_{жсл} = 0.66 \cdot Re_{жсл}^{0.5} \cdot Pr_{жс}^{0.33} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.21)$$

- при турбулентном режиме течения жидкости

$$\overline{Nu}_{жсl} = 0.037 \cdot Re_{жсl}^{0.8} \cdot Pr_{жс}^{0.43} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.22)$$

Форма поверхности (плоская, цилиндрическая, шаровая или иная) при продольном омывании ее вынужденным потоком жидкости не влияет на коэффициент теплоотдачи.

3.4.2. При течении жидкости в трубах и каналах

Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубах и каналах зависит от режима течения, который определяется числом $Re_{жсd} = \frac{w \cdot d}{\nu}$. При $Re_{жсd} < 2300$ – ламинарный режим течения; при $2300 < Re_{жсd} < 10^4$ – переходный режим течения; при $Re_{жсd} > 10^4$ – турбулентный режим течения.

При ламинарном течении в любом сечении стабилизированного потока жидкости закон распределения скоростей параболический. При этом средняя скорость жидкости равна половине максимальной, которая приходится на ось потока. При турбулентном режиме основное изменение скорости происходит в вязком подслое, в ядре потока скорость жидкости по всему сечению практически одинакова.

Указанные распределения скоростей устанавливаются на определенном расстоянии от входа в трубу или канал, которое называется участком гидродинамической стабилизации.

Наряду с участком гидродинамической стабилизации при неизотермическом течении существует участок тепловой стабилизации, на котором теплообмен между жидкостью и стенкой трубы осуществляется только в пределах теплового пограничного слоя. В центральной части потока сохраняется постоянная температура, равная температуре жидкости на входе в трубу.

При ламинарном режиме течения жидкости в трубе различают вязкостный и вязкостно-гравитационный режимы.

Вязкостный режим характерен для течения вязких жидкостей (мазут, масло и т. д.) в трубах малого диаметра с высокой скоростью и при небольших температурных напорах $\Delta t = (t_c - t_{жс})$.

Расчет средних коэффициентов теплоотдачи при вязкостном режиме производят по уравнению

$$\overline{Nu}_{жсd} = 1.55 \left(Re_{жсd} \frac{d}{l} \right)^{0.33} \cdot \left(\frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^{-0.14} \cdot \varepsilon_l, \quad (3.23)$$

где $Re = Re \cdot Pr = \frac{w \cdot d}{a}$ – число Пекле; μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с; d, l – внутренний диаметр и длина трубы; ε_l – поправка на начальный гидродинамический участок. При $\left(\frac{1}{Re d}\right) < 0.1$ поправочный коэффициент рассчитывается по уравнению

$$\varepsilon_l = \frac{0.1 \left(\frac{1}{Re d}\right)^{-1/7}}{1 + 2.5 \frac{1}{Re d}},$$

при $\left(\frac{1}{Re d}\right) \geq 0.1$ поправочный коэффициент $\varepsilon_l = 1$.

Определяющей температурой в уравнении является средняя температура жидкости для участка трубы длиной l

$$\overline{t_{жс}} = t_c \pm \overline{\Delta t},$$

где $\overline{\Delta t}$ – средний температурный напор.

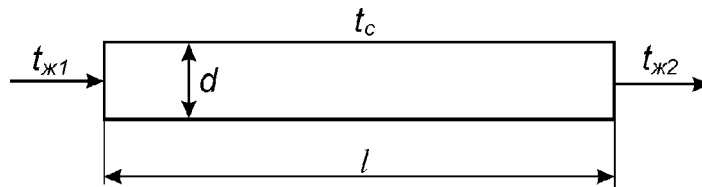


Рис. 3.5. К расчету теплоотдачи при течении теплоносителя в трубе

При $\frac{\Delta t'}{\Delta t''} \geq 2$ средний температурный напор определяется как средний логарифмический

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}},$$

при $\frac{\Delta t'}{\Delta t''} < 2$ средняя температура жидкости равна среднеарифметической

$$\overline{t_{жс}} = \frac{t_{жс1} + t_{жс2}}{2}.$$

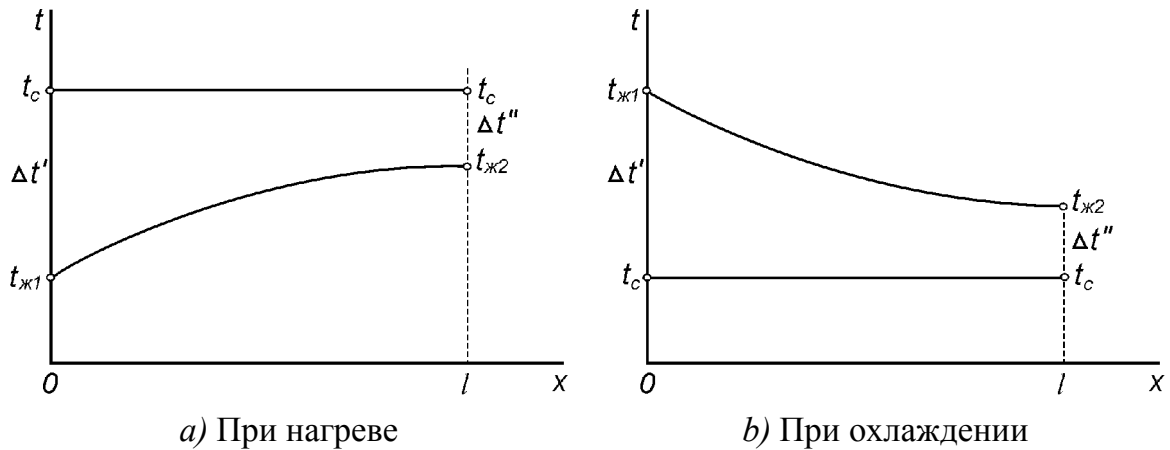


Рис. 3.6. График изменения температур теплоносителей

Вязкостно-гравитационный режим характерен для течения невязких жидкостей в трубах большого диаметра при невысоких скоростях и значительных температурных напорах. В этом случае из-за разностей плотностей различных слоев жидкости на вынужденное движение накладывается свободное движение, которое турбулизует ламинарный поток. Коэффициент теплоотдачи в этом случае

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}).$$

При $(\text{Gr}_{\text{жcd}} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}}) \geq 8 \cdot 10^5$ и $\text{Re}_{\text{жcd}} < 2300$ сказывается влияние естественной конвекции и для расчета среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуется уравнение

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жcd}} = 0.15 \cdot \text{Re}_{\text{жcd}}^{0.33} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}}^{0.43} \cdot \text{Gr}_{\text{жcd}}^{0.1} \left(\frac{\text{Pr}_{\text{жс}}}{\text{Pr}_c} \right)^{0.25} \cdot \varepsilon_l. \quad (3.24)$$

Определяющей температурой является средняя температура жидкости в трубе. Коэффициент ε_l учитывает влияние участка тепловой стабилизации. При $\frac{l}{d} \geq 50$ $\varepsilon_l = 1$, для коротких труб он имеет другие значения (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Значения поправочных коэффициентов в зависимости от длины трубы при ламинарном режиме течения

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40
ε_l	1.9	1.7	1.44	1.28	1.18	1.13	1.05	1.02

При $(Gr_{жcd} \cdot Pr_{ж}) < 8 \cdot 10^5$ и $Re_{жcd} < 2300$ режим течения жидкости в трубе является вязкостным.

При турбулентном режиме течения жидкости ($Re_{жcd} > 10^4$) для расчета среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуется использовать уравнение

$$\overline{Nu}_{жcd} = 0.021 \cdot Re_{жcd}^{0.8} \cdot Pr_{жc}^{0.43} \left(\frac{Pr_{жc}}{Pr_c} \right)^{0.25} \cdot \varepsilon_l. \quad (3.25)$$

Определяющей температурой является средняя температура жидкости. Поправочный коэффициент ε_l для коротких труб выбирается из табл. 3.2.

Таблица 3.2

Значения поправочных коэффициентов в зависимости от длины трубы при турбулентном режиме течения

$Re_{жcd}$	l/d						
	1	2	5	10	20	30	40
$1 \cdot 10^4$	1.65	1.50	1.34	1.23	1.13	1.07	1.03
$2 \cdot 10^4$	1.51	1.40	1.27	1.18	1.10	1.05	1.02
$5 \cdot 10^4$	1.34	1.27	1.18	1.13	1.08	1.04	1.02
10^5	1.28	1.22	1.15	1.10	1.06	1.03	1.02
10^6	1.14	1.11	1.08	1.05	1.03	1.02	1.01

Для переходного режима течения жидкости в трубах $2300 < Re_{жcd} < 10^4$ характерна периодическая смена ламинарного и турбулентного течений. Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи используется уравнение для турбулентного режима течения с учетом поправки $\varepsilon_{пер} < 1$. В зависимости от $Re_{жcd}$ этот коэффициент принимает следующие значения (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Значения поправочных коэффициентов в зависимости от числа Рейнольдса при переходном режиме течения

$Re_{жcd}$	2300	3000	5000	6000	8000	10000
$\varepsilon_{пер}$	0.40	0.57	0.72	0.81	0.96	1.00

Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в каналах некруглого сечения рассчитывается по выше приведенным уравнениям для труб. Определяющим размером в этих уравнениях является эквивалентный диаметр, который рассчитывается по формуле

$$d_{\text{экв}} = \frac{4F}{P},$$

где F – площадь поперечного сечения канала; P – «смоченный» периметр.

Для каналов кольцевого сечения (труба в трубе) средний коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности внутренней трубы к жидкости в кольцевом зазоре рассчитывается по уравнению

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жс}d_{\text{экв}}} = 0.017 \cdot \text{Re}_{\text{жс}d_{\text{экв}}}^{0.8} \cdot \text{Pr}_{\text{жс}}^{0.4} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{0.18} \left(\frac{\text{Pr}_{\text{жс}}}{\text{Pr}_c} \right)^{0.25}, \quad (3.26)$$

где $d_{\text{экв}} = d_2 - d_1$.

3.5. Теплоотдача при вынужденном поперечном омывании труб и пучков труб

Процесс теплоотдачи при поперечном обтекании трубы характеризуется рядом особенностей, которые связаны с гидродинамикой движения жидкости вблизи поверхности трубы (см. рис. 3.7).

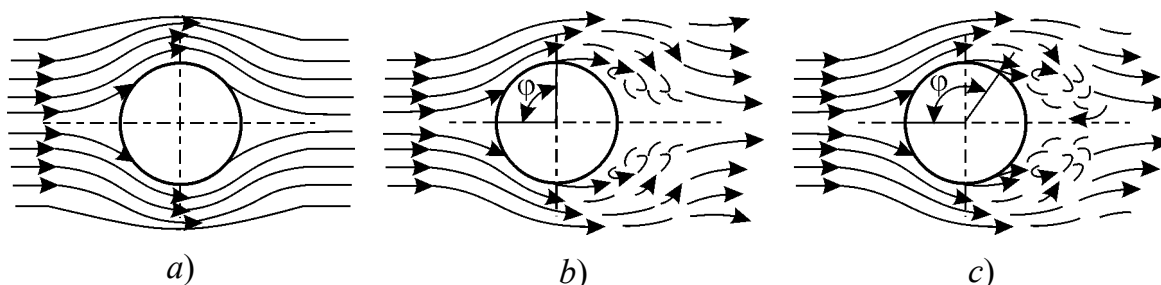


Рис. 3.7. Поперечное омывание труб при различных режимах течения жидкости

Гидродинамика движения жидкости определяется числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{wd}{\nu},$$

где d – наружный диаметр трубы, м.

При небольших скоростях потока жидкости $Re < 40$ обтекание трубы плавное (см. рис. 3.7а), при более высоких скоростях $40 < Re < 1000$ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя от поверхности трубы. Угол отрыва составляет $\varphi = (80 \div 90)^\circ$ (рис. 3.7б). При значениях $Re > 10^5$ ламинарное течение в пограничном слое сменяется турбулентным. Угол отрыва турбулентного пограничного слоя от поверхности трубы составляет $\varphi = (120 \div 140)^\circ$ (рис. 3.7с).

Образующийся на поверхности трубы пограничный слой имеет наименьшую толщину в лобовой точке и далее постепенно нарастает до тех пор, пока не произойдет отрыв потока. Характер изменения коэффициента теплоотдачи от режима течения показан на рис. 3.8.

Коэффициент теплоотдачи принимает наибольшее значение на лобовой части трубы, где толщина пограничного слоя минимальная.

Из-за увеличения толщины пограничного слоя по периметру трубы коэффициент теплоотдачи уменьшается, достигая минимального значения в точке отрыва потока (кривая *a*, рис. 3.8). В области циркуляционной зоны происходит увеличение коэффициента теплоотдачи за счет разрушения пограничного слоя (кривая *b*, рис. 3.8). Для случая *c* (рис. 3.8) первое увеличение коэффициента теплоотдачи связано со сменой режима течения в пограничном слое, второе – с отрывом турбулентного пограничного слоя.

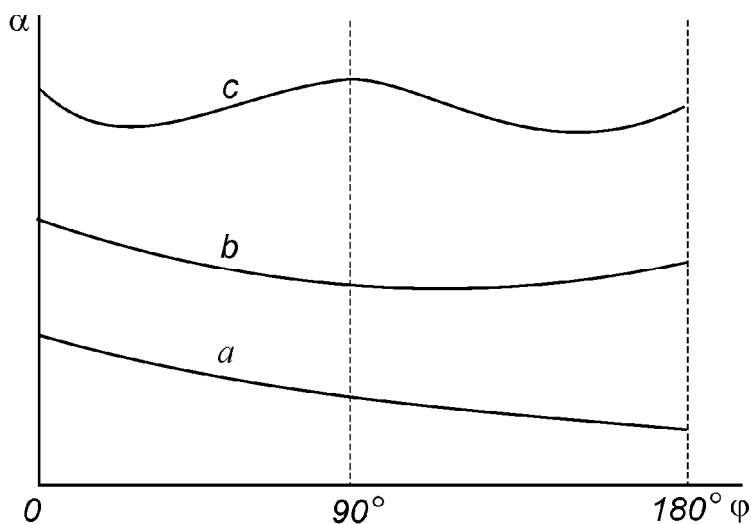


Рис. 3.8. Характер изменения коэффициента теплоотдачи от режима течения жидкости

Для расчета среднего по периметру трубы коэффициента теплоотдачи рекомендуются следующие уравнения:

при $Re < 40$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.76 Re_{\text{жсд}}^{0.4} Pr_{\text{жс}}^{0.37} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.27)$$

при $40 < Re < 1000$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.5 Re_{\text{жсд}}^{0.5} Pr_{\text{жс}}^{0.38} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.28)$$

при $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.25 Re_{\text{жсд}}^{0.6} Pr_{\text{жс}}^{0.38} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.29)$$

при $2 \cdot 10^5 < Re < 10^7$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.023 Re_{\text{жсд}}^{0.8} Pr_{\text{жс}}^{0.37} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.30)$$

Формулы действительны для случая, когда угол между направлением потока жидкости и осью трубы ψ , называемый углом атаки, равен 90° . Если $\psi < 90^\circ$, то найденный по формулам (3.27)–(3.30) коэффициент теплоотдачи следует умножить на поправочный коэффициент

$$\varepsilon_\psi = 1 - 0.54 \cos^2 \psi.$$

В теплообменных аппаратах, энергетических установках, тепловыделяющих сборках трубки располагаются в виде коридорных или шахматных пучков (см. рис. 3.9).

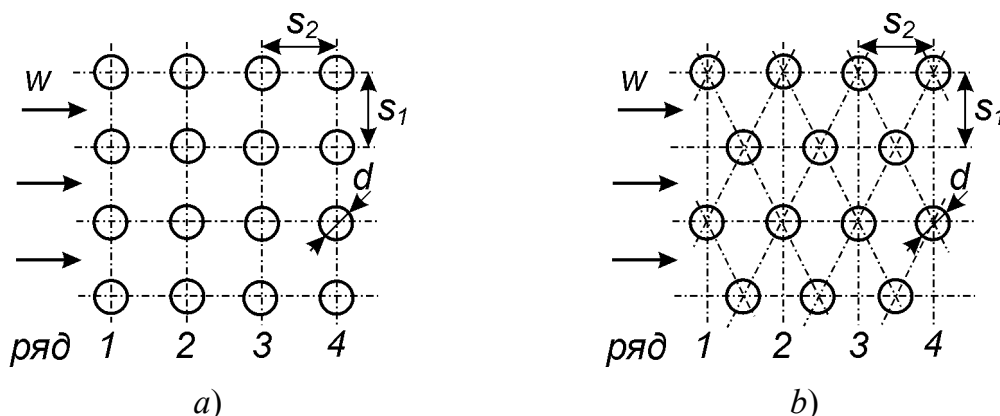


Рис. 3.9. Схема расположения труб в коридорных (a) и шахматных (b) пучках труб

Геометрическими характеристиками пучка являются: поперечный s_1 и продольный s_2 шаги, наружный диаметр трубы d и количество рядов труб n по направлению движения жидкости.

Режим течения жидкости в пучках может быть ламинарным, турбулентным или смешанным и определяется числом Рейнольдса.

При $Re < 1000$ – ламинарный режим; $10^3 < Re < 10^5$ – смешанный; $Re > 10^5$ – турбулентный.

В ходе экспериментальных исследований теплоотдачи в пучках установлено следующее:

1. При ламинарном режиме течения теплоотдача шахматных пучков выше, чем коридорных, при смешанном режиме эта разница уменьшается. При турбулентном режиме теплоотдача шахматных и коридорных пучков практически одинакова.

2. С увеличением номера ряда пучка теплоотдача возрастает благодаря увеличению турбулентности потока при прохождении его через пучок.

3. Начиная с третьего ряда и далее, структура потока остается практически неизменной и коэффициент теплоотдачи принимает постоянное значение.

Средние коэффициенты теплоотдачи для третьего и последующих рядов в пучках α_3 при поперечном омывании труб потоком жидкости рассчитываются по следующим уравнениям.

Для коридорных пучков:

при $40 < Re < 10^3$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.52 Re_{\text{жсд}}^{0.5} Pr_{\text{жс}}^{0.36} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.31)$$

при $10^3 < Re < 10^5$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.26 Re_{\text{жсд}}^{0.65} Pr_{\text{жс}}^{0.33} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25} \varepsilon_s, \quad (3.32)$$

где $\varepsilon_s = \left(\frac{s_2}{d} \right)^{-0.15}$ – поправочный коэффициент, учитывающий плотность расположения труб в пучке;

при $Re > 10^5$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.021 Re_{\text{жсд}}^{0.84} Pr_{\text{жс}}^{0.36} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.33)$$

Коэффициент теплоотдачи первого ряда коридорного пучка рассчитывается как $\overline{\alpha}_1 = 0.6\overline{\alpha}_3$, второго – $\overline{\alpha}_2 = 0.9\overline{\alpha}_3$, где $\overline{\alpha}_3$ – коэффициент теплоотдачи третьего ряда.

Для шахматных пучков:

при $40 < Re < 10^3$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.71 Re_{\text{жсд}}^{0.5} Pr_{\text{жс}}^{0.36} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}, \quad (3.34)$$

при $10^3 < Re < 10^5$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.41 Re_{\text{жсд}}^{0.6} Pr_{\text{жс}}^{0.33} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25} \varepsilon_s, \quad (3.35)$$

где $\varepsilon_s = \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^{1/6}$ при $\frac{s_1}{s_2} < 2$; $\varepsilon_s = 1.12$ при $\frac{s_1}{s_2} \geq 2$;

при $Re > 10^5$

$$\overline{Nu}_{\text{жсд}} = 0.021 Re_{\text{жсд}}^{0.84} Pr_{\text{жс}}^{0.36} \left(\frac{Pr_{\text{жс}}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.36)$$

Коэффициент теплоотдачи первого ряда шахматного пучка равен $\overline{\alpha}_1 = 0.6\overline{\alpha}_3$, второго – $\overline{\alpha}_2 = 0.7\overline{\alpha}_3$.

Уравнения (3.31)–(3.36) справедливы для угла атаки $\psi = 90^\circ$. При $\psi < 90^\circ$ уменьшение коэффициента теплоотдачи следует учесть поправочным коэффициентом $\varepsilon_\psi = \sqrt{\sin \psi}$. При значениях ψ близких к нулю, теплоотдача рассчитывается по формулам для продольно омываемых пучков труб.

Конвективный теплообмен между трубами пучка и потоком жидкости рассчитывают по уравнению

$$Q = \alpha_{\text{нуч}} F (t_{\text{жс}} - t_c), \quad (3.37)$$

где F – площадь поверхности всех труб пучка; $\alpha_{\text{нуч}}$ – средний коэффициент теплоотдачи пучка труб, который рассчитывается по формуле

$$\alpha_{\text{нуч}} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad (3.38)$$

где n – число рядов.

При одинаковом числе труб в ряду ($F_1 = F_2 = \dots = F_n$)

$$\alpha_{\text{пуч}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3(n-2)}{n}. \quad (3.39)$$

Для продольно омываемых пучков труб, охлаждаемых газами или жидкостями, среднее значение числа Нуссельта рассчитывается по формуле:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жс}d_{\text{экв}}} = \overline{\text{Nu}}_T \text{Re}_{\text{жс}d_{\text{экв}}}^{-0.1} \text{Pr}_{\text{жс}}^{0.4} (1 - 2\exp(-B)), \quad (3.40)$$

где $\overline{\text{Nu}}_T = 0.023 \text{Re}_{\text{жс}d}^{0.8} \text{Pr}_{\text{жс}}^{0.37} \left(\frac{\text{Pr}_{\text{жс}}}{\text{Pr}_c} \right)^{0.25}$; $B = d_{\text{экв}} / d$; для расположения труб

в пучке по треугольнику (шахматный пучок) $B = 1.1 \left(\frac{s}{d} \right)^2 - 1$; для распо-

ложения труб по квадрату (коридорный пучок) $B = 1.27 \left(\frac{s}{d} \right)^2 - 1$; s – шаг

труб; d – наружный диаметр трубы.

Формула (3.40) справедлива при $\text{Re} = (3 \cdot 10^3 \div 10^6)$; $\text{Pr}_{\text{жс}} = (0.66 \div 5.00)$; $B = (0.103 \div 3.50)$; $s/d = (1.02 \div 2.50)$.

3.6. Теплоотдача жидких металлов

Расплавленные металлы применяют в тех случаях, когда необходимо обеспечить интенсивный отвод тепла от поверхности нагрева или когда при низком давлении требуется иметь высокую температуру рабочей жидкости.

Жидкие металлы имеют высокую температуру кипения, что позволяет повышать их температуру без применения высокого давления. Их использование обеспечивает большие коэффициенты теплоотдачи [8].

Наиболее приемлемыми теплоносителями этого типа являются щелочные и тяжелые металлы, а также их сплавы: натрий, калий, натриево-калиевый сплав, литий, висмут, ртуть, сплавы висмута со свинцом и др. Физические свойства жидких металлов существенно отличаются от свойств обычных теплоносителей – воды, масла и др. У металлов больше плотность и коэффициент теплопроводности, значение же теплоемкости ниже, особенно мала величина числа Прандтля

($Pr \sim 0.005 \div 0.05$). Низкие значения числа Pr объясняются более высоким коэффициентом теплопроводности.

В ламинарном потоке тепло поперек течения передается теплопроводностью, в турбулентном – теплопроводностью и конвекцией. Так как у неметаллических теплоносителей коэффициент теплопроводности относительно невелик, в турбулентном ядре тепло в основном переносится конвекцией. При этом основным термическим сопротивлением при передаче тепла поперек турбулентного потока является ламинарный подслой. В результате основное изменение температуры жидкости в поперечном сечении потока сосредотачивается у стенки, в турбулентном ядре температура изменяется сравнительно мало. В жидких металлах теплопроводность велика и может конкурировать с процессом турбулентного переноса. В этом случае распределение температур будет существенно зависеть от теплопроводности, а жидкие металлические теплоносители с малыми числами Pr будут характеризоваться более равномерным переносом тепла по всему сечению трубы.

Рассмотрим турбулентное течение в прямой круглой трубе. Для расчета теплоотдачи при гидродинамически и термически стабилизированном течении и $q = \text{const}$ может быть использовано уравнение:

$$Nu_{\text{жcd}} = 7 + 0.025Pe_{\text{жcd}}^{0.8} \quad (3.41)$$

При условии $t_c = \text{const}$ используется уравнение следующего вида:

$$Nu_{\text{жcd}} = 5 + 0.025Pe_{\text{жcd}}^{0.8} \quad (3.42)$$

Формулы (3.41) и (3.42) получены для стабилизированного турбулентного течения в прямых трубах без учета теплопроводности вдоль потока жидкометаллического теплоносителя.

При ламинарном стабилизированном течении жидкого металла с учетом теплопроводности при условии $t_c = \text{const}$ пользуются зависимостью $Nu_{\text{жcd}} = f(Re_{\text{жcd}})$, представленной в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Значения числа Нуссельта от числа Пекле при ламинарном режиме течения жидкого металла

$Pe_{\text{жcd}}^2$	1	10	100	1000	10^4
$Nu_{\text{жcd}}$	4.04	3.86	3.74	3.68	3.66

При $q = \text{const}$ число $Nu_{\text{жcd}}$ в области стабилизированного ламинарного течения не зависит от числа $Pe_{\text{жcd}}$ и равен постоянному значению:

$$\text{Nu}_{\text{жсд}} = 4.36. \quad (3.43)$$

Формулы (3.41)–(3.43) применимы для сравнительно чистых веществ, содержание примесей (в том числе и кислорода) в которых сведено к минимуму.

Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи при вынужденном турбулентном движении тяжелых и щелочных металлов, а также их сплавов в окисленных стальных трубах без защиты с помощью нейтральных газов пользуются формулой:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жсд}} = (3.3 + 0.014\text{Pe}_{\text{жсд}}^{0.8})\varepsilon_l, \quad (3.44)$$

где $\varepsilon_l = 1.72(d/l)^{0.16}$ при $l/d < 30$; $\varepsilon_l = 1$ при $l/d > 30$.

Экспериментальные исследования показывают, что в зависимости от принятых мер по очистке циркуляционных контуров теплоотдача при турбулентном течении изменяется от наибольшего значения (формула (3.41)) до наименьшего (формула (3.44)).

При числах $20 < \text{Pe}_{\text{жсд}} < 10^4$ для расчета среднего коэффициента теплоотдачи используют уравнение:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жсд}} = 4.36 + 0.025\text{Pe}_{\text{жсд}}^{0.8}. \quad (3.45)$$

При поперечном омывании шахматных и коридорных пучков труб чистыми жидкими металлами для определения среднего коэффициента теплоотдачи глубинных рядов справедлива следующая формула:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{жсд}} = \text{Pe}_{\text{жсд}}^{0.5}. \quad (3.46)$$

Коэффициент теплоотдачи первого ряда пучка равен $\overline{\alpha}_1 = 0.8\overline{\alpha}_3$.

При свободной конвекции жидких металлов в большом объеме теплоотдача описывается следующим уравнением:

$$\overline{\text{Nu}} = C \cdot \text{Gr}^n \text{Pr}^m, \quad (3.47)$$

где

$$m = 0.3 + 0.02/\text{Pr}^{0.33}.$$

Значения постоянных C и n зависят от значения числа Gr и определяются по табл. 3.5.

В качестве определяющей принята так называемая средняя температура пограничного слоя $\overline{t}_{n.c.} = 0.5(t_{\text{жс}} + t_c)$, где $t_{\text{жс}}$ – температура жидкости вдали от тела. В виде определяющего линейного размера приняты: для вертикальных плит – их высота h , для горизонтальных труб – внешний диаметр d .

Таблица 3.5

Значения постоянных C и n в зависимости от числа Грасгофа

Gr	Режим течения	C	n
$10^2 \div 10^9$	ламинарный	0.52	0.25
более 10^9	турбулентный	0.105	0.33

3.7. Теплоотдача при кипении

Тепловой поток, подводимый к кипящей жидкости, расходуется на процесс парообразования, что описывается соотношением:

$$Q = \alpha F(t_c - t_s) = G \cdot r, \quad (3.48)$$

где α – коэффициент теплоотдачи от стенки к жидкости; F – площадь поверхности теплообмена; t_c – температура поверхности; t_s – температура насыщения жидкости; G – массовый расход пара; r – теплота парообразования.

Для возникновения кипения необходимы два условия:

1. Наличие перегрева жидкости относительно температуры насыщения;
2. Наличие центров парообразования, которыми могут служить микрошероховатости поверхности нагрева, адсорбированные поверхностью пузырьки газа, твердые частицы.

Кипение может происходить во всем объеме жидкости или на твердой поверхности нагрева. В энергетических установках кипение, как правило, происходит на поверхности нагрева и может осуществляться в условиях естественной конвекции (кипение в большом объеме) или принудительной циркуляции.

Кипение может быть пузырьковым или пленочным. При пузырьковом кипении пар образуется в виде пузырьков, периодически зарождающихся около центров парообразования. Зародившийся паровой пузырек с минимальным (критическим) диаметром $d_{кр}$ растет вследствие подвода теплоты до отрывного диаметра d_o , а затем отрывается от поверхности нагрева и всплывает. Около освободившегося центра парообразования вновь зарождается паровой пузырек. Этот процесс периодически повторяется с определенной частотой – частотой отрыва парового пузырька f . Величина $w'' = d_o f$ характеризует среднюю скорость роста паровых пузырей.

При пленочном кипении, которое характеризуется большими перегревами $(t_c - t_s)$, у поверхности нагрева образуется паровая пленка,

отделяющая жидкость от поверхности. Теплопроводность пара значительно меньше, чем жидкости, поэтому интенсивность теплообмена при пленочном кипении в десятки раз ниже, чем при пузырьковом.

Интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении зависит от микрохарактеристик и режимных параметров процесса кипения.

К микрохарактеристикам относятся:

- минимальный (критический) диаметр парового пузырька $d_{кр}$;
- отрывной диаметр пузырька d_o ;
- частота f и скорость роста w'' пузырьков.

К режимным параметрам относятся:

- давление кипящей жидкости p ;
- перегрев жидкости $\Delta t = (t_c - t_s)$;
- плотность теплового потока q ;
- скорость движения кипящей жидкости w .

Теоретически и экспериментально установлено, что с увеличением p , Δt , q улучшаются все макрохарактеристики процесса кипения, увеличивается теплоотдача.

Теплоотдача при кипении зависит от свойств кипящей жидкости и возрастает:

- с увеличением коэффициента теплопроводности λ ;
- с уменьшением коэффициента поверхностного натяжения σ ;
- с уменьшением вязкости жидкости ν .

Влияние на теплообмен при кипении оказывают состояние поверхности нагрева, ее материал, смачиваемость, количество адсорбированных газов и свойства греющей стенки. Теплоотдача возрастает с увеличением шероховатости поверхности, теплопроводности и толщины греющей стенки. Все эти факторы влияют на число центров парообразования.

Интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении практически не зависит от формы и размеров теплоотдающей поверхности.

На рис. 3.10 приведена зависимость теплового потока от температурного напора при кипении жидкости.

При подводе тепла к поверхности нагрева в условиях естественной конвекции повышается температура поверхности t_c , теплоноситель воспринимает теплоту, нагревается и кипит. На рис. 3.10 выделены следующие участки кривой кипения: 1 – конвективный теплообмен (нагрев теплоносителя); 2 – конвективный теплообмен со слабым кипением жидкости; 3 – развитое пузырьковое кипение; 4 – переходная область от пузырькового кипения к пленочному; 5 – пленочное кипение; 6 – пле-

ночное кипение со значительным лучистым теплообменом через паровую пленку.

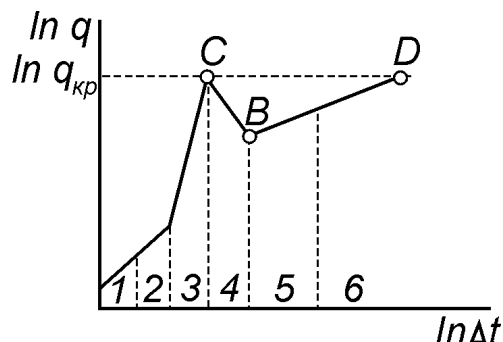


Рис. 3.10. Кривая кипения

При максимальном значении теплового потока $q_{кр}$ наступает кризис кипения, который заключается в изменении режима кипения.

При кипении жидкостей на горизонтальной плоской поверхности в условиях естественной конвекции критическая плотность теплового потока рассчитывается по формуле

$$q_{кр} = 0.14r \sqrt{\rho_n} \sqrt[4]{\sigma g (\rho_{жс} - \rho_n)}, \quad (3.49)$$

где $\rho_n, \rho_{жс}$ – плотность пара и жидкости при температуре насыщения t_s ; σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Постепенный переход пузырькового режима в пленочный, осуществляемый на участке CB (см. рис. 3.10) на практике реализуется при высоких значениях температуры поверхности t_c тепловыделяющих элементов (технологических каналов) ядерных реакторов и высоких плотностях теплового потока.

При электрическом обогреве поверхности или радиационном (в электронагревателях, ядерных реакторах, паровых котлах) переход пузырькового кипения в пленочное происходит скачкообразно (линия CD рис. 3.10) и может сопровождаться сильным перегревом и разрушением поверхности нагрева. Поэтому в высокоэнергетических установках с кипением теплоносителя не допускают критических плотностей теплового потока. При $p = 0.1$ МПа для водяного пара $q_{кр} = (1.1 \div 1.6)$ МВт/м². С увеличением давления до ~ 7 МПа значение $q_{кр}$ возрастает до 4 МВт/м², а затем начинает уменьшаться [3].

Сложные явления, наблюдающиеся при пузырьковом кипении, не дают возможности составить полную физическую модель процесса и дать ее полное математическое описание.

Для пузырькового кипения жидкости в условиях естественной конвекции (в большом объеме) предложен ряд формул для определения коэффициентов теплоотдачи. Например, формула, предложенная Д.А. Лабунцовым, которая с максимальным отклонением $\pm 35\%$ отражает экспериментальные данные многих исследований по кипению различных жидкостей в самых разнообразных условиях, имеет вид:

$$\alpha = B \left(\frac{\lambda_{жс}^2}{\nu_{жс} \sigma T_s} \right)^{1/3} q^{2/3}, \quad (3.50)$$

где $B = 0.075 \left[1 + 10 \left(\frac{\rho_n}{\rho_{жс} - \rho_n} \right)^{2/3} \right]$; σ , $\lambda_{жс}$, $\nu_{жс}$, $\rho_{жс}$ – коэффициент поверхностного натяжения, теплопроводность, вязкость, плотность жидкости при t_s ; ρ_n – плотность пара при t_s ; q – плотность теплового потока, подводимого к поверхности нагрева.

Для водяного пара формула (3.50) в диапазоне давлений $p = (0.1 \div 20)$ МПа имеет вид:

$$\alpha = \frac{3.4 p^{0.18}}{1 - 0.0045 p} q^{2/3}, \quad (3.51)$$

где p – давление, бар.

Подстановка $q = \alpha(t_c - t_s)$ в формулу (3.51) дает формулу для расчета коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{39.3 p^{0.54}}{(1 - 0.0045 p)^3} \Delta t^2. \quad (3.52)$$

В практических расчетах пользуются эмпирическими зависимостями коэффициента теплоотдачи от режимных параметров. Например, для водяного пара в диапазоне давлений $p = (0.1 \div 4.0)$ МПа пользуются расчетными формулами:

$$\alpha = 3q^{0.7} p^{0.15}, \quad \alpha = 38.7 \Delta t^{2.33} p^{0.5}. \quad (3.53)$$

При вынужденном течении кипящей жидкости в каналах на интенсивность теплообмена влияет соотношение процесса кипения и вынужденной конвекции. Если скорость вынужденного течения теплоносителя мала, то интенсивность теплоотдачи определяется наличием действующих центров парообразования, т. е. процессом кипения. При больших скоростях вынужденное течение подавляет влияние кипения. Значение коэффициента теплоотдачи при вынужденном течении кипя-

щей жидкости в каналах определяется в зависимости от соотношения между значениями α_q , рассчитанным по одной из формул (3.50)–(3.53), и α_w , рассчитанным по формулам конвективного теплообмена при вынужденном течении однофазной жидкости в трубах и каналах.

При $\alpha_q/\alpha_w \leq 0.5$ $\alpha = \alpha_w$, при $\alpha_q/\alpha_w \geq 2$ $\alpha = \alpha_q$. Если $0.5 < \alpha_q/\alpha_w < 2$, то следует воспользоваться интерполяционной форму-

лой
$$\alpha = \alpha_w \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q}.$$

ГЛАВА 4. РАСЧЕТ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОЙ ЗОНЫ

4.1. Расчет удельных значений тепловыделения по длине технологического канала

В предположении того, что максимумы энерговыделения по высоте и радиусу активной зоны (АЗ) реактора совпадают и соответствуют положению центра АЗ ($z = 0, r = 0$), тогда максимальное значение объёмной плотности тепловыделения в топливе определяется соотношением:

$$q_v^{\max} = q_v(z = 0, r = 0) = \frac{\bar{N} \cdot k_v}{n_{TK} \cdot n_{ТВЭЛ} \cdot \pi R_{TT}^2 H_{аз}}, \quad (4.1)$$

где z и r – осевая и радиальная координаты, соответственно, \bar{N} – тепловая мощность реактора, n_{TK} – число рабочих технологических каналов (ТК), $n_{ТВЭЛ}$ – число тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ) в тепловыделяющей сборке (ТВС), R_{TT} – радиус топливной таблетки (ТТ), $H_{аз}$ – высота активной зоны, k_v – коэффициент неравномерности энерговыделения по объёму активной зоны.

Коэффициент k_v определяется произведением коэффициентов неравномерности по высоте k_z и по радиусу k_r активной зоны:

$$k_v = k_z \cdot k_r, \quad (4.2)$$

$$k_z = 1.57 \left[1 + \frac{2\delta_{эф}}{H_{аз} + 2\delta_{эф}} \right]^{-1}, \quad (4.3)$$

$$k_r = 2.32 \left[1 + \frac{\delta_{эф}}{R_{аз} + 2\delta_{эф}} \right]^{-1}, \quad (4.4)$$

где $R_{аз}$ – радиус активной зоны, $\delta_{эф}$ – эффективная добавка. Значение $\delta_{эф}$ в первом приближении можно положить равным значению длины миграции в материале отражателя.

Максимальное значение линейной плотности тепловыделения определяется соотношением:

$$q_l^{\max} = q_l(z = 0, r = 0) = q_v^{\max} \pi R_{TT}^2 \quad (4.5)$$

в предположении, что тепловой поток в осевом направлении пренебрежимо мал по сравнению с таковым в радиальном направлении.

В этом же предположении максимальное значение поверхностного теплового потока определяется соотношением:

$$q^{\max} = q(z = 0, r = 0) = q_v^{\max} R_{TT} / 2. \quad (4.6)$$

Следует различать тепловую мощность реактора (или среднюю мощность) \bar{N} и максимально допустимое значение мощности N_{\max} , определяемое теплотехническим пределом надёжной эксплуатации. Тогда коэффициент неравномерности по объёму АЗ можно записать как

$$k_v = \frac{N_{\max}}{\bar{N}}. \quad (4.7)$$

При регламентном изменении мощности реактора с уровня \bar{N}_1 на уровень \bar{N}_2 , которое сопряжено с изменением значения k_v от k_{v1} до k_{v2} , новый уровень мощности не должен превышать значения:

$$\bar{N}_2 = \bar{N}_1 \cdot \frac{k_{v1}}{k_{v2}}. \quad (4.8)$$

Для реакторов типа ВВЭР и РБМК коэффициент k_v определяется соотношением:

$$k_v = k_r \cdot k_E \cdot k_z \cdot k_{TBC} \cdot k_{\text{мех}} \cdot k_{\text{мощ}} \cdot k_{\text{ногл}}, \quad (4.9)$$

где коэффициент k_E учитывает кассеты с различным обогащением или различной глубиной выгорания топлива, k_{TBC} – неравномерность энерговыделения по ТВС, $k_{\text{мех}}$ – неравномерность теплового потока из-за технологических допусков на изготовление ТВЭЛов, неточности расчётных методик, перераспределения расходов и т. д., $k_{\text{мощ}}$ – отклонения мощности, давления, температур, расхода; $k_{\text{ногл}}$ – неравномерность, обусловленная наличием подвижных компенсаторов реактивности (КР) в активной зоне реактора.

Типичные значения коэффициентов в реакторах ВВЭР-1000 и РБМК-1000 в начале топливной кампании [6].

Для реакторов типа ВВЭР-1000:

$$k_r \cdot k_E = 1.35; k_z = 1.47; k_{TBC} = 1.16; k_{\text{мех}} = 1.15; k_{\text{мощ}} = 1.08; k_{\text{ногл}} = 1.01.$$

Для реакторов типа РБМК-1000:

$$k_r = 1.12; k_E = 1.2; k_z = 1.5; k_{TBC} = 1.1; k_{\text{ногл}} = 1.15.$$

Расчёт значений q_v , q_l и q по высоте наиболее энергонапряжённого (центрального) технологического канала.

Пространственное распределение тепловыделения описывается произведением двух функций (косинус – по высоте, функция Бесселя – по радиусу) [9]:

$$q_v \sim \cos\left(\pi \frac{z}{H_{a3}}\right) \cdot J_0\left(2.405 \frac{r}{R_{a3}}\right), \quad (4.10)$$

где текущие значения координат изменяются в пределах:

$$-\frac{H_{a3}}{2} \leq z \leq \frac{H_{a3}}{2}; \quad 0 \leq r \leq R_{a3}.$$

Граничные условия:

$$q_v = q_v^{\max} \quad \text{при } z = 0, r = 0;$$

$$q_v = 0 \quad \text{при } z = \pm \frac{H_{a3}}{2} \text{ или } r = R_{a3}.$$

При расчёте технологический канал разбивается на участки, нумерация которых начинается от участка входа теплоносителя. Количество участков произвольно, но с целью уменьшения погрешностей расчёта не должно быть менее 10. В общем случае, обозначим через I количество участков (чётное число). В этом случае индекс «1» соответствует входному участку, индекс « I » – выходному. Индексы « $I/2$ » и « $I/2+1$ » – участкам, граница между которыми соответствует координате $z = 0$. Для центрального ТК координата $r = 0$ и, следовательно

$$q_v \sim \cos\left(\pi \frac{z}{H_{a3}}\right). \quad (4.11)$$

Непрерывное косинусоидальное распределение по высоте заменяется кусочным. То есть, предполагается, что в пределах определённого участка ТК значения q_v , q_l и q неизменны и соответствуют координате, совпадающей с серединой участка:

$$q_{vi} \sim \cos\left(\pi \frac{z_i}{H_{a3}}\right), \quad (4.12)$$

где i – индекс, соответствующий участку. Полагая длину всех участков ТК одинаковой, получим:

$$\Delta z = \Delta z_i = \text{const} = \frac{H_{a3}}{I}, \quad (4.13)$$

здесь Δz_i – длина любого участка ($i = \overline{1, I}$). Таким образом, координаты, соответствующие середине участков, определяются соотношениями:

для случая подвода теплоносителя снизу АЗ

$$z_i = -\frac{H_{a3}}{2} \left(1 - \frac{2i-1}{I} \right); \quad (4.14)$$

для случая подвода теплоносителя сверху АЗ

$$z_i = \frac{H_{a3}}{2} \left(1 - \frac{2i-1}{I} \right). \quad (4.15)$$

При этом $q_{v1} = q_{vI}$, так как $\cos\left(\pi \frac{z_1}{H_{a3}}\right) = \cos\left(\pi \frac{z_I}{H_{a3}}\right)$, $q_{v2} = q_{v(I-1)}$,

так как $\cos\left(\pi \frac{z_2}{H_{a3}}\right) = \cos\left(\pi \frac{z_{I-1}}{H_{a3}}\right)$ и так далее, до $q_{v(I/2)} = q_{v(I/2+1)}$, так как

$$\cos\left(\pi \frac{z_{I/2}}{H_{a3}}\right) = \cos\left(\pi \frac{z_{(I/2+1)}}{H_{a3}}\right).$$

Таким образом, для определения значений q_{vi} , q_{li} и q_i ($i = \overline{1, I}$) достаточно провести расчёт для половины участков и воспользоваться фактом симметрии распределения относительно координаты $z = 0$.

4.2. Расчёт параметров теплоносителя по длине ТК и количества теплоты, выделяющейся на отдельных участках и в центральном ТК

Количество теплоты, выделяемое на i участке, определяется соотношением:

$$Q_i = q_{li} \cdot \Delta z \cdot n_{ТВЭЛ}. \quad (4.16)$$

Множитель $n_{ТВЭЛ}$ в формуле (4.16) учитывает то, что значение q_{li} на участках ТК рассчитывалось в расчёте на один ТВЭЛ. Суммарное тепловыделение в центральном ТК:

$$Q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^I Q_i = 2 \sum_{i=1}^{I/2} Q_i. \quad (4.17)$$

Для определения погрешности проведённых ранее расчётов необ-

ходимо сравнить величину Q_{Σ} , полученную в дискретном представлении (4.17), и в интегральном:

$$Q_{\Sigma}^* = 2q_l^{\max} \int_0^{H_{a3}/2} \cos\left(\pi \frac{z}{H_{a3}}\right) dz = \frac{2}{\pi} q_l^{\max} \cdot H_{a3} \cdot n_{ТВЭЛ}. \quad (4.18)$$

Тогда погрешность расчета будет равна:

$$\delta = \left| \frac{Q_{\Sigma} - Q_{\Sigma}^*}{Q_{\Sigma}^*} \right| \cdot 100. \quad (4.19)$$

4.2.1. Определение расхода теплоносителя через центральный ТК

Если полагать, что величина теплоёмкости мало изменяется по длине ТК, то нагрев теплоносителя в ТК может быть определён следующим образом:

$$\Delta t = t_{\text{вых}} - t_{\text{ex}} = \frac{Q_{\Sigma}}{G \cdot c_p}, \quad (4.20)$$

где c_p – удельное значение теплоёмкости теплоносителя при средней температуре $\bar{t} = 0.5(t_{\text{ex}} + t_{\text{вых}})$ и давлении в первом контуре реактора, G – массовый расход.

Если нагрев теплоносителя в АЗ известен то, расход определяется соотношением:

$$G = \frac{Q_{\Sigma}}{\Delta t \cdot c_p}. \quad (4.21)$$

4.2.2. Изменение температуры и скорости теплоносителя при движении в ТК

Нагрев теплоносителя на каждом участке ТК определяется по формуле:

$$\Delta t_i = \frac{Q_i}{G \cdot c_{pi}}, \quad (4.22)$$

где c_{pi} – удельная теплоёмкость теплоносителя при температуре на i участке. Последняя ещё не определена, поэтому используется следую-

щая процедура расчёта.

Средняя температура теплоносителя на i участке:

$$\bar{t}_i = t_{i-1} + \frac{Q_i}{G \cdot c_{pi}}, \quad (4.23)$$

где c_{pi} в первом приближении задаётся равной c_{pi-1} . Затем значение c_{pi} уточняется по соотношениям:

$$c_{pi} = f(\bar{t}_i), \quad \bar{t}_i = (t_i + t_{i-1})/2, \quad (4.24)$$

где функция $c_p = f(t)$ табулирована [11]. После этого вычисление по формуле (4.23) повторяется и определяется значение t_i с использованием уточненного значения c_{pi} .

Пример: Необходимо определить температуру теплоносителя на выходе из участка 1. Входная температура t_{ex} , расход G и тепловыделение на участке 1 Q_1 известны.

По табличным данным определяется значение $c_{p1-1} = c_{p\ ex} = c_p(t_{ex})$. Затем вычисляется температура теплоносителя на первом участке в первом приближении:

$$t_1 = t_{ex} + \frac{Q_1}{G \cdot c_{p\ ex}}.$$

Затем значение c_{p1} уточняется:

$$\bar{t}_1 = (t_1 + t_{ex})/2,$$

$$c_{p1} = c_p(\bar{t}_1).$$

Значение t_1 , также уточняется:

$$t_1 = t_{ex} + \frac{Q_1}{G \cdot c_{p1}}.$$

Изменение температурного состояния теплоносителя по длине ТК приводит к изменению плотности и, следовательно, скорости движения теплоносителя:

$$w_i = G / (F_i \cdot \rho_i), \quad (4.25)$$

где F_i – площадь проходного сечения ТК, ρ_i – плотность теплоносителя на i участке. Функция $\rho = f(t)$ табулирована, а температура теплоносителя на всех участках определена.

Площадь проходного сечения ТК определяется как разность между площадью поперечного сечения ТК и площадью поперечного сечения конструктивных элементов, размещенных в нем. В простейшем случае – цилиндрический ТК, на участках имеется $n_{ТВЭЛ}$ без дистанционирующих элементов и др., получаем:

$$F = \pi \left(R_{ТК\text{ внут}}^2 - n_{ТВЭЛ} \cdot R_2^2 \right), \quad (4.26)$$

где $R_{ТК\text{ внут}}$ – внутренний радиус трубы ТК, R_2 – внешний радиус оболочки ТВЭЛ.

4.3. Расчёт коэффициентов теплоотдачи с поверхности ТВЭЛ

Для расчёта локальных значений коэффициентов теплоотдачи используется следующее соотношение:

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{d_{эi}} \cdot \text{Nu}_i, \quad (4.27)$$

где Nu_i – критерий Нуссельта на i участке; λ_i – коэффициент теплопроводности теплоносителя на i участке. Функция $\lambda = f(t)$ табулирована, значения t_i определены ранее, давление в первом контуре реактора известно; $d_{эi}$ – эквивалентный диаметр ТК на i участке.

$$d_{эi} = \frac{4F_i}{P_i}, \quad (4.28)$$

где P_i – периметр ТК, омываемый на i участке теплоносителем. В простейшем случае – цилиндрический ТК, на участке имеется $n_{ТВЭЛ}$ без дистанционирующих элементов и др., получаем:

$$P = 2\pi \left(R_{ТК\text{ внут}} + n_{ТВЭЛ} \cdot R_2 \right). \quad (4.29)$$

При относительном шаге треугольной решетки ТВЭЛов $x = s/d > 1.1$ число Нуссельта зависит от трёх параметров $\overline{\text{Nu}} = f(\text{Re}, \text{Pr}, x)$ и формула имеет вид:

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{\bar{\alpha} d_2}{\lambda} = A \cdot \text{Re}^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.4} \quad (4.30)$$

при $1.1 \leq s/d \leq 1.8$; $0.7 \leq \text{Pr} \leq 20$; $10^3 \leq \text{Re} \leq 5 \cdot 10^5$,
где

$$A = 0.0165 + 0.02 \left(1 - \frac{0.91}{x^2} \right) x^{0.15}, \quad (4.31)$$

s – шаг решетки, d – диаметр ТВЭЛа.

В качестве определяющего размера в критериях \overline{Nu} и Re используется гидравлический диаметр центральных ячеек (см. рис. 4.1):

$$d_3 = \frac{4F}{P} = d \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} x^2 - 1 \right) = d (1.103 \cdot x^2 - 1).$$

В значении Re , кроме того, используется средняя по сечению ТВС скорость теплоносителя \overline{w} . Физические параметры берутся при средней температуре жидкости в ТВС.

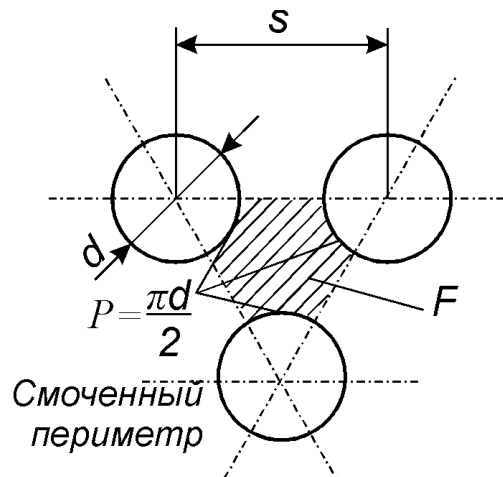


Рис. 4.1. К определению гидравлического диаметра центральных ячеек ТВС

Для тесных решеток ТВЭЛов ($x = S/d < 1.1$) появляется зависимость числа \overline{Nu} ещё от одного параметра ε , характеризующего эквивалентную теплопроводность ТВЭЛов. Таким образом

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr, x, \varepsilon).$$

Для треугольной решетки цилиндрических ТВЭЛов с идеальным тепловым контактом между оболочкой и топливом (см. рис. 4.2) параметр ε рассчитывается по соотношению:

$$\varepsilon = \frac{\lambda_w}{\lambda} \cdot \frac{1 - \frac{\lambda_w - \lambda_T}{\lambda_w + \lambda_T} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{2K}}{1 + \frac{\lambda_w - \lambda_T}{\lambda_w + \lambda_T} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{2K}}, \quad (4.32)$$

где λ_w , λ , λ_T – коэффициенты теплопроводности оболочки, жидкости и топлива, соответственно; R_1 , R_2 – внутренний и наружный радиусы оболочки ТВЭЛа, соответственно; K – номер разложения температурного поля в ряд Фурье. Для треугольной решетки центральных ТВЭЛов температурное поле близко описывается косинусоидой с периодом 60° поэтому $K = 6$ (6 максимумов и минимумов в распределении температуры по периметру ТВЭЛов).

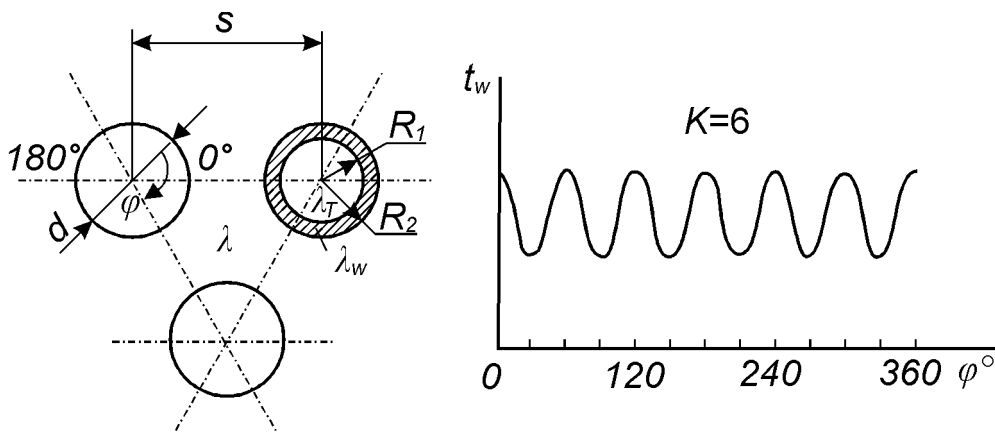


Рис. 4.2. К расчету параметра ε для цилиндрических ТВЭЛов, расположенных в треугольной решетке

Расчетная формула для чисел Нуссельта:

$$\overline{Nu} = A \cdot Re^{0.8} Pr^{0.4} (1 + 0.103 \cdot \lg \varepsilon), \quad (4.33)$$

при $1.015 \leq S/d \leq 1.06$; $5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 5 \cdot 10^5$; $0.7 \leq Pr \leq 20$, $7 \leq \varepsilon \leq 600$.

Поясним физический смысл зависимости коэффициентов теплоотдачи от параметра ε . Параметр ε называют параметром эквивалентной теплопроводности ТВЭЛов, ибо он объединяет все характеристики ТВЭЛов, связанные с теплопроводностью компонентов ТВЭЛов (теплопроводность топлива, оболочки, жидкости, относительную толщину оболочки ТВЭЛа R_1/R_2). Относительная толщина оболочки ТВЭЛа R_1/R_2 характеризует угловую теплопроводность ТВЭЛа с той точки зрения, что при $R_1/R_2 < 1$ толщина оболочки ТВЭЛа конечная, следова-

тельно, существенны угловые перетечки тепла; при $R_1/R_2 \sim 1$ толщина оболочки бесконечно малая и угловые перетечки малы.

4.3.1. Расчет локальных значений числа Нуссельта на участках ТК

В отечественной практике теплогидравлических расчётов для цилиндрических и плоских поверхностей ядерных реакторов используется соотношение (3.25) (для упругих и капельных жидкостей).

При этом необходимо, чтобы значения критериев Re_i и Pr_i лежали в пределах:

$$2 \cdot 10^3 < Re_i < 6 \cdot 10^5 \text{ – турбулентный поток,} \\ 0.6 < Pr_i < 2.5 \cdot 10^3.$$

При проектировании следует избегать таких параметров, при которых значение Рейнольдса лежит в пределах $1500 < Re_i < 3000$ (критическая область с малой стабильностью потока теплоносителя и возможными флуктуациями температуры). В каналах активной зоны и других элементах ядерных реакторов для достижения высокой интенсивности теплоотдачи обычно обеспечивается турбулентный режим течения теплоносителя.

Для неметаллических жидкостей, текущих параллельно пучкам труб (случай, подобный течению теплоносителя в ТК) или стержней при отношении шага в пучке к диаметру x до 1.3, использование уравнения (3.25) обеспечивает удовлетворительную точность. Однако с увеличением зазора значение Nu_i растёт и уже при $x = 1.46$ оно на 40 % выше, чем следует из уравнения (3.25). Для воды, при d_3 от 1 до 5 см, в этом случае следует использовать соотношение:

$$Nu_i = 0.073 \cdot d_3^{0.6} \cdot Re_i^{0.6} \cdot Pr_i^{0.3}. \quad (4.34)$$

При вынужденном течении жидкометаллических теплоносителей используются соотношения (3.41)–(3.45).

4.3.2. Расчёт коэффициентов теплоотдачи на участках ТК

Коэффициент теплоотдачи на i участке определяется как произведение:

$$\alpha_i = \alpha_i^0 \cdot \varepsilon_{zi} \cdot \varepsilon_{qi}, \quad (4.35)$$

где α_i^0 – коэффициент теплоотдачи при стабилизированном (в тепловом и гидравлическом отношении) потоке, рассчитывается из формулы (4.27); ε_{zi} – коэффициент, учитывающий влияние гидравлической стабилизации:

$$\varepsilon_{zi} = \begin{cases} 1.57 & \text{при } z_c / d_{zi} \leq 0.05, \\ 0.86 + 0.54(d_{zi} / z_c)^{0.4} & \text{при } 0.5 < z_c / d_{zi} \leq 30, \\ 1 & \text{при } z_c / d_{zi} > 30, \end{cases} \quad (4.36)$$

где $z_c = z'_i - z_{MC}$ – расстояние от данного участка до ближайшего местного сопротивления, расположенного выше по течению (вход в ТК, дистанционирующая решетка). Здесь z_{MC} и z'_i отсчитываются от входа в ТК, причём $z'_i > z_{MC}$. ε_q – поправка на тепловую стабилизацию, которая вычисляется по соотношению:

$$\varepsilon_{qi} = q_i / \tilde{q}_i. \quad (4.37)$$

Здесь \tilde{q}_i – решение уравнения:

$$3d_{zi} \frac{\partial \tilde{q}(z)}{\partial z} + \tilde{q}(z) = q(z) \quad (4.38)$$

в точке z , соответствующей координате i , участка, с граничным условием $\tilde{q}_i = 0$ на входе в ТК и на каждом местном сопротивлении.

Поскольку $q(z) = q^{\max} \cos\left(\pi \frac{z}{H_{a3}}\right)$, то уравнение (4.39) принимает

вид:

$$3d_{zi} \frac{\partial \tilde{q}(z)}{\partial z} + \tilde{q}(z) = q^{\max} \cdot \cos\left(\pi \frac{z}{H_{a3}}\right). \quad (4.39)$$

После представления уравнения (4.36) в конечно-разностной форме и проведения необходимых выкладок получаем:

для первого ($i = 1$) участка ТК (вход в ТК)

$$\tilde{q}_1 = q^{\max} \cdot \cos\left(\pi \frac{z_1}{H_{a3}}\right) / \left(\frac{6d_3}{\Delta z} + 1\right),$$

для i участка ТК, для которого «выше по течению теплоносителя» имеется местное сопротивление

$$\tilde{q}_i = q^{\max} \cdot \cos\left(\pi \frac{z_i}{H_{a3}}\right) / \left(\frac{3d_3}{\Delta z^*} + 1\right),$$

где Δz^* – расстояние от местного сопротивления до середины данного участка ТК.

4.4. Расчёт распределения температуры в ТВЭЛ

Температура поверхности ТВЭЛ на i участке определяется соотношением:

$$t_{ci} = t_i + q_i / \alpha_i. \quad (4.40)$$

В случае кипения водяного теплоносителя на i участке для определения превышения температуры поверхности ТВЭЛ t_{ci} относительно температуры насыщения t_s для давления, равного давлению в 1 контуре, используются соотношения:

$$t_{ci} - t_s = \Delta t_0 \left[1 + \left(\frac{\Delta t_0 \alpha_i}{\Delta q_i} \right)^{3/2} \right]^{-2/3}, \quad (4.41)$$

где

$$\Delta t_0 = 0.51 \cdot \Delta q_i^{0.36} \cdot \exp(-8.65 \cdot 10^{-3} t_s), \quad (4.42)$$

$$\Delta q_i = q_i - \alpha_i (t_s - t_i). \quad (4.43)$$

В режиме равновесного кипения на участке $\Delta q_i = q_i$:

$$t_{ci} = t_s + \Delta t_0 \left[1 + \left(\frac{\Delta t_0 \alpha}{q_i} \right)^{3/2} \right]^{-2/3}. \quad (4.44)$$

4.4.1. Температура на поверхности топливной таблетки

Температура на поверхности топливной таблетки определяется соотношением:

$$t_{TTi} = t_{ci} + \Delta t_{1i} + \Delta t_{2i}, \quad (4.45)$$

где Δt_{1i} – перепад температуры на оболочке ТВЭЛ, Δt_{2i} – перепад температуры в зазоре между оболочкой и топливной таблеткой.

Для цилиндрического ТВЭЛ:

$$\Delta t_{1i} = \frac{q_i}{\lambda_w(t_{ci})} \cdot R_2 \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (4.46)$$

где $\lambda_w(t_{ci})$ – коэффициент теплопроводности материала оболочки при температуре t_{ci} .

Температура на внутренней поверхности оболочки ТВЭЛ определяется по соотношению:

$$t_{ci}^* = t_{ci} + \Delta t_1. \quad (4.47)$$

Перепад температуры в зазоре:

$$\Delta t_{2i} = \frac{q_i}{\lambda_3(t_{ci})} \cdot R_1 \cdot \ln \frac{R_1 + \delta_3}{R_1}, \quad (4.48)$$

где $\lambda_3(t_{ci})$ – коэффициент теплопроводности зазора (газ, жидкометаллическая прослойка) при температуре t_{ci}^* , δ_3 – толщина зазора между оболочкой и топливной таблеткой.

Для плоского ТВЭЛ или для случаев: $\delta_3 \ll R_1$, $R_2 - R_1 \ll R_2$ значения перепадов температуры определяются соотношениями:

$$\Delta t_{1i} = \frac{q_i}{\lambda_w(t_{ci})} \cdot \delta_w,$$

$$\Delta t_{2i} = \frac{q_i}{\lambda_3(t_c^*)} \cdot \delta_3,$$

где δ_w – толщина оболочки ТВЭЛ.

4.4.2. Распределение температуры в топливной таблетке

Для цилиндрической топливной таблетки, расположенной в ТВЭЛе на i участке распределение температуры по радиусу описывается соотношением:

$$t_i(r) = t_{TTi} + \frac{q_{vi}}{4\lambda_T(t_{TTi})} (R_{TT}^2 - r^2), \quad (4.49)$$

где $\lambda_T(t_{TTi})$ – коэффициент теплопроводности топлива при температуре t_{TTi} , r – текущее значение координаты $0 \leq r \leq R_{TT}$.

Температура в центре топливной таблетки, расположенной в ТВЭЛе на i участке:

$$t_{\text{Ц}i} = t_{\text{ТТ}i} + \frac{q_{vi} \cdot R_{\text{ТТ}}^2}{4\lambda_T(t_{\text{ТТ}i})}. \quad (4.50)$$

Для оценки значения температуры в центре топливной таблетки, расположенной в центре АЗ ($z = 0, r = 0$), используется соотношение:

$$t_{\text{Ц}}^{\text{max}} = t_{\text{ТТ}}^{\text{max}} + \frac{q_v^{\text{max}} \cdot R_{\text{ТТ}}^2}{4\lambda_T(t_{\text{ТТ}}^{\text{max}})}, \quad (4.51)$$

где максимальное значение температуры на поверхности топливной таблетки $t_{\text{ТТ}}^{\text{max}}$ определяется так же, как и $t_{\text{ТТ}i}$ с заменой в соответствующих выражениях величины q_i на q^{max} .

Соотношением (4.49) следует воспользоваться один раз для расчёта распределения температуры в топливной таблетке, расположенной в центре АЗ:

$$t(r) = t_{\text{ТТ}}^{\text{max}} + \frac{q_v^{\text{max}}}{4\lambda_T(t_{\text{ТТ}}^{\text{max}})}(R_{\text{ТТ}}^2 - r^2). \quad (4.52)$$

4.5. Распределение температуры в блоке замедлителя

В случае, если функцию замедлителя в реакторе выполняет графит, необходимо провести расчёты, позволяющие определить температурный режим эксплуатации блоков замедлителя.

4.5.1. Объёмная плотность тепловыделения в замедлителе

В графитовом замедлителе выделяется до 7 % тепловой мощности реактора. Максимально напряжённые условия эксплуатации соответствуют блокам замедлителя, находящимся в центре АЗ.

Используем следующее приближение:

1. Тепловыделение в замедлителе обусловлено только процессами замедления нейтронов и поглощения гамма-квантов;
2. Вся кинетическая энергия нейтронов превращается в тепловую за счёт упругих столкновений;
3. Тепловыделение за счёт упругого замедления нейтронов пропорционально плотности делений.

В этом приближении для блока замедлителя, размещённого в цен-

тре активной зоны, можно воспользоваться соотношением:

$$q_{v \text{ зам}}^H = \frac{E_n}{E_f} \cdot k_v \frac{\sum_s \xi}{\sum_s \xi} \cdot \frac{\bar{N}}{V_{аз}} \cdot \Delta, \quad (4.53)$$

где $E_n = 5$ МэВ – энергия нейтронов деления, $E_f = 200$ МэВ – энергия деления, $\xi \Sigma_s$ – замедляющая способность графита, $\overline{\xi \Sigma_s}$ – средняя замедляющая способность материала АЗ (гомогенизированная АЗ), $V_{аз}$ – объём АЗ. Значение $\overline{\xi \Sigma_s}$ определяется в ходе нейтронно-физического расчёта реактора, а замедляющая способность чистого графита составляет 0.0613 см^{-1} . Величина $\Delta = (4 \div 6)$ характеризует отношение количества теплоты, выделившейся за счёт гамма-квантов к количеству теплоты, выделившейся за счёт нейтронов [9].

Для расчёта $\overline{\xi \Sigma_s}$ используется соотношение.

$$\overline{\xi \Sigma_s} = \frac{1}{S_{яч}} \sum_j (\Sigma_s \xi)_j \cdot S_j, \quad (4.54)$$

где $S_{яч}$ – площадь поперечного сечения ячейки АЗ; S_i – площадь поперечного сечения ячейки, занятая соответствующим конструкционным материалом (топливо, сталь, теплоноситель, замедлитель); $(\xi \Sigma_s)_j$ – замедляющая способность j -го материала.

Если материал составляют несколько элементов, например сталь, то для определения значения $\overline{\xi \Sigma_s}$ используется соотношение:

$$\overline{\xi \Sigma_s} = \sum_m \xi_m \cdot N_m \cdot \sigma_{sm}, \quad (4.55)$$

где ξ_m – средняя логарифмическая потеря энергии нейтрона при упругом рассеянии на элементе m ; N_m – ядерная концентрация данного элемента; σ_{sm} – микросечение рассеяния нейтрона на элементе m .

4.5.2. Расчёт распределения температуры в центральном блоке замедлителя

При проведении предварительных расчётов можно допустить, что температуры на внутренней и внешней поверхностях ТК равны. Температуру на внутренней поверхности технологического канала можно приблизительно определить по соотношению:

$$t_{TK \text{ внут}}^{\text{II}} = t_{I/2} + \frac{q^*}{\alpha_{I/2}}, \quad (4.56)$$

где $t_{I/2}$ – температура теплоносителя на участке с индексом «I/2», $\alpha_{I/2}$ – коэффициент теплоотдачи на этом же участке, q^* – поверхностная плотность теплового потока:

$$q^* = q_{v \text{ зам}}^{\text{II}} \cdot R_{TK \text{ внеш}} / 2. \quad (4.57)$$

Температура на внутренней поверхности блока замедлителя определяется соотношением:

$$t_{\text{зам внут}}^{\text{II}} = t_{TK \text{ внеш}}^{\text{II}} + \frac{\delta_3^{TK}}{\lambda_3} \cdot q^*, \quad (4.58)$$

где $t_{TK \text{ внеш}}^{\text{II}} = t_{TK \text{ внут}}^{\text{II}}$; δ_3^{TK} – толщина зазора между трубой ТК и внутренней поверхностью блока замедлителя; λ_3 – коэффициент теплопроводности газовой смеси, прокачиваемой через зазор при температуре ~ 40 °С.

Распределение температуры в центральном блоке замедлителя описывается выражением:

$$t(r) = t_{\text{зам внут}}^{\text{II}} + \frac{q_{v \text{ зам}}^{\text{II}} \cdot R_3^2}{2\bar{\lambda}} \cdot \left[\ln \frac{r}{R_{TK \text{ внеш}}} - \frac{r^2 - R_{TK \text{ внеш}}^2}{2R_3^2} \right], \quad (4.59)$$

где $R_{TK \text{ внеш}} \leq r \leq R_3$, $\bar{\lambda}$ – среднее значение коэффициента теплопроводности графита, R_3 – эквивалентный радиус блока замедлителя.

Для блока замедлителя, представляющего собой в поперечном сечении многоугольник, R_3 определяется соотношением:

$$R_3 = \sqrt{\frac{F}{\pi}}, \quad (4.60)$$

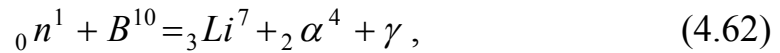
где F – площадь поперечного сечения блока. Для квадратного сечения со стороны квадрата a :

$$R_3 = \frac{a}{\sqrt{\pi}}. \quad (4.61)$$

4.6. Распределение температуры в органах регулирования

Обычно, в качестве материалов для изготовления органов регули-

рования реактором используются борсодержащие материалы: бористая сталь, карбид бора. Тепловыделение в таких материалах в основном (60 % от общего тепловыделения) обусловлено протеканием реакции:



которая происходит на тепловых и промежуточных (в меньшей степени) нейтронах.

4.6.1. Объёмная плотность тепловыделения в поглощающем стержне

В первом приближении объёмную плотность тепловыделения в поглощающем стержне радиусом R_{cm} можно считать равномерной по координате r : $0 \leq r \leq R_{cm}$ и зависящей от координат z и R . Здесь r – координата, отсчитываемая от оси АЗ в направлении её периферии: $0 \leq r \leq R_{az}$.

Среднее по АЗ значение плотности потока тепловых нейтронов определяется соотношением:

$$\bar{\Phi} = \frac{\bar{N}}{\Sigma_f E_f V_{mon}}, \quad (4.63)$$

где Σ_f – макроскопическое сечение деления топлива; $E_f \sim 181 \text{ МэВ} = 2.9 \cdot 10^{-11} \text{ Вт} \cdot \text{с}$ – энергия деления одного ядра, которая превращается в тепловую; V_{mon} – объём топлива в АЗ:

$$V_{mon} = \pi R_{TT}^2 \cdot n_{TK} \cdot n_{ТВЭЛ} \cdot H_{az}. \quad (4.64)$$

Распределение плотности потока тепловых нейтронов по объёму АЗ в идеальном случае описывается выражением:

$$\Phi(r, z) = \bar{\Phi} \cdot k_v \cdot J_0 \left(2.405 \frac{r}{R_{az}} \right) \cdot \cos \left(\pi \frac{z}{H_{az}} \right), \quad (4.65)$$

где $0 \leq r \leq R_{az}$, $-\frac{H_{az}}{2} \leq z \leq \frac{H_{az}}{2}$.

Количество реакций (n, α) в единицу времени в единице объёма поглощающего стержня пропорционально Φ и $\Sigma_{n, \alpha}$, где $\Sigma_{n, \alpha}$ – макроскопическое сечение реакции (n, α) для материала, из которого выполнен стержень:

$$\Sigma_{n, \alpha} = \sigma_{n, \alpha} \cdot N_{B^{10}}, \quad (4.66)$$

где $\sigma_{n, \alpha}$ – микросечение реакции (n, α) при взаимодействии теплового нейтрона с ядром B^{10} , $N_{B^{10}}$ – ядерная концентрация B^{10} в материале, из которого выполнен стержень. В реакции $B^{10}(n, \alpha)Li^7$ освобождается 2.79 МэВ, из которых 2.31 МэВ выделяется в непосредственной близости от точки протекания реакции: $\Delta E \sim 2.31 \text{ МэВ} = 3.696 \cdot 10^{-13} \text{ Вт} \cdot \text{с}$.

Таким образом, объёмная плотность энерговыделения в материале стержня определяется соотношением:

$$q_{v \text{ см}}(z) \approx \Delta E \cdot \Phi(R^*, z) \cdot \Sigma_{n, \alpha} \cdot 0.33, \quad (4.67)$$

где R^* – расстояние от оси АЗ до оси стержня; z – координата того участка стержня, для которого определяется температурный режим эксплуатации; множитель 0.33 учитывает то, что нейтроны поглощаются преимущественно в приповерхностном слое стержня, а в расчете полагается равномерное выделение энергии во всем объеме стержня.

Максимально жёсткие температурные режимы соответствуют участкам стержней, находящимся в области максимума плотности потока тепловых нейтронов. В идеальном случае максимум Φ приходится на координату $z = 0$. В этом случае:

$$q_{v \text{ см}}^{\max}(R^*) \approx \Delta E \cdot \Phi(R^*, 0) \cdot \Sigma_{n, \alpha} \cdot 0.33. \quad (4.68)$$

4.6.2. Расчёт распределения температуры на наиболее энергонапряжённом участке поглощающего стержня

Температуру поверхности стержня можно определить по соотношению:

$$t_{\text{см}}^n = \bar{t}_{\text{жс}} + \frac{q_{v \text{ см}}^{\max} \cdot R_{\text{см}}}{2 \cdot \alpha}, \quad (4.69)$$

где $\bar{t}_{\text{жс}} = \frac{t_{\text{вх}} + t_{\text{вых}}}{2}$ – средняя температура теплоносителя, $\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^I \alpha_i}{I}$ – средний коэффициент теплоотдачи от поглощающего стержня к теплоносителю.

Распределение температуры по радиусу стержня, расположенного на расстоянии R^* от оси АЗ, описывается соотношением:

$$t_{cm}(r) = t_{cm}^n + \frac{q_{v\,cm}^{\max}}{4\lambda_{cm}(t_{cm}^n)} \cdot (R_{cm}^2 - r^2), \quad (4.70)$$

где $0 \leq r \leq R_{cm}$, $\lambda_{cm}(t_{cm}^n)$ – коэффициент теплопроводности материала, из которого выполнен стержень при температуре t_{cm}^n .

Температура в центре стержня вычисляется по формуле:

$$t_{cm}^{II} = t_{cm}^n + \frac{q_{v\,cm}^{\max} \cdot R_{cm}^2}{4\lambda_{cm}(t_{cm}^n)}. \quad (4.71)$$

4.7. Гидравлический расчёт технологического канала

Методически целесообразно разделить канал на три участка (см. рис. 4.3):

- 1) конвективный (или экономайзерный) участок $h < h'$; $t_c < t_s$;
- 2) участок кипения недогретой жидкости (участок поверхностного кипения) $h < h'$; $t_c \geq t_s$;
- 3) участок объемного кипения теплоносителя $h \geq h'$; $t_c > t_s$.

Здесь h – энтальпия теплоносителя; h' – энтальпия кипящего теплоносителя при температуре насыщения t_s .

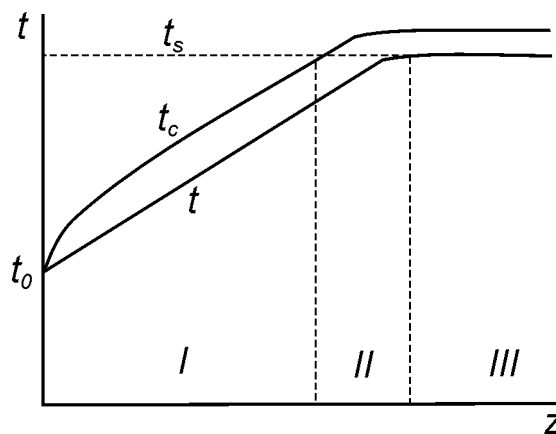


Рис. 4.3. Распределение температур теплоносителя t и стенки t_c по длине канала z

I – конвективный участок; II – участок кипения недогретой жидкости; III – участок объемного кипения; t_s – температура насыщения

В отсутствии кипения (водо-водяные реакторы под давлением ВВЭР, РWR) весь канал является конвективным.

Для прокачки теплоносителя с необходимой скоростью через тех-

нологический канал реактора следует создать соответствующий перепад давления (напор), требуемый для компенсации его гидравлического сопротивления.

Для расчета гидравлического сопротивления ТК обычно используется выражение:

$$\Delta p_{TK} = \sum_i \Delta p_{Ti} + \sum_j \Delta p_{Mj}, \quad (4.72)$$

где Δp_{Ti} – потери давления на трение на i участке канала; Δp_{Mj} – потери давления за счет местных сопротивлений (входные и выходные устройства, сужения, дистанционирующие решетки, изгибы и т. д.).

Сопротивление трения на i участке:

$$\Delta p_{Ti} = \frac{\xi_{Ti} \cdot \Delta z_i}{d_{эi}} \cdot \left(\frac{\rho_i \cdot w_i^2}{2} \right), \quad (4.73)$$

где ξ_i – коэффициент трения на i участке; Δz_i и $d_{эi}$ – длина и эквивалентный диаметр i участка ТК; ρ_i и w_i – плотность и скорость теплоносителя на i участке.

В случае стабилизированного турбулентного течения коэффициент трения для гладких круглых труб хорошо определяется соотношением:

$$\xi_{Ti} = \frac{1}{(1.82 \cdot \lg \text{Re}_i - 1.64)^2}. \quad (4.74)$$

Для расчёта коэффициентов трения ξ_i в пучках ТВЭЛ можно использовать следующие формулы:

для треугольной решетки ТВЭЛ

$$\frac{\xi_i}{\xi_{Ti}} = 0.57 + 0.18(x - 1) + 0.53[1 - \exp(-a)], \quad (4.75)$$

где

$$a = \begin{cases} 0.58 \{1 - \exp[-70(x - 1)]\} + 9.2(x - 1) & \text{при } x < 1.02, \\ 0.58 + 9.2(x - 1) & \text{при } x > 1.02; \end{cases} \quad (4.76)$$

для квадратной решетки ТВЭЛ

$$\frac{\xi_i}{\xi_{Ti}} = 0.59 + 0.19(x - 1) + 0.52 \{1 - \exp[-10(x - 1)]\}. \quad (4.77)$$

Здесь приняты следующие обозначения: ξ_{Ti} – коэффициент трения для круглой трубы при том же значении Re по отношению (4.74), $x = s/d$ – отношение расстояния между центрами соседних ТВЭЛ к диаметру ТВЭЛ.

Для расчёта местных сопротивлений используется выражение (4.73), в котором вместо коэффициента трения ξ_{Ti} используются коэффициенты местных сопротивлений. Для определения последних используются расчётные соотношения и графические зависимости, приводимые в справочной литературе.

Мощность, необходимая для прокачки теплоносителя через АЗ реактора, рассчитывается по формуле:

$$N_H = n_{TK} \cdot \frac{G \cdot \Delta P_{TK}}{\eta \cdot \bar{\rho}}, \quad (4.78)$$

где $\bar{\rho}$ – среднее значение плотности теплоносителя в ТК, η – КПД насосов.

4.8. Оценка критических тепловых потоков

В реакторах, охлаждаемых водой или органическими жидкостями, с целью обеспечения надёжной эксплуатации ТВЭЛов производится расчёт критических тепловых потоков $q_i^{крит}$ на участках ТК, которые сравниваются со значениями q_i . Если на i участке $q_i^{крит} > q_i$, то кризис теплоотдачи на данном участке отсутствует. Если на каком-либо участке последнее условие не выполняется, то это свидетельствует о возможности кризиса теплоотдачи. В этом случае все расчёты необходимо повторить. При этом, соответственно, придётся пересмотреть ряд конструктивных и эксплуатационных параметров реактора.

Критическую тепловую нагрузку в случае водяного теплоносителя, омывающего сборку стержневых цилиндрических ТВЭЛов, при давлении в первом контуре (14 ÷ 20) МПа, недогреве до кипения $\Delta t_s = (10 \div 100)$ °С и скорости теплоносителя $w = (1.5 \div 7)$ м/с:

$$q_i^{крит} = 41300(w_i \cdot \rho_i)^{0.5} \cdot \Delta t_H^{0.33} \cdot \left(\frac{v'}{v'' - v'} \right), \quad (4.79)$$

где $\Delta t_H = t_s - t_{вых}$ – недогрев до состояния кипения теплоносителя, t_s – температура кипящей воды при заданном давлении (температура насыщения), v'' и v' – удельные объёмы сухого насыщенного пара и кипящей

воды при t_s .

4.9. Оценка напряжённого состояния элементов конструкции ТК

4.9.1. Термические напряжения в оболочке ТВЭЛ

Для расчёта величины термических напряжений в оболочке ТВЭЛ используется выражение:

$$\sigma_{об_i} = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t_{li}}{2 - (1 - \nu)} \cdot \left(1 + \frac{m}{6 + 3m} \right), \quad (4.80)$$

где α – коэффициент линейного теплового расширения, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона (величины, зависящие от типа материала оболочки); Δt_{li} – перепад температуры на оболочке ТВЭЛ на i участке ТК;

$$m = 1 - \frac{R_1}{R_2}. \quad (4.81)$$

Если толщина оболочки мала, то $\left(1 + \frac{m}{6 + 3m} \right) \rightarrow 1$ и

$$\sigma_{об_i} \sim \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t_{li}}{2(1 - \nu)}. \quad (4.82)$$

Полученные значения $\sigma_{об_i}$ необходимо сравнить с пределом прочности материала оболочки ТВЭЛ $\sigma_{пр}$. Необходимо чтобы $\sigma_{об_i} < \sigma_{пр}$. В противном случае требуется провести расчёт вновь после пересмотра ряда геометрических и эксплуатационных параметров реактора.

4.9.2. Термические напряжения в объеме замедлителя

Для оценки максимального значения растягивающего напряжения в объёме блока замедлителя нужно воспользоваться соотношением:

$$\sigma_{зам}^{max} = \frac{q^*}{\lambda} \cdot \frac{\alpha E}{1 - \nu} \cdot f_2, \quad (4.83)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, α – коэффициент линейного теплового расширения, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона для графита. Функция f_2 определяется из табл. 4.1.

Таблица 4.1

Значения функции f_2 в зависимости от радиуса ТК

$\frac{R_{TK \text{ внеш}}}{R_9}$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
$f_2 \cdot 10^5$	138	285	460	655	885	1160	1450

Значение $\sigma_{зам}^{\max}$ также следует сравнить с пределом прочности графита на растяжение $\sigma_{пр}^c$ с целью проверки выполнения условия $\sigma_{зам}^{\max} < \sigma_{пр}^c$.

4.9.3. Расчёт термических напряжений в топливной таблетке

В стационарном режиме в предположении постоянства объёмной плотности тепловыделения в цилиндрической таблетке нормальные компоненты термомеханического напряжения определяются соотношениями:

$$\sigma_{rr}(r)_i = \frac{\alpha E q_{vi}}{16 \lambda_T (1 - \nu)} (r^2 - R_{TT}^2), \quad (4.84)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r)_i = \frac{\alpha \cdot E \cdot q_{vi}}{16 \cdot \lambda_T (1 - \nu)} (3r^2 - R_{TT}^2), \quad (4.85)$$

$$\sigma_{zz}(r)_i = \frac{\alpha \cdot E \cdot q_{vi}}{16 \cdot \lambda_T (1 - \nu)} (4r^2 - 2R_{TT}^2), \quad (4.86)$$

где текущее значение координаты $0 \leq r \leq R_{TT}$; коэффициент теплопроводности топлива λ_T выбирается для среднего значения температуры (между центром и поверхностью топливной таблеткой); α , E , ν – коэффициенты материала топлива.

Используя соотношения (4.84)–(4.86), следует рассчитать распределения $\sigma_{rr}(r)$, $\sigma_{\theta\theta}(r)$ и $\sigma_{zz}(r)$ на наиболее энергонапряженном участке технологического канала, т. е. при $q_{vi} = q_v^{\max}$. Затем необходимо сравнить максимальные значения компонент $\sigma_{rr}(r)$, $\sigma_{\theta\theta}(r)$ и $\sigma_{zz}(r)$ с пределом прочности материала топливной таблетки. При верном выборе геометрических и конструктивных параметров реактора ни одна из компонент не должна превышать соответствующие пределы прочности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Атомная электростанция (АЭС) является сложной системой, объединяющей компоненты с принципиально различными физическими свойствами: активную зону реактора в качестве источника тепла; технологические контуры для передачи тепла; паровые турбины в качестве преобразователя тепловой энергии в механическую; электрические генераторы для преобразования механической энергии в электрическую; внешние и внутренние электрические сети для распределения вырабатываемой электроэнергии; системы охлаждения; систему контроля параметров всех элементов и контуров АЭС; схемы управления элементами АЭС.

При работе АЭС должно обеспечиваться в идеале постоянное производство электроэнергии с номинальной мощностью, целостность всех ее элементов, радиационная безопасность эксплуатационного персонала и окружающей среды.

Безусловное выполнение этих требований приводит к необходимости быстрого отключения (останова) как отдельных элементов, так и блока АЭС в целом при отклонениях от допустимых режимов работы в процессе пуска, останова или работы на номинальной мощности. В то же время необходимо исключить ложные срабатывания аварийной защиты и развитие незначительных отклонений от проектных режимов в аварийные ситуации. При этом следует помнить, что время, которым располагает оперативный персонал для обнаружения и идентификации нарушения режима работы блока или отдельных основных элементов технологических контуров выбора и выполнения действий, необходимых для стабилизации работы блока и определения эффективности проведенных операций, зависит от скорости протекания процессов в технологической системе. Скорость протекания процессов в технологических контурах блока, связанных с нарушениями режима работы их основных элементов, прямо пропорциональна мощности блока в полном соответствии с формулой:

$$(N_0 - N_1) \Delta \tau = \Delta t \sum_{i=1}^n c_{pi} M_i$$

или

$$\Delta t / \Delta \tau = (N_0 - N_1) / \sum_{i=1}^n c_{pi} M_i,$$

где Δt и $\Delta \tau$ – изменение температуры теплоносителя и временной про-

межуток времени, в течение которого изменяется мощность блока, соответственно; $(N_0 - N_1)$ – единичное изменение мощности блока, связанное с нарушением режима работы какого-либо основного элемента технологического контура; c_{pi} и M_i соответственно теплоемкость и масса составляющих материалов конструкций блока и теплоносителя контуров; $\Delta t / \Delta \tau$ – скорость изменения температуры теплоносителя, определяющая скорость изменения остальных параметров в технологической системе блока.

Как показывает опыт эксплуатации реакторов ВВЭР-1000, время, необходимое для успешной ликвидации возникшей аварийной ситуации без останова блока, составляет всего около 20 с. Есть отдельные аварийные ситуации, в которых оно сокращается до 5 с. Тепломассообмен в потоке теплоносителя и теплоперенос из ядерного топлива, заключенного в тепловыделяющих элементах, в теплоноситель определяют значения тех временных промежутков, в течение которых ситуация должна быть устранена.

Материал, изложенный в учебном пособии, позволяет проанализировать динамику теплового состояния теплоносителя в различных ситуациях и, следовательно, определить теплотехнические пределы надежной эксплуатации ядерной паропроизводящей установки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дементьев Б.А. Ядерные энергетические реакторы: Учебник. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 280 с.
2. Кириллов П.Л., Богословская Г.П. Тепломассообмен в ядерных энергетических установках: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 2000. – 456 с.
3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1969. – 440 с.
4. Теплотехника: Учебник для вузов / А.П. Баскаков, Б.В. Берг, О.К. Витт, Ю.В. Кузнецов, Н.Ф. Филипповский. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.
5. Бонилла Ч.Ф. Вопросы теплопередачи в ядерной технике. – М.: Госатомиздат, 1961. – 315 с.
6. Кафаров В.В. Основы массопередачи: Учебник для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1979. – 439 с.
7. Клемин А.И., Полянин Л.Н., Стригулин М.М. Теплогидравлический расчет и теплотехническая надежность ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1980. – 261 с.
8. Минашин В.Е., Шолохов А.А., Грибанов Ю.И. Теплофизика ядерных реакторов с жидкометаллическим охлаждением и методы электро моделирования. – М.: Атомиздат, 1971. – 312 с.
9. Крамеров А.Я., Шевелев Я.В. Инженерные расчеты ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 736 с.
10. Гидродинамика и теплообмен в атомных энергетических установках: Основы расчета / Под ред. В.И. Субботина. – М.: Атомиздат, 1975. – 406 с.
11. Тепловые и атомные электрические станции: Справочник / Под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 624 с.
12. Бойко В.И., Кошелев Ф.П., Шаманин И.В., Колпаков Г.Н. Нейтронно-физический и теплогидравлический расчет реактора на тепловых нейтронах: Учебное пособие. – Томск: ТГУ, 2002. – 192 с.
13. Тепловыделение в ядерном реакторе / Е.С. Глушков, В.Е. Демин, Н.Н. Пономарев-Степной, А.А. Хрулев / Под ред. Н.Н. Пономарева-Степного. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 160 с.

Учебное издание

Коротких Александр Геннадьевич
Шаманин Игорь Владимирович

**ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА
В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ**

Учебное пособие

Издание подготовлено в авторской редакции
Оригинал-макет А.Г. Коротких, И.В. Шаманина

Подписано к печати 04.12.2007. Формат 60x84/16.

Бумага офсетная.

Печать RISO. Усл.печ.л. 6,80. Уч.-изд.л. 5,85.

Заказ . Тираж 100 экз.

Томский государственный университет
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, РИО ТГУ