

*Дисциплина «Начертательная геометрия и
инженерная графика»*

Лекция 1. Методы проецирования.
Точка. Прямая.

Разработчик

Доцент каф.ГРПИ, к.т.н. Плотникова И.В.

Введение

Точка

Прямая

ЛИТЕРАТУРА:

- 1. Бубенников А.В.*** Начертательная геометрия.- М.: Высшая школа, 1985.
- 2. Гордон В.О. , Семенов-Огиевский*** Курс начертательной геометрии.- М.: Наука, 1988.
- 3. Ребрик Б.М., Сироткин Н.В., Калинин В.Н.*** Инженерно-геологическая графика.- М.: Недра, 1991.
- 4. Ломоносов Г.Г.*** Инженерная графика.- М.: Недра, 1987.
- 5. Королев Ю.И.*** Начертательная геометрия.- СПб.: Питер, 2006.

**Начертательная
геометрия –
основа инженерно-
геологической
графики**

**Начертательная геометрия-
наука о геометрических
основах построения
изображений материальных
объектов на плоскости
и о методах решения
пространственных
геометрических задач при
помощи изображений**

Задачи начертательной геометрии

Позиционные - взаимное
положение и принадлежность
элементов;

Метрические – определение по
чертежу истинных величин
(расстояний, углов, площадей и др.)

Основоположник начертательной геометрии



**Французский
ученый
Гаспар Монж
(1746 -1818)**

**Первый учебник
по начертательной
геометрии
опубликован
во Франции
в 1798 г.**

В 1810 г. Карл Потье
начал читать лекции по
начертательной геометрии
в Петербургском Институте
корпуса инженеров
путей сообщения

В 1821г. в России
издан первый учебник по
начертательной геометрии
на русском языке
профессора
Я.А.Севастьянова

В 1855г. профессором **А.Х.Редером** написана книга по теории с числовыми отметками.

Большой вклад в развитие горной геометрии и горно-инженерной графики внесли ученые **В.В.Ржевский,**
В.М.Гудков, И.Н.Ушаков,
Г.Г Ломоносов.



**Валентин
Николаевич
Джонс**

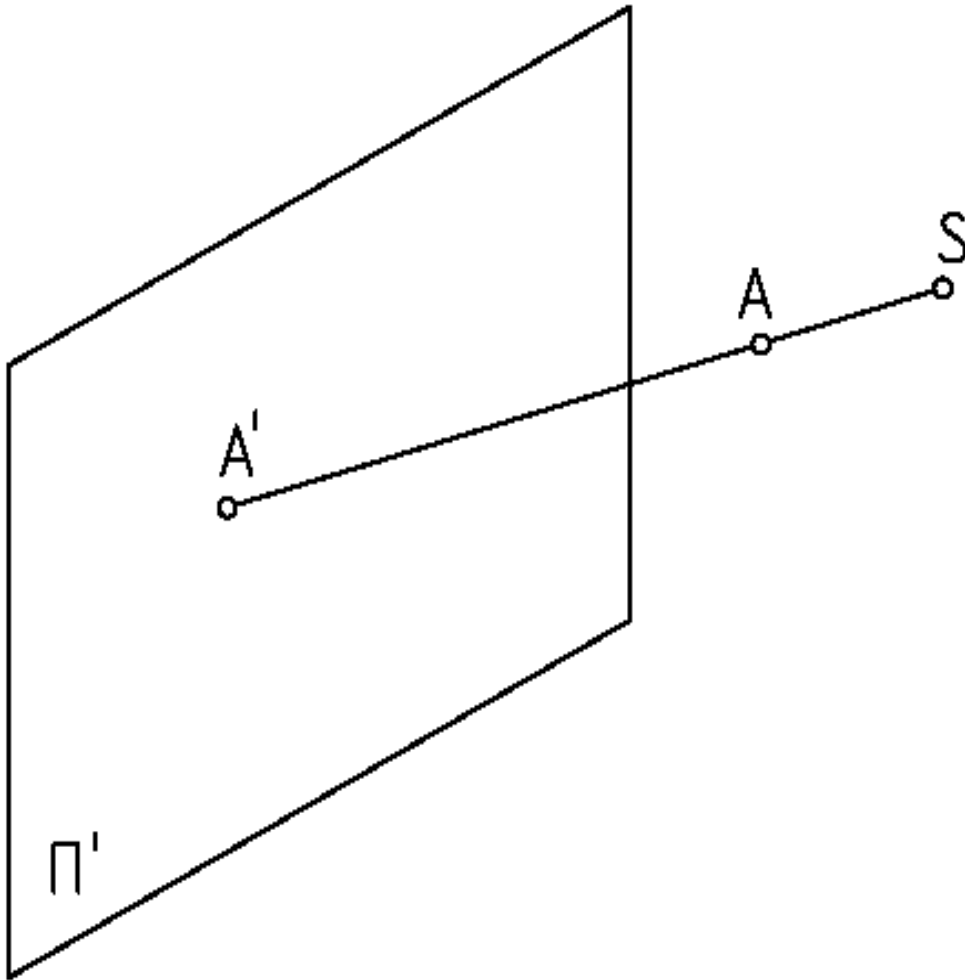
28(16)октября 1900г.

**прочел в Томском
технологическом
институте
первую лекцию
по начертательной
геометрии**

МЕТОД ПРОЕКЦИЙ

Метод проекций обеспечивает построение изображений пространственных форм на плоском чертеже.

Аппарат проецирования включает:
проецирующие лучи,
проецируемый объект
плоскость, на которой получается изображение объекта.



S – центр проекций,
луч SA проведенный
через заданную точку A ,
образует в пересечении с
плоскостью Π' .

Изображение A' –
проекция точки A на
плоскость проекций Π'
 $SA \cap \Pi' = A'$.

Любой материальный объект можно представить состоящим из множества точек, которые могут быть спроецированы на плоскость. В этом случае проекции точек формируют плоское изображение объекта.

Свойства полученных проекций во многом определяются положением центра проекций S по отношению к плоскости Π' .

При этом различают *центральное* и *параллельное* проецирование.

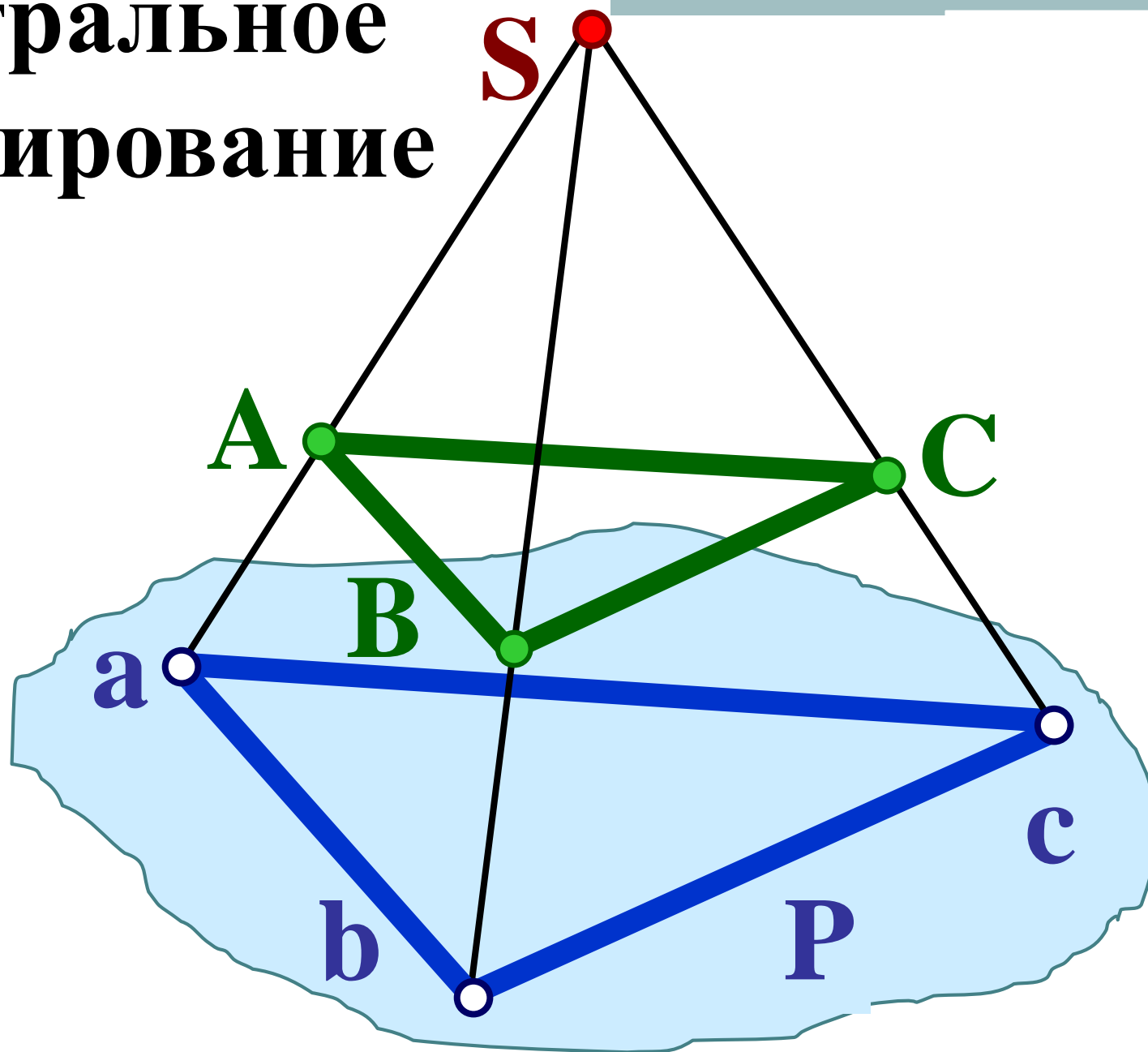
Методы проецирования

```
graph TD; A[Методы проецирования] --> B[Центральное]; A --> C[Параллельное]
```

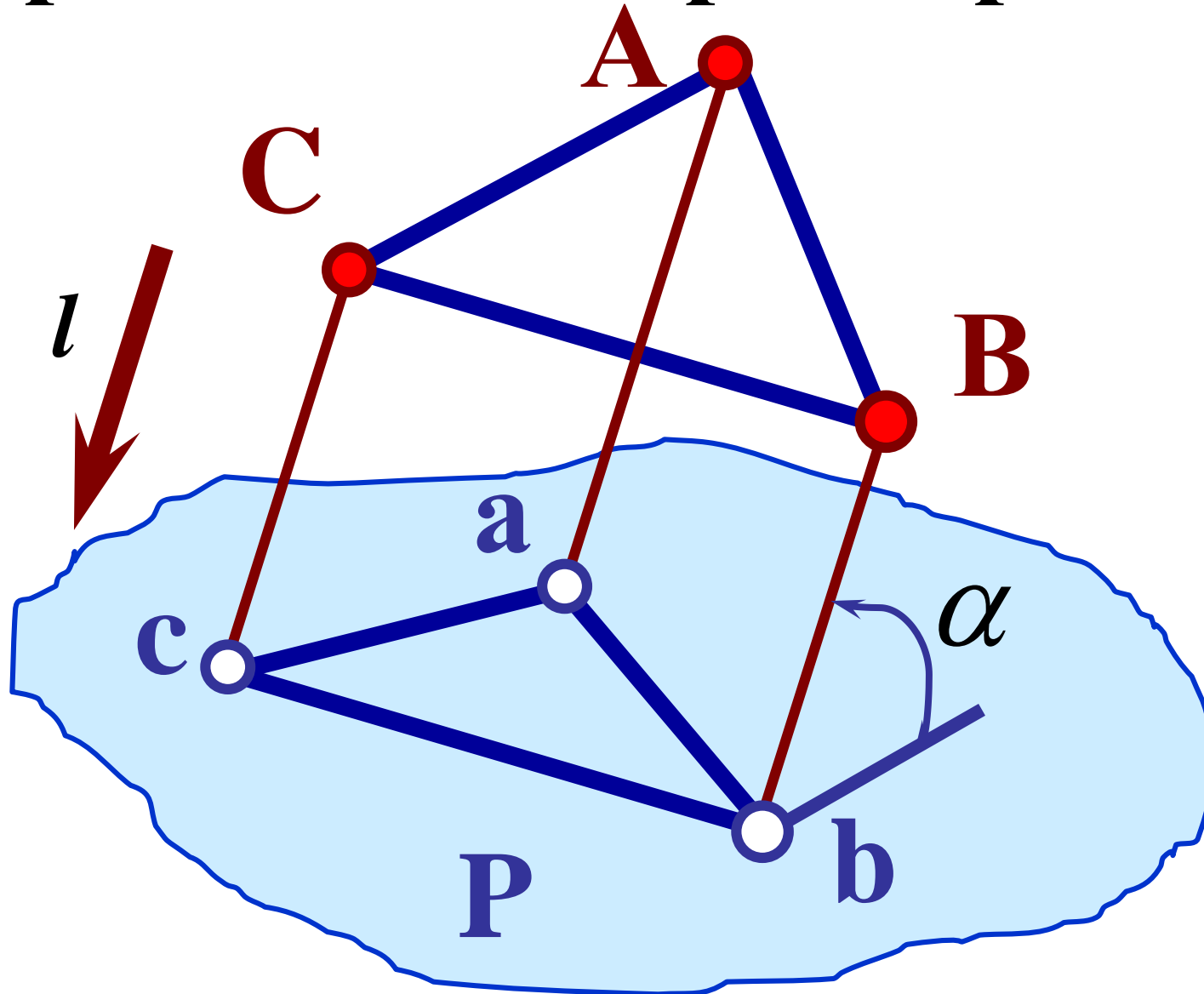
Центральное

Параллельное

Центральное проецирование



Параллельное проецирование



$\angle \alpha = 90^\circ$ - **прямоугольное
проецирование**

$\angle \alpha \neq 90^\circ$ - **косоугольное
проецирование**

Основные свойства прямоугольных проекций:

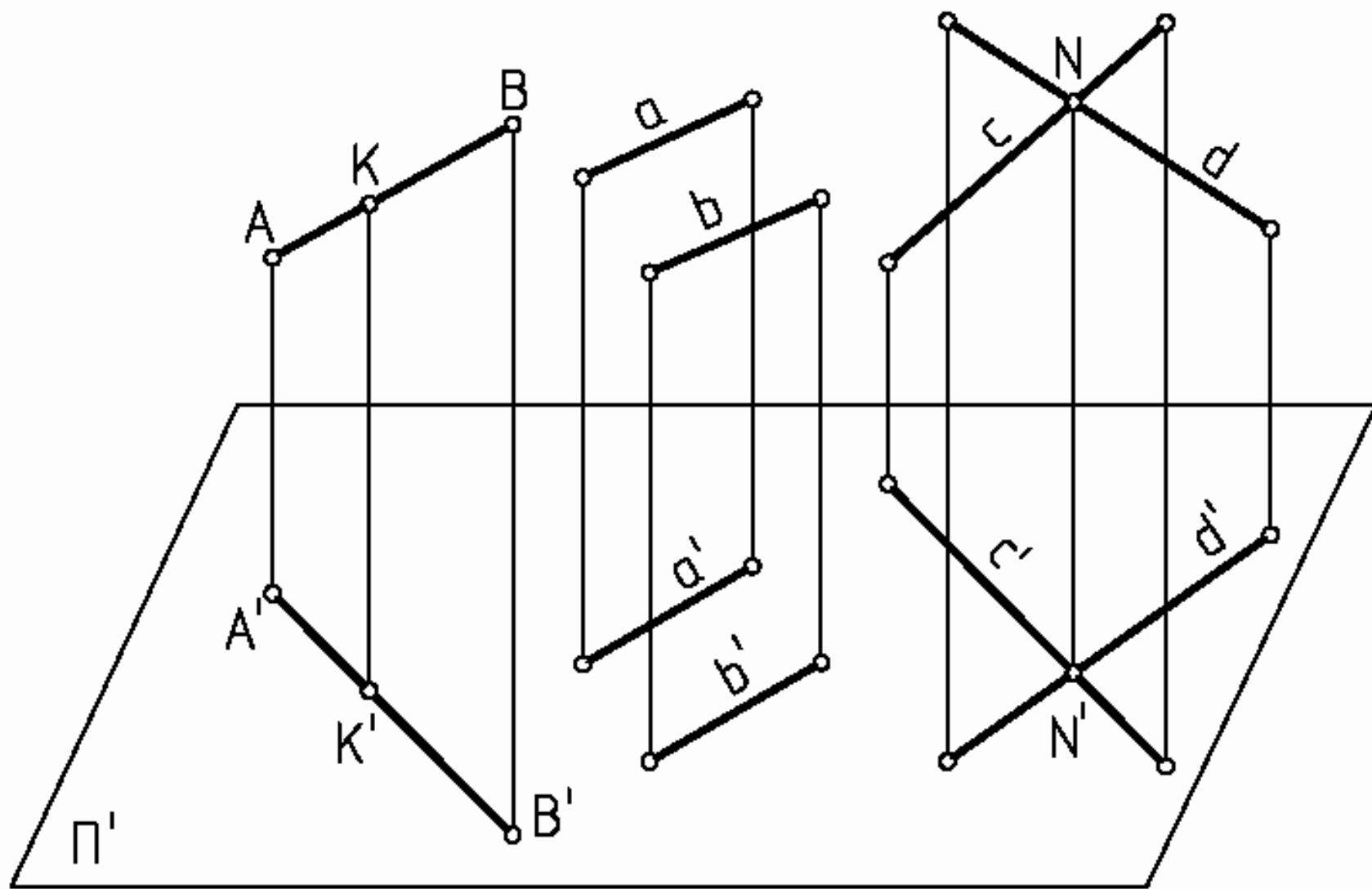
1. Проекция точки есть точка.

2. Проекция прямой есть прямая линия.

При этом, если направление прямой совпадает с направлением проецирования, то такую прямую называют проецирующей, и ее проекцией будет точка.

3. Если точка принадлежит линии, то ее проекция принадлежит проекции этой линии

4. Отношение длин отрезков прямой равно отношению длин их проекций .
5. Проекции двух параллельных прямых параллельны между собой.
6. Точка пересечения проекций двух пересекающихся прямых является проекцией точки пересечения этих прямых.



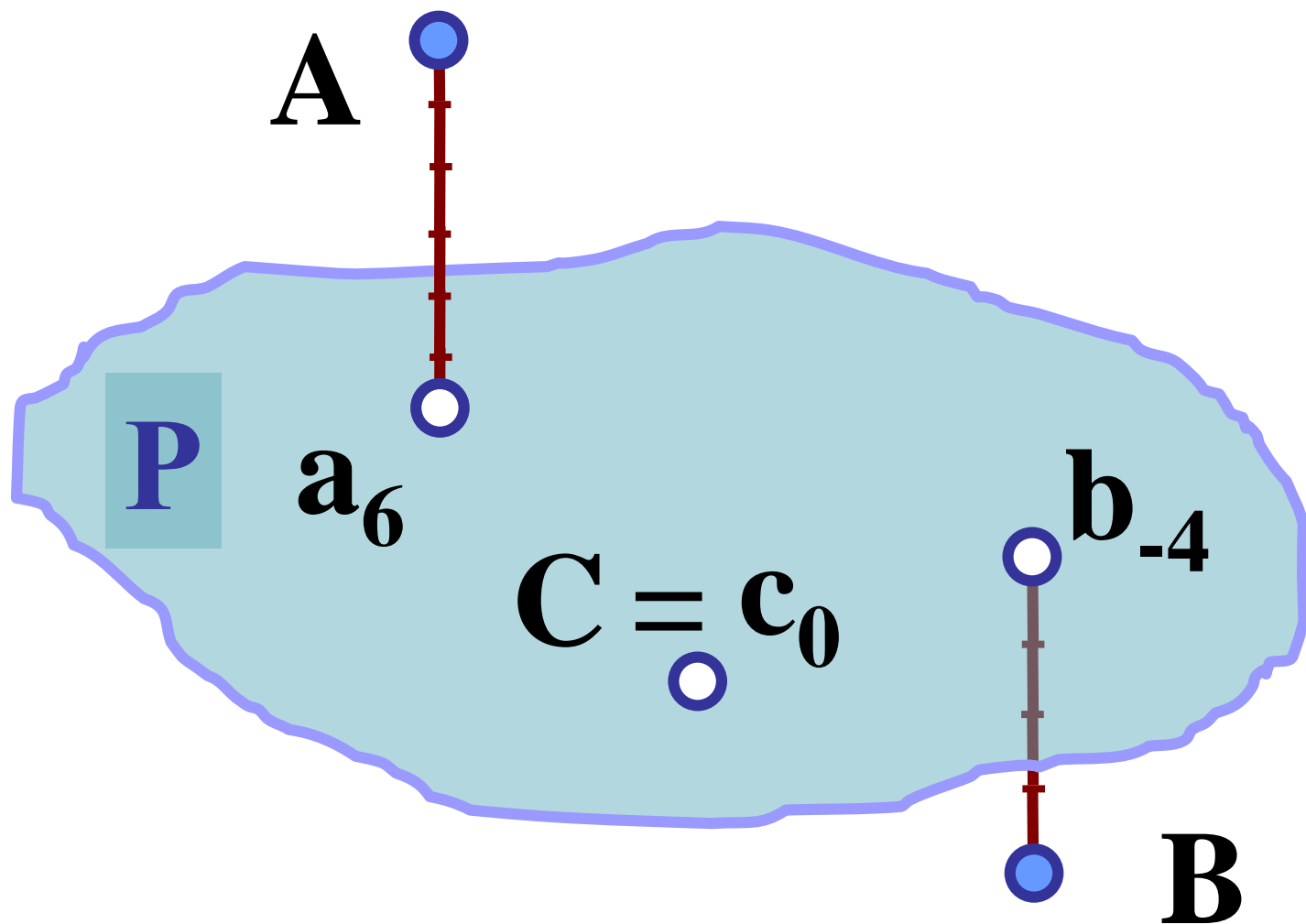
7. Проекции скрещивающихся прямых могут пересекаться или быть параллельным.

8. Плоская фигура, параллельная плоскости проекций, проецируется на эту плоскость без искажения.

9. Величина прямоугольной проекции отрезка зависит от угла наклона прямой к плоскости проекций: $A'B' = AB \cdot \cos \delta$.

Дополнение плоскостного чертежа

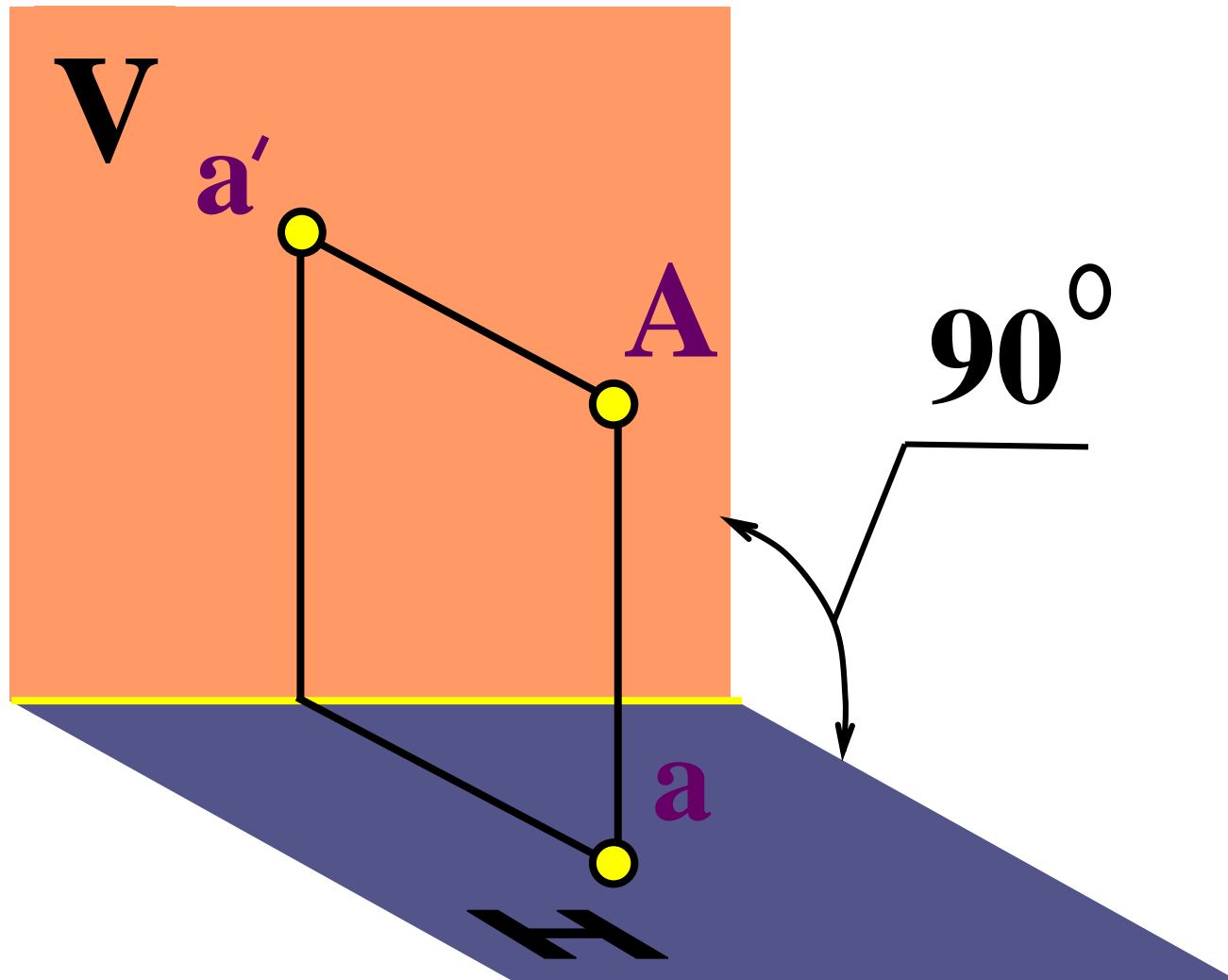
Числовые отметки

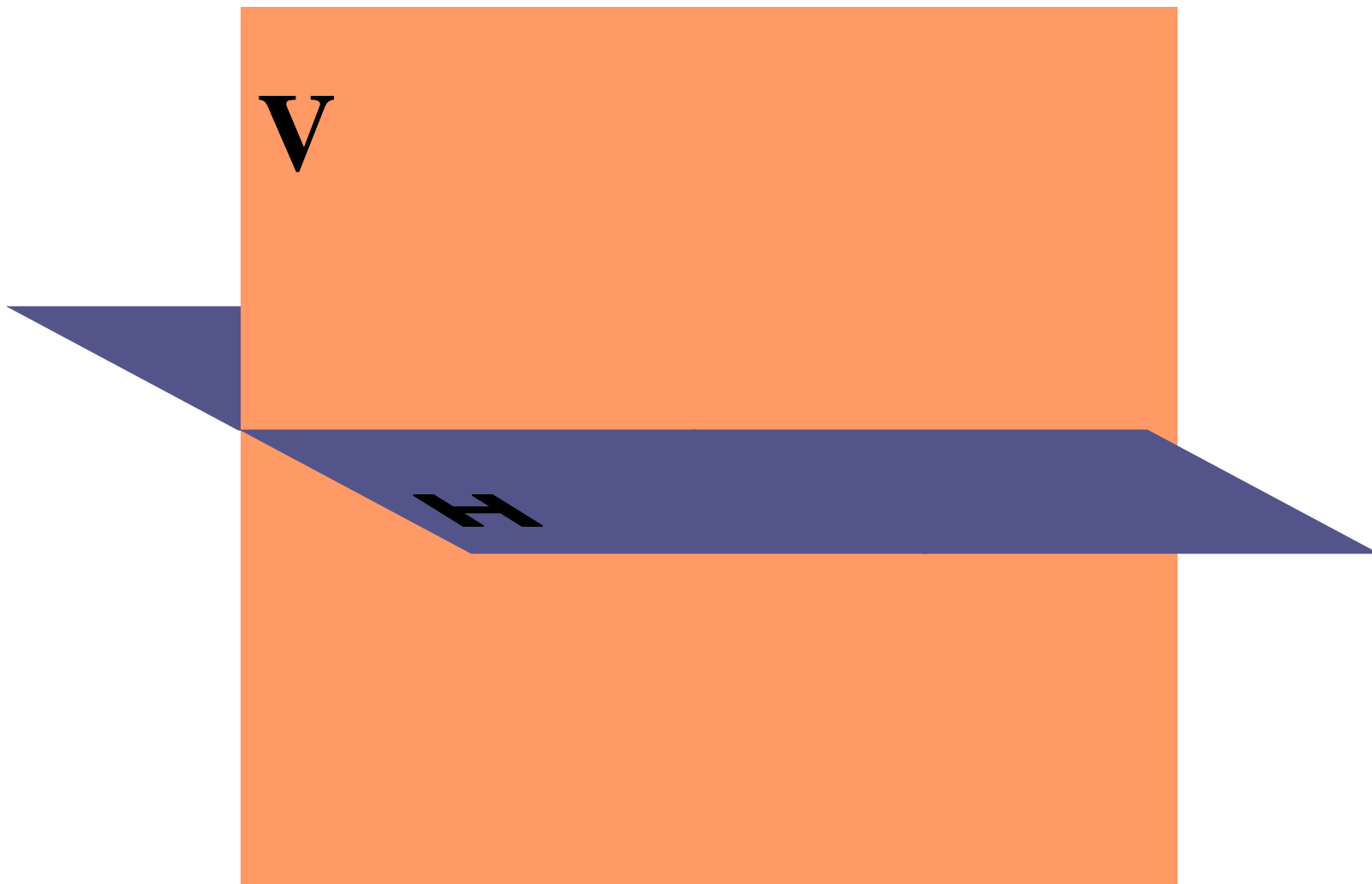


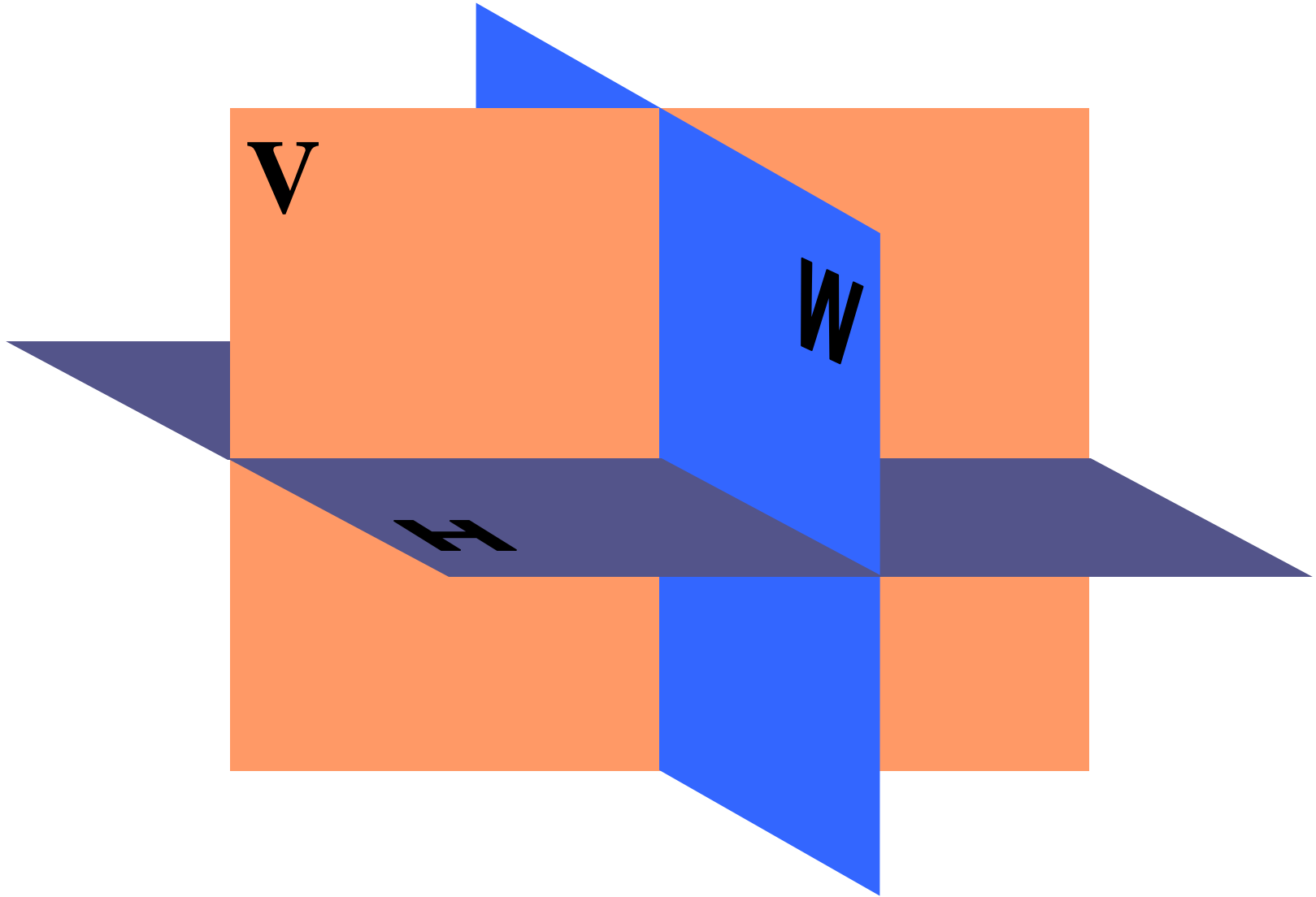
Прямоугольные проекции. Комплексный чертеж

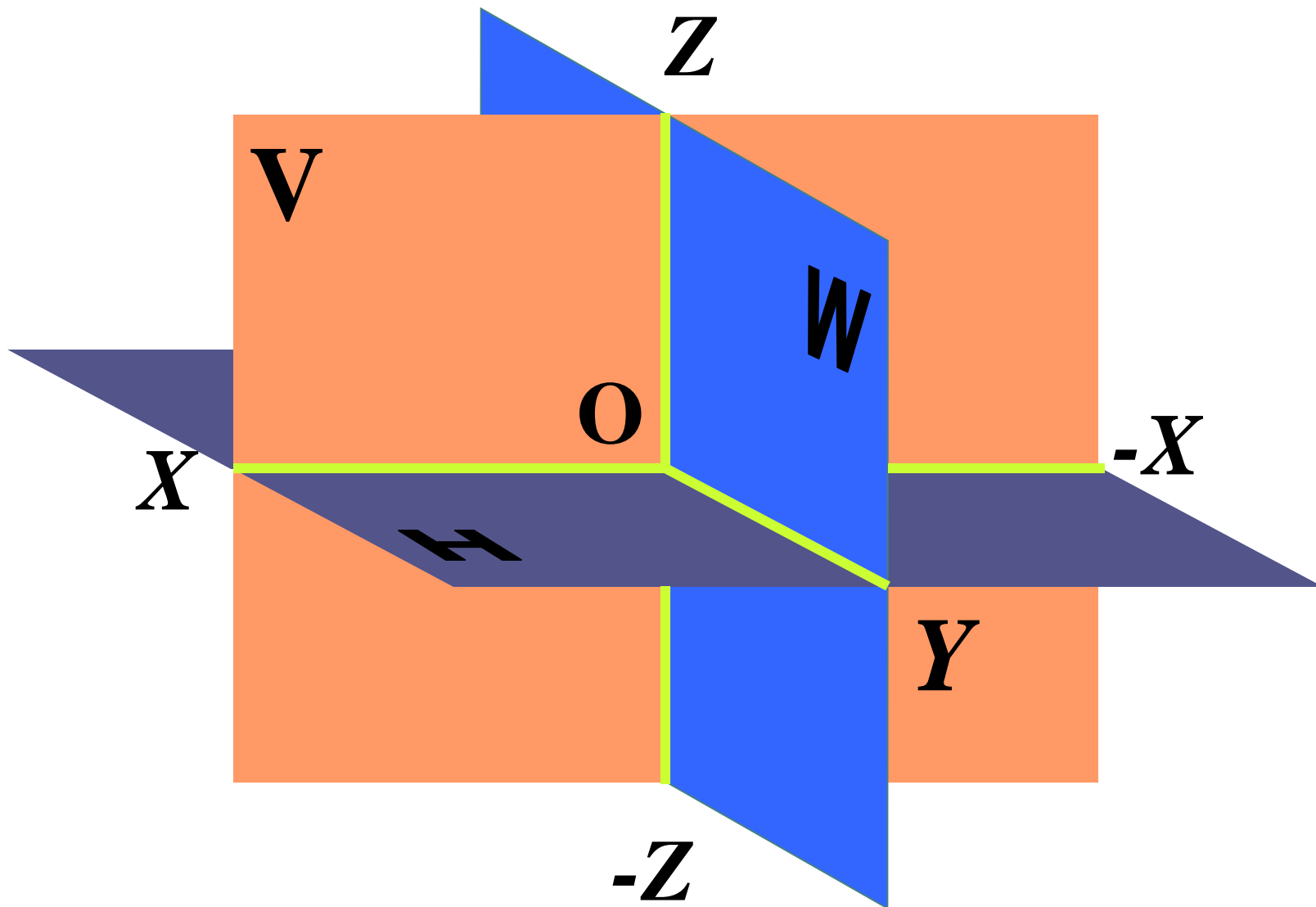
Сущность метода прямоугольных проекций заключается в проецировании изображаемого предмета на две и более взаимно перпендикулярные плоскости проекций лучами, перпендикулярными к этим плоскостям.

Вторая плоскость (метод Монжа)

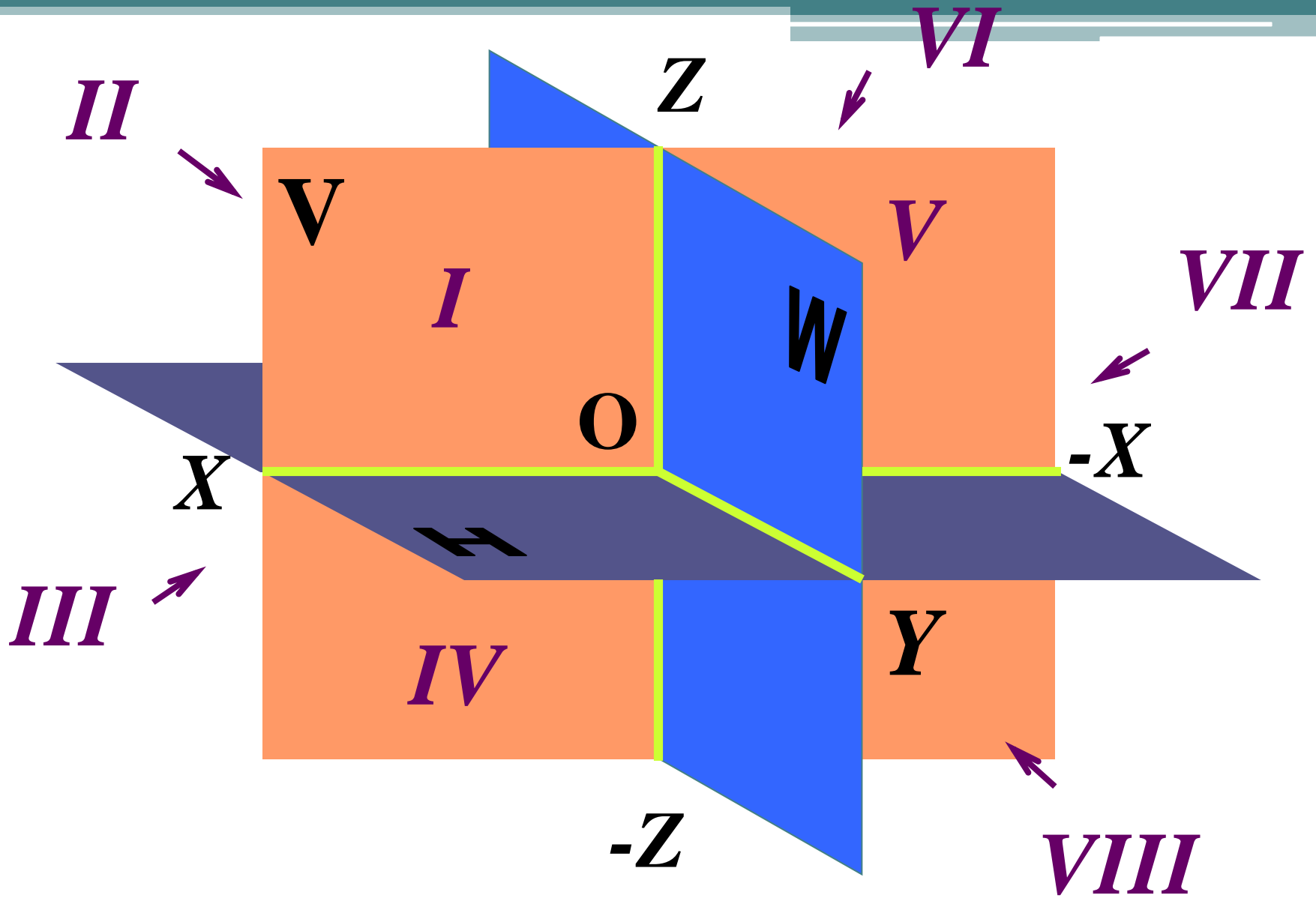




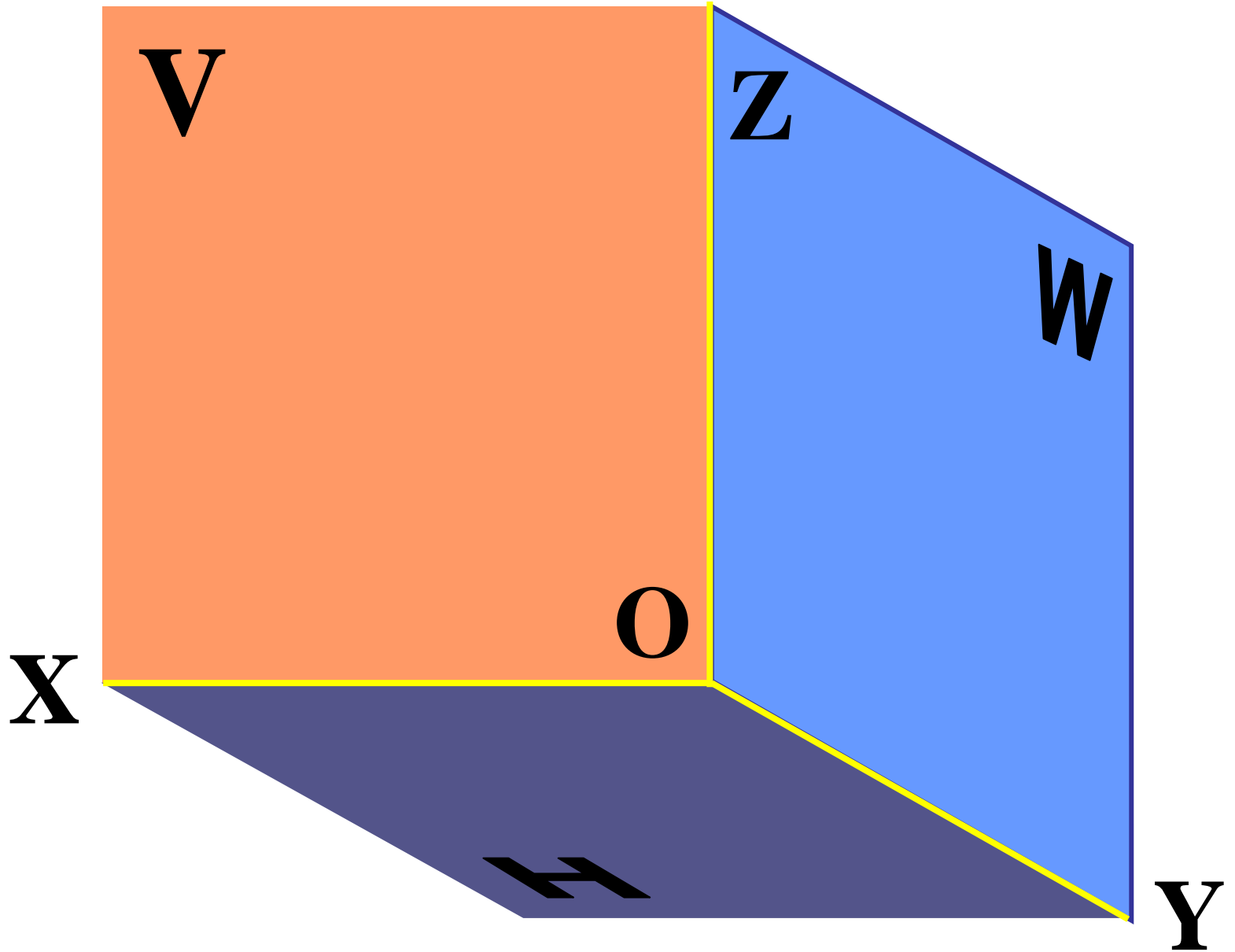


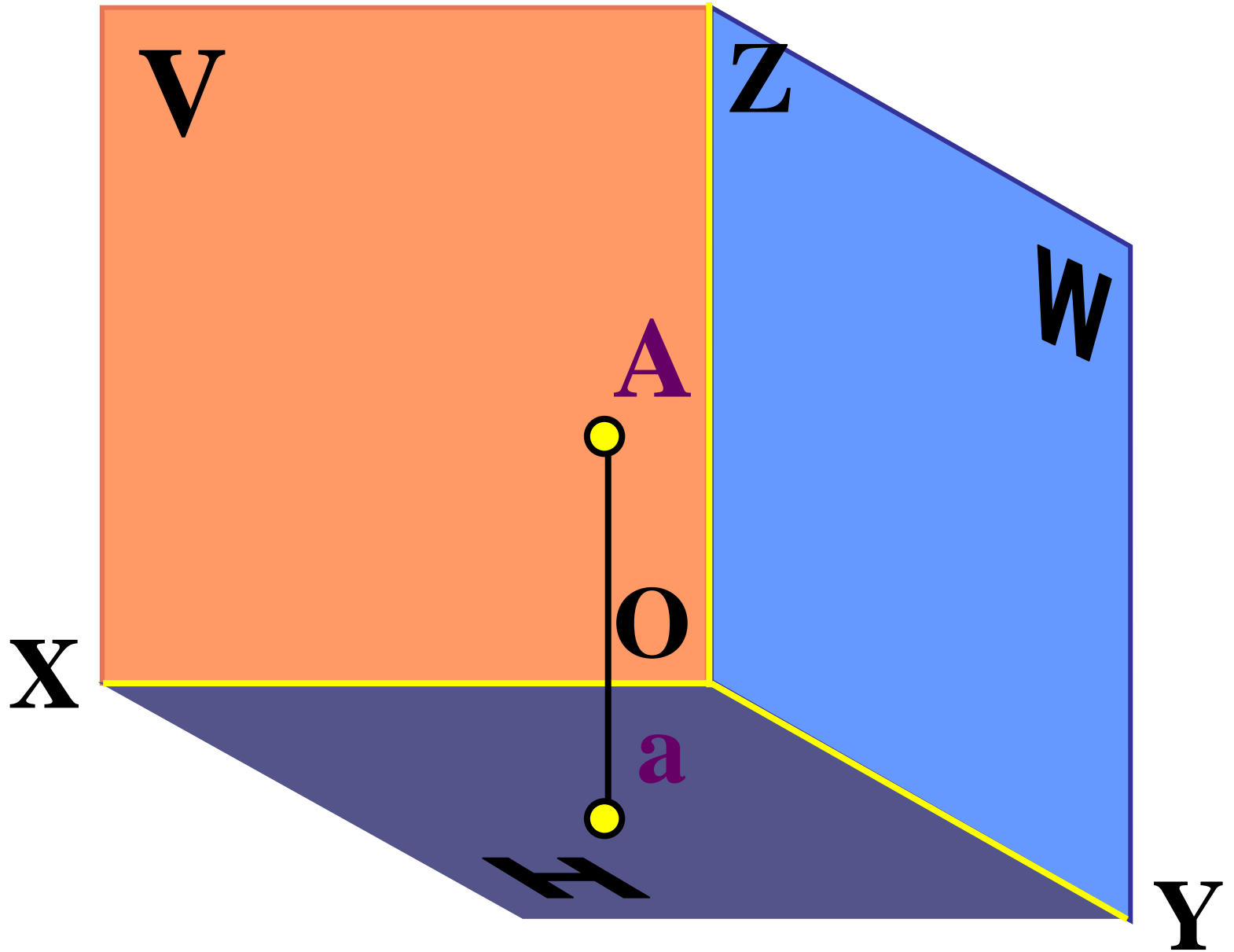


Окта́нт

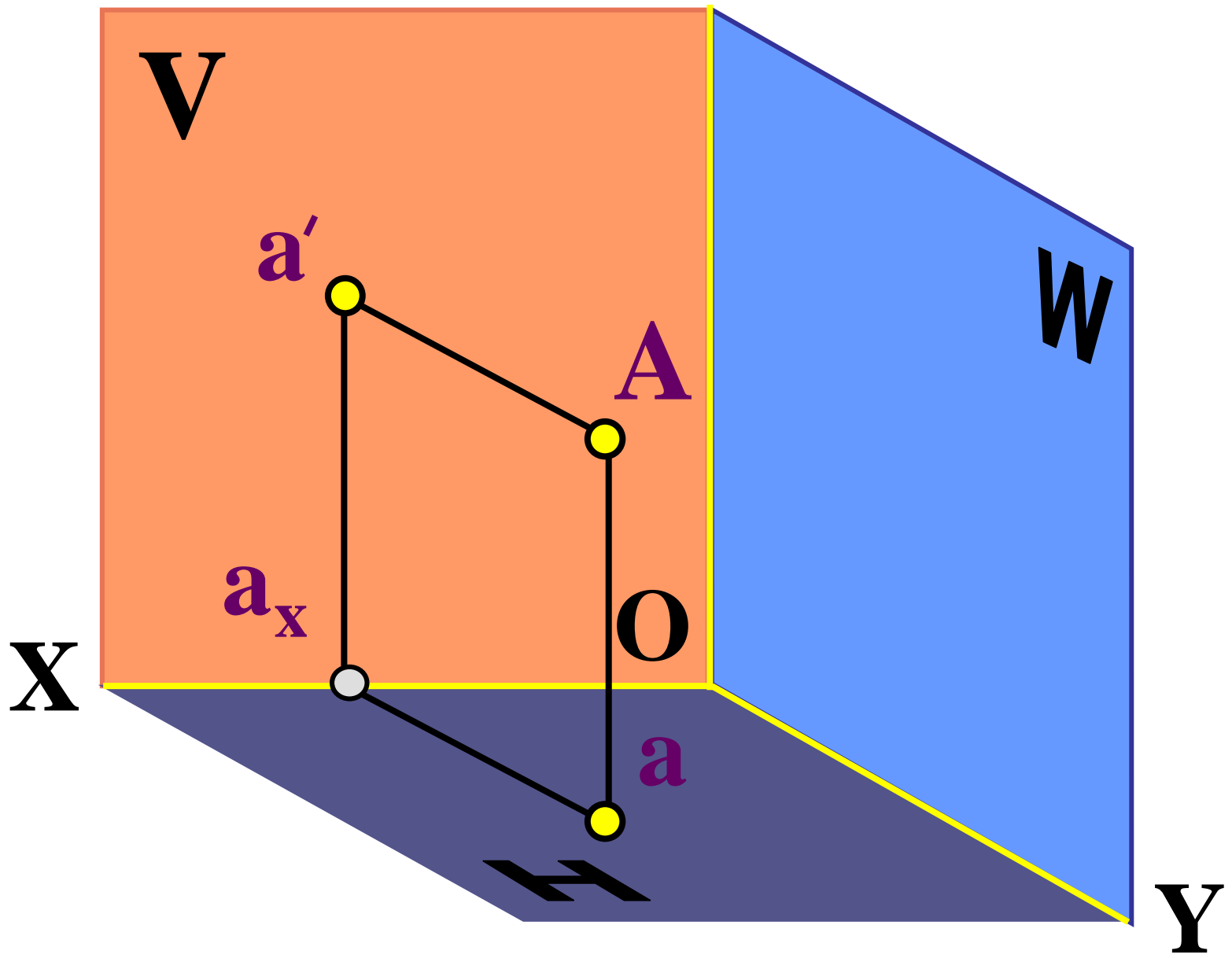


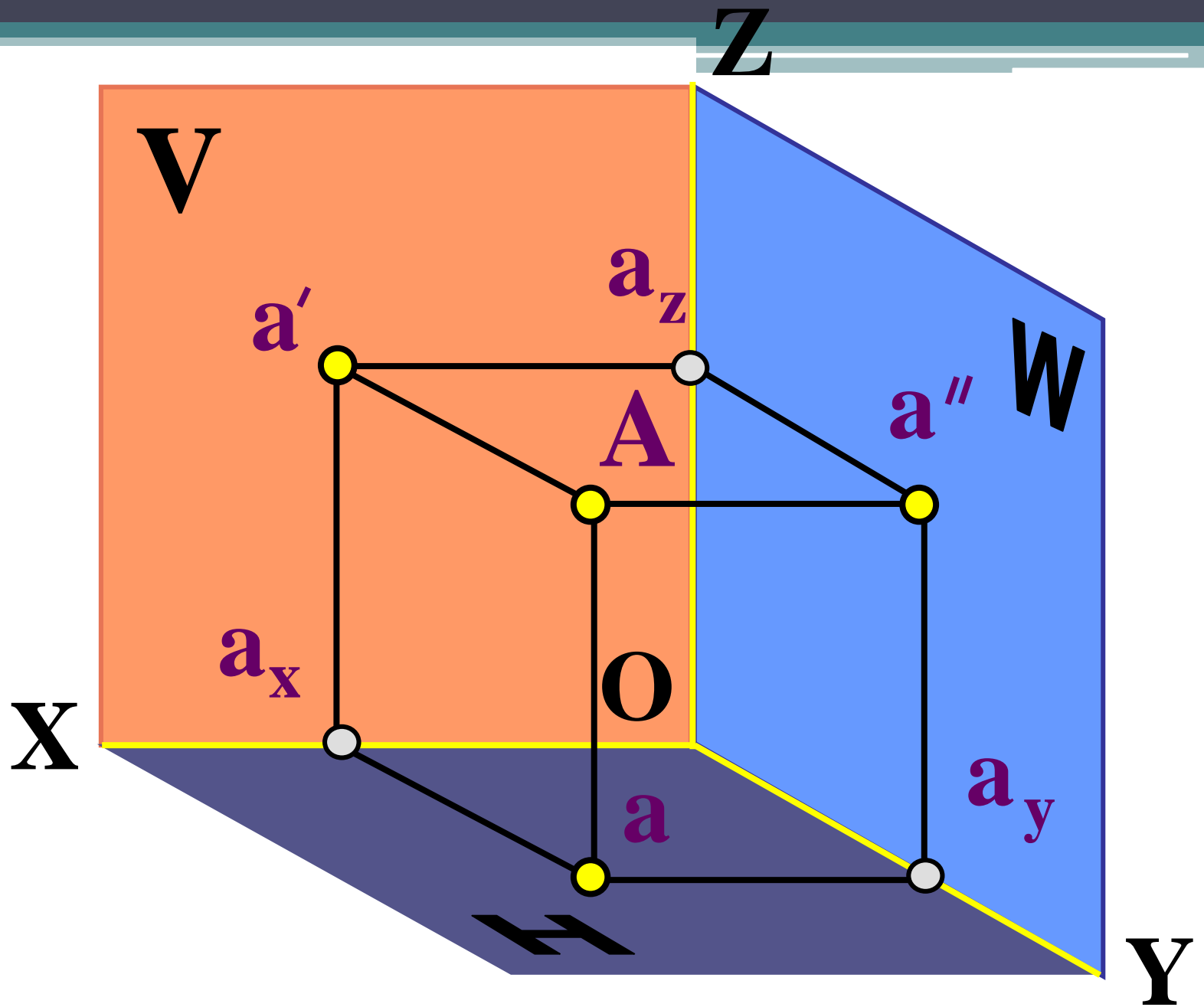
Точка

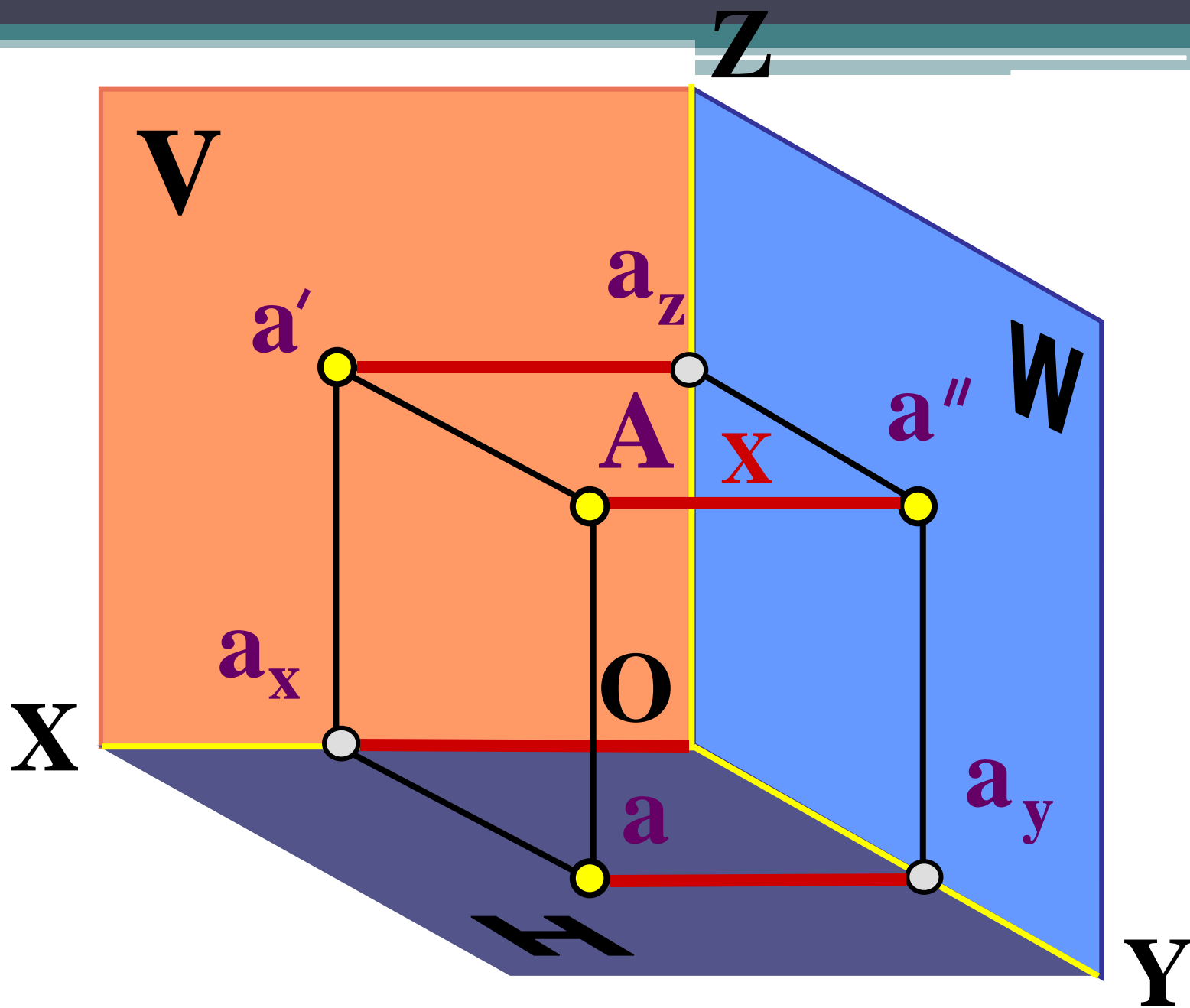


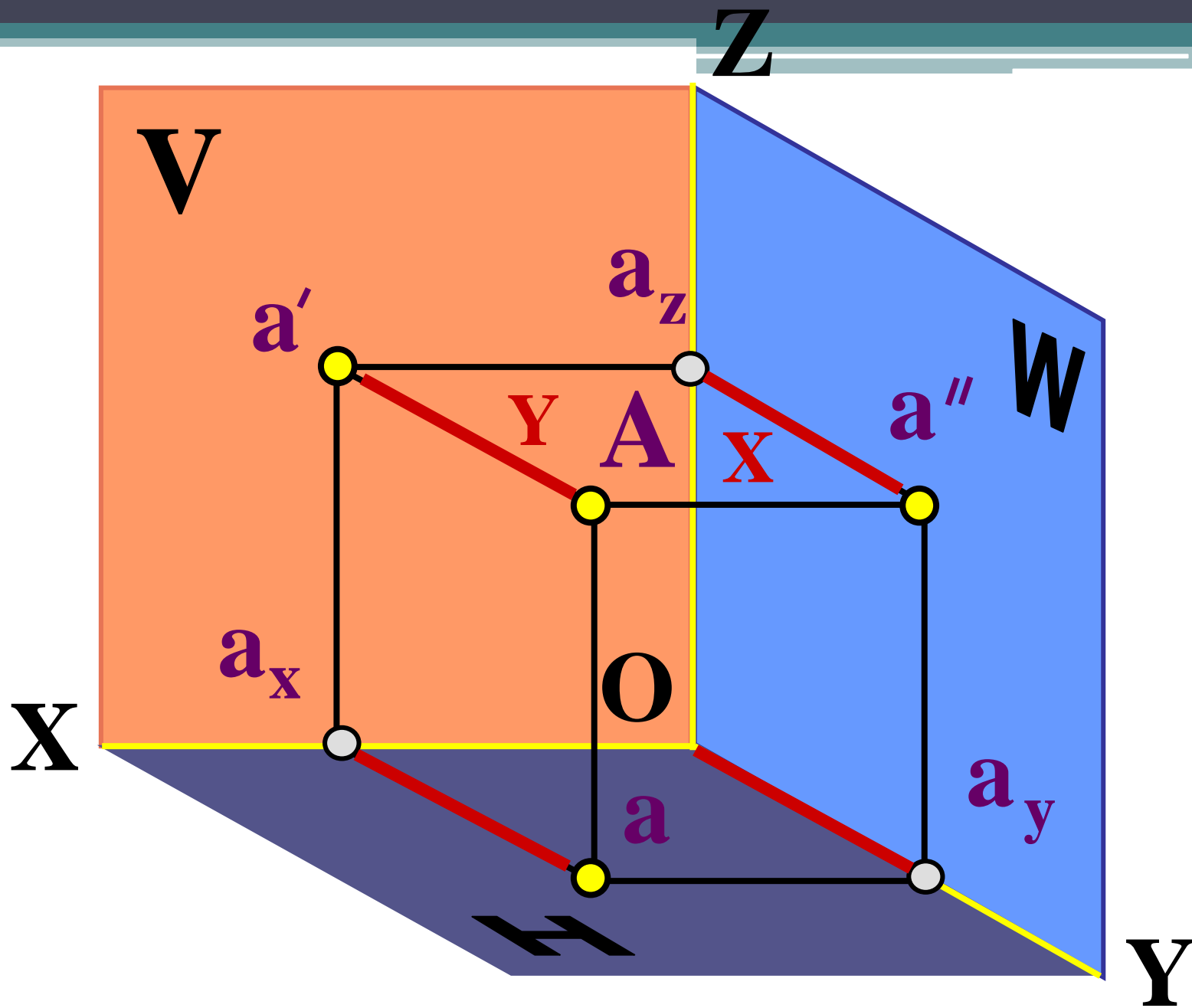


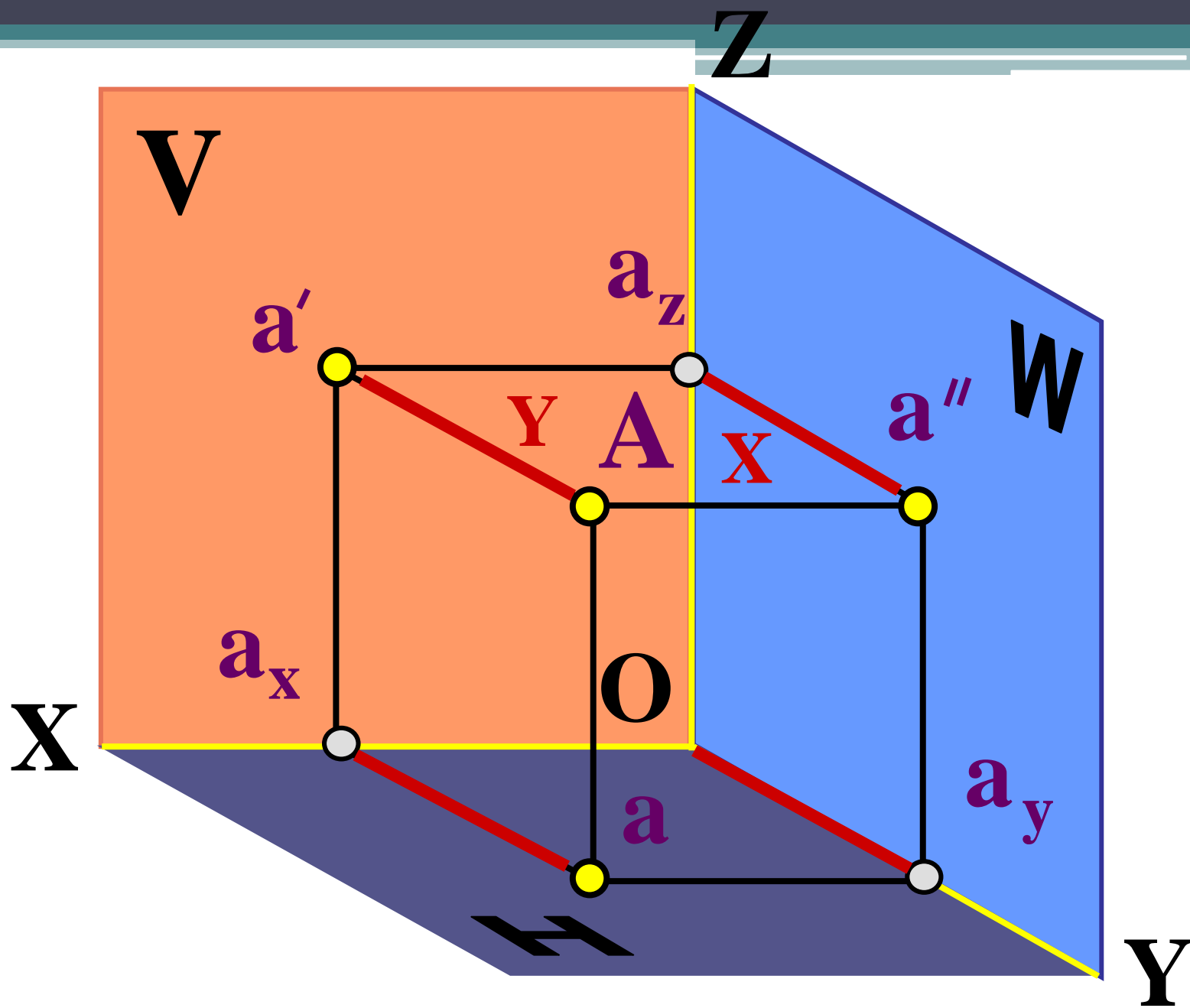
Z

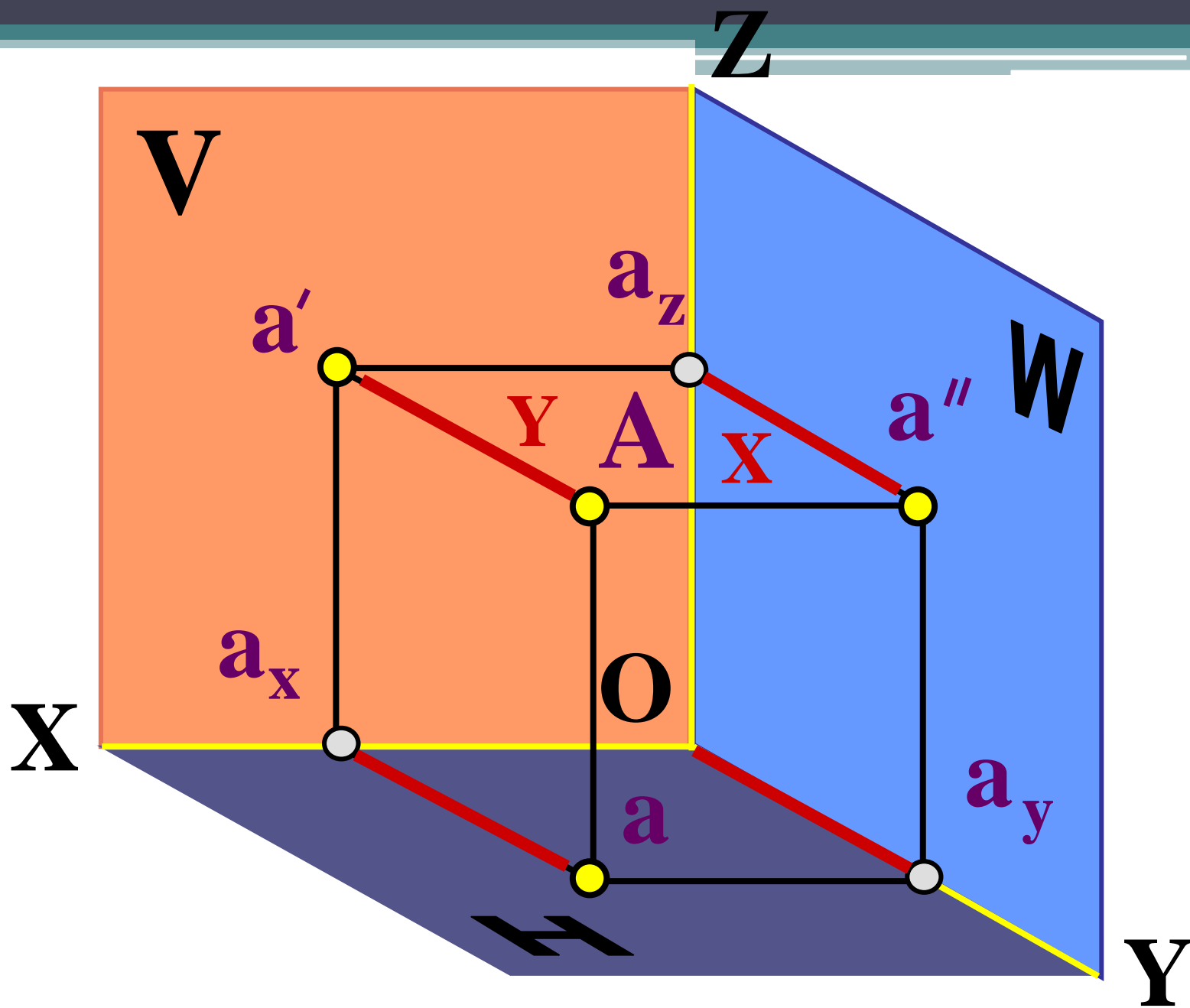


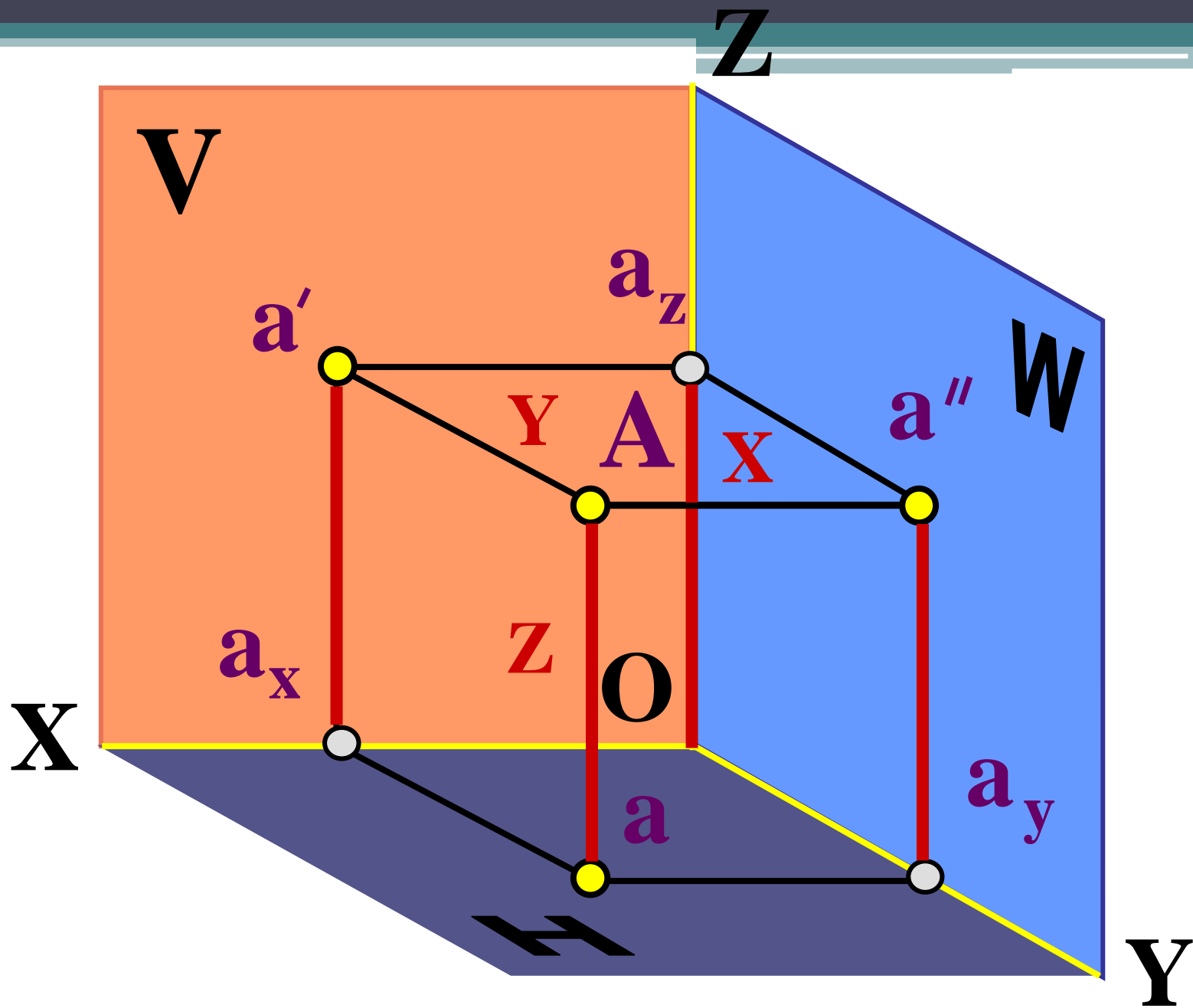


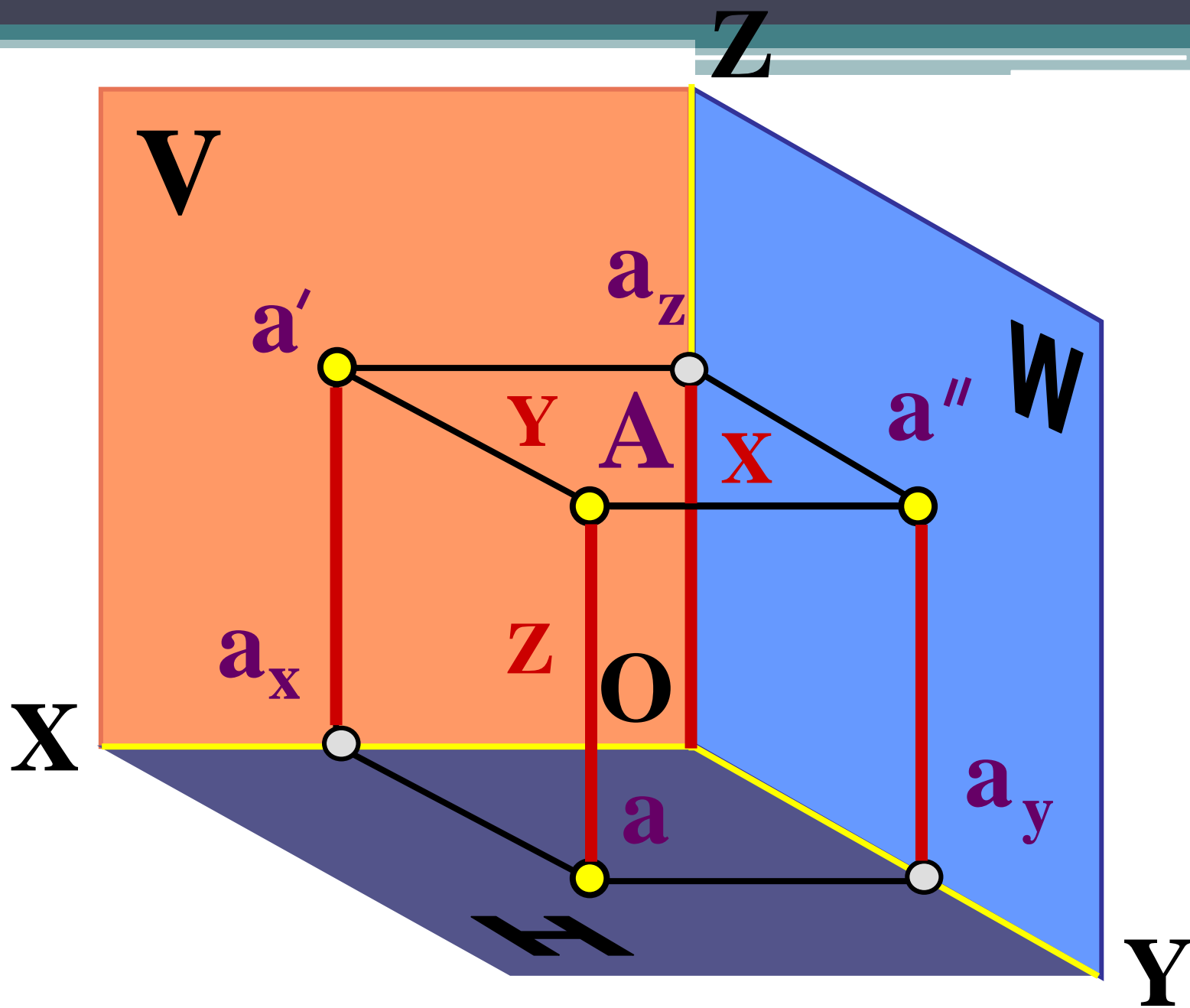


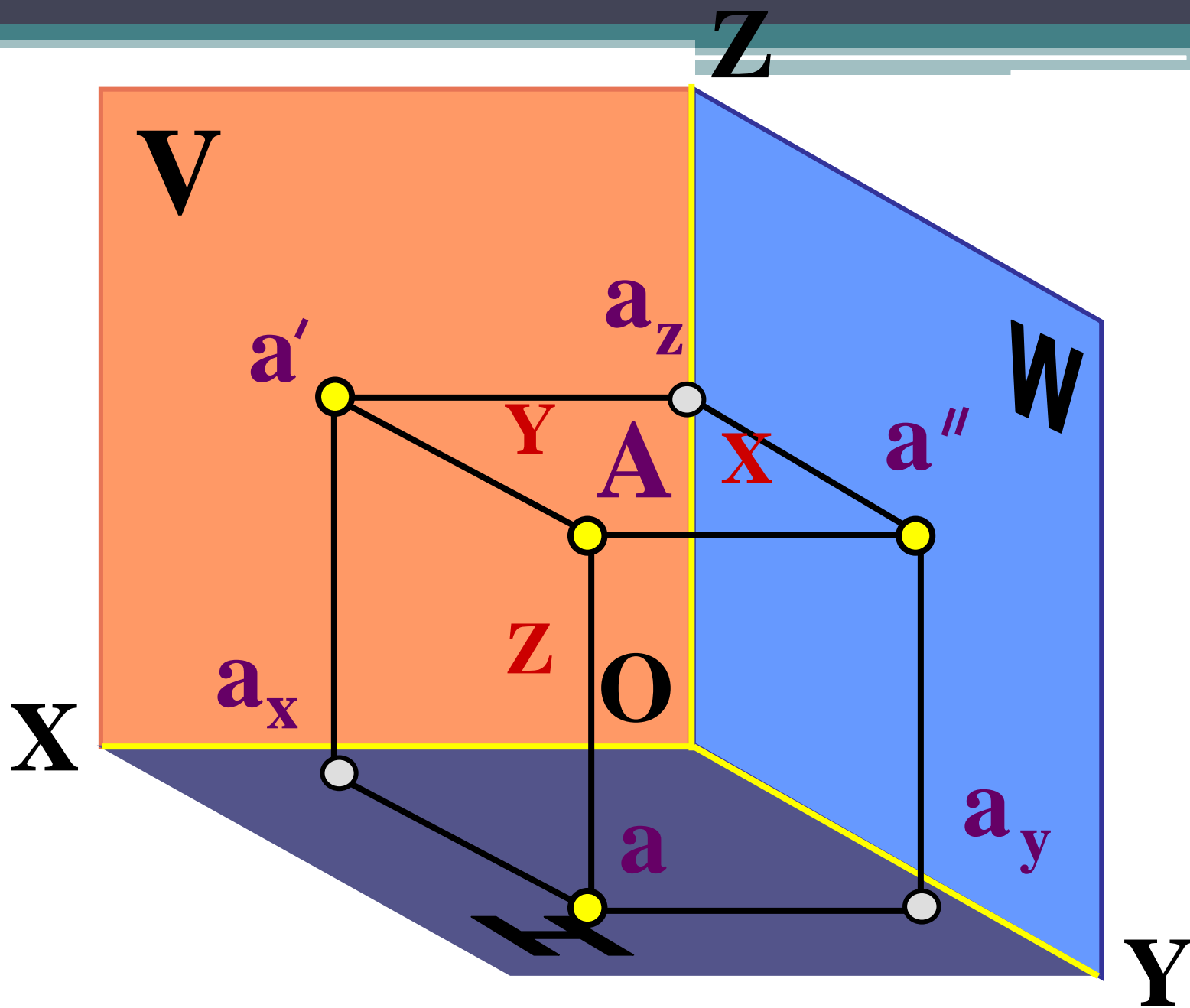










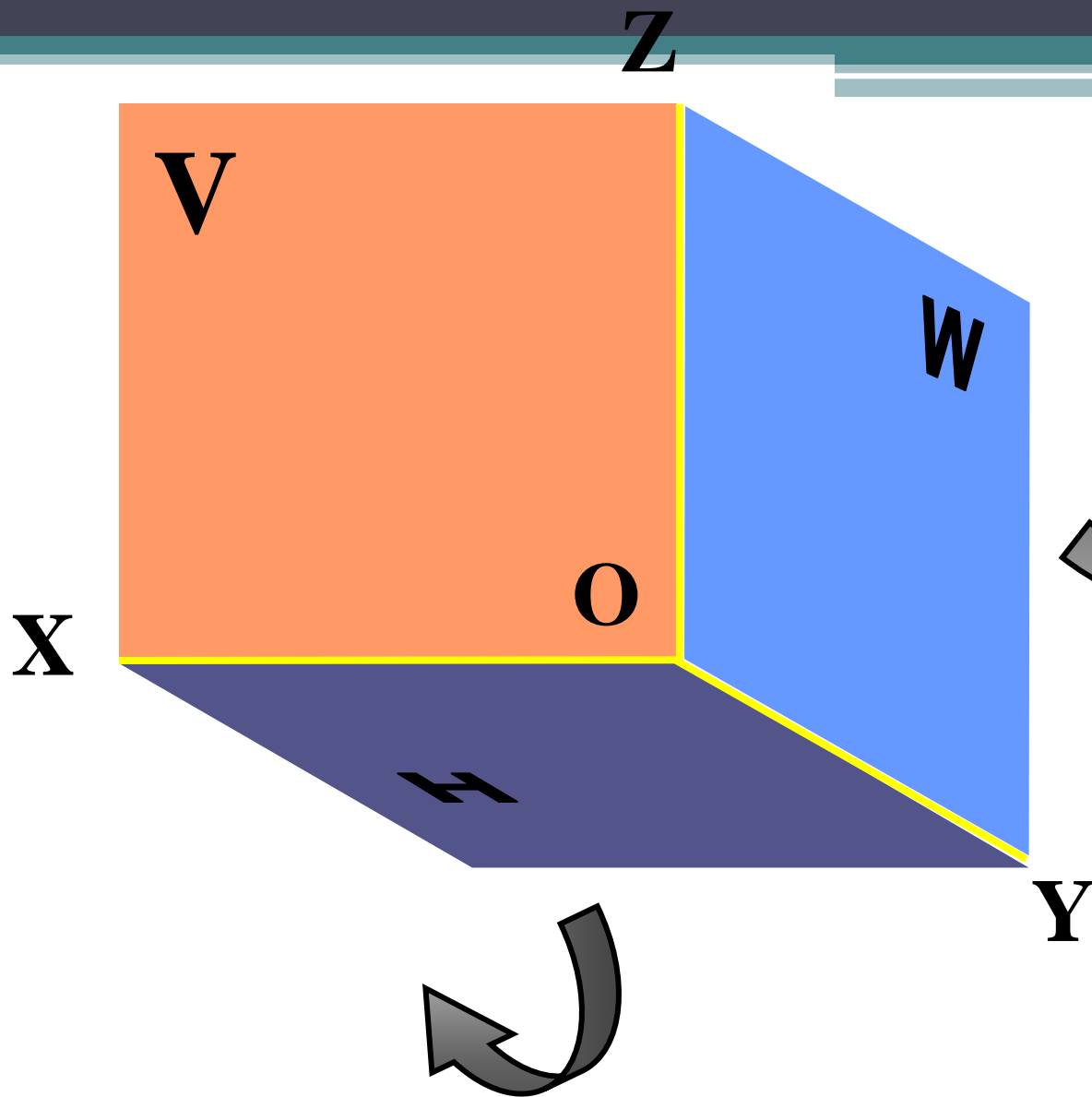


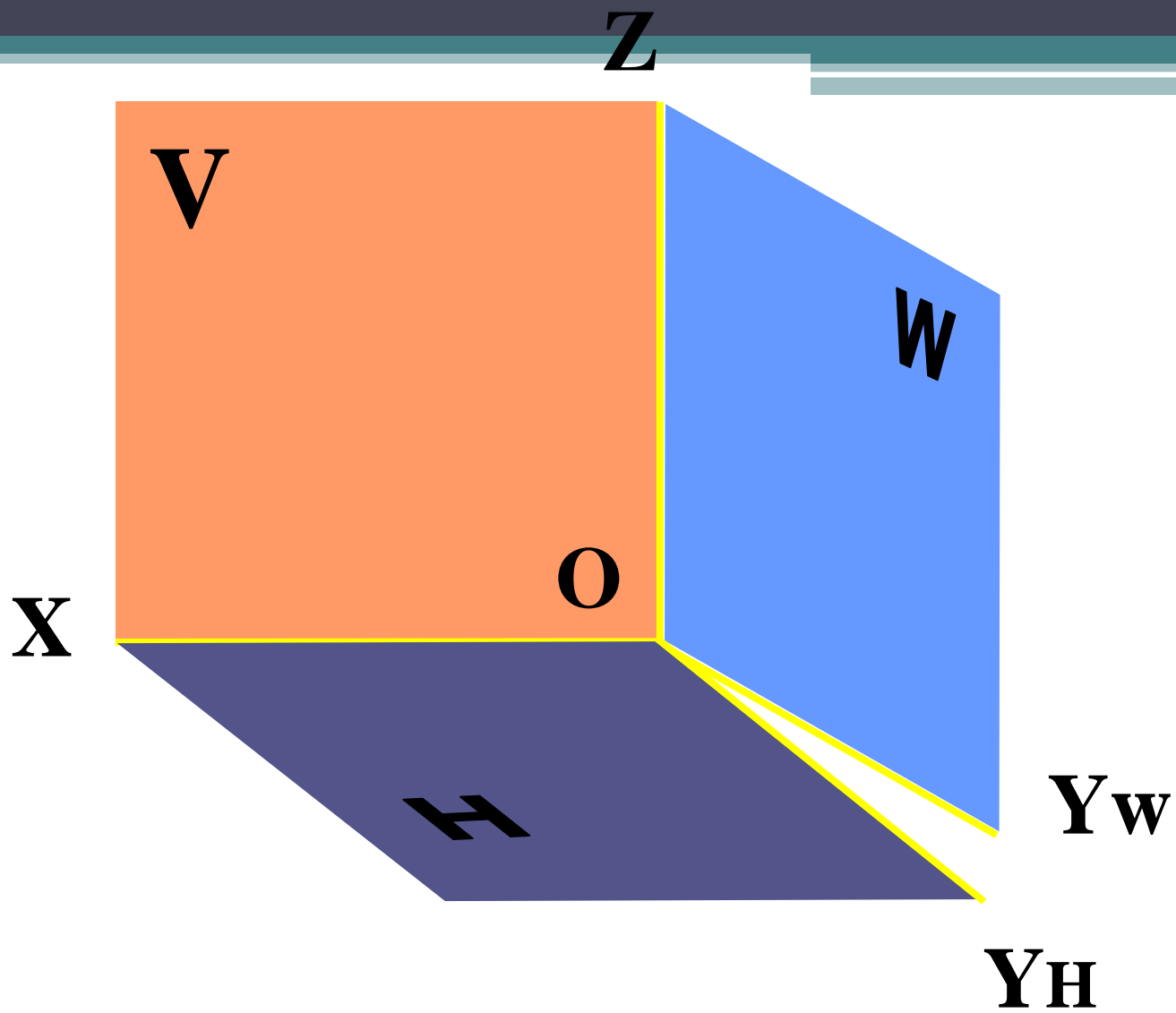
A (x,y,z)

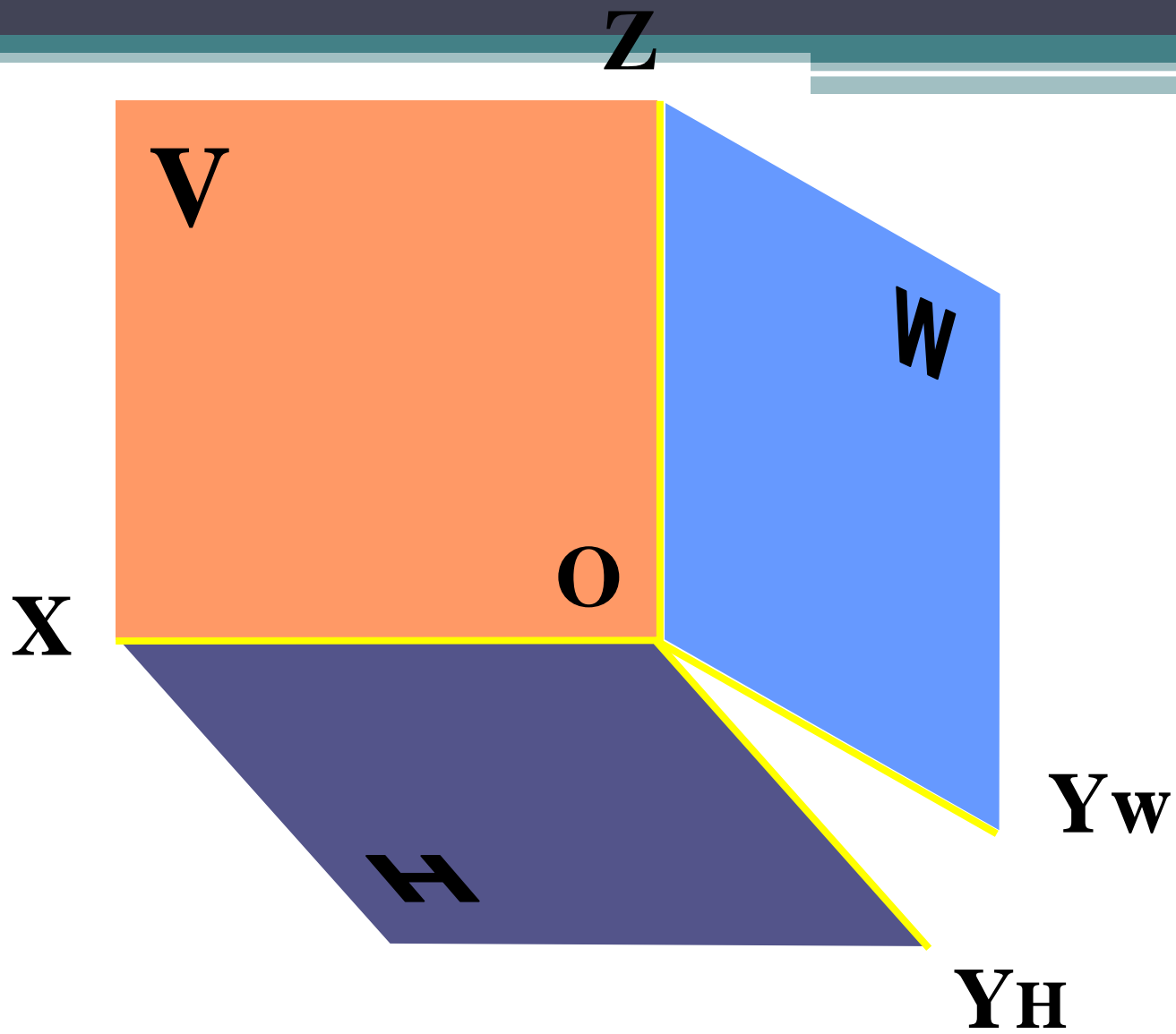
a (x,y)

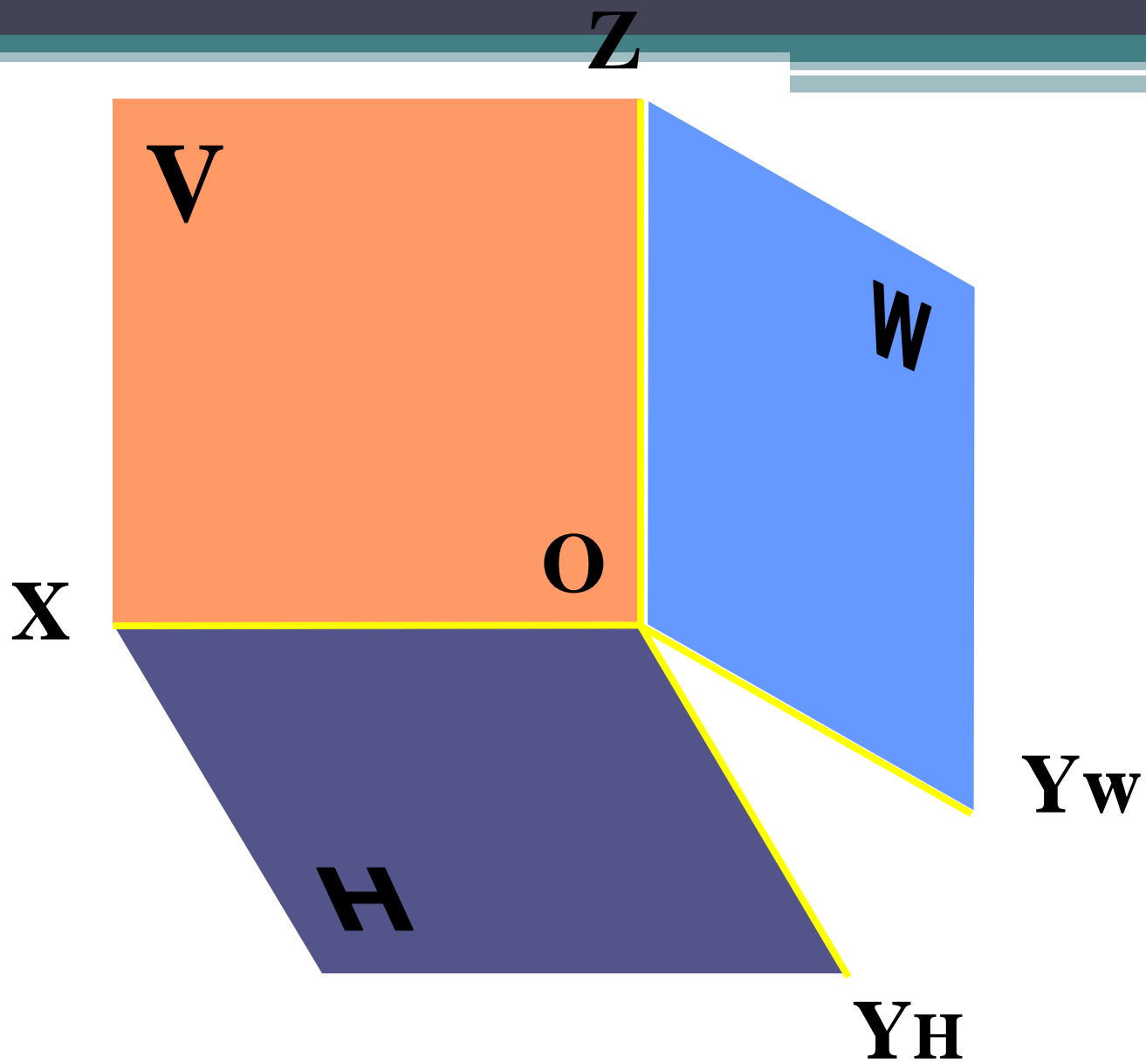
a' (x,z)

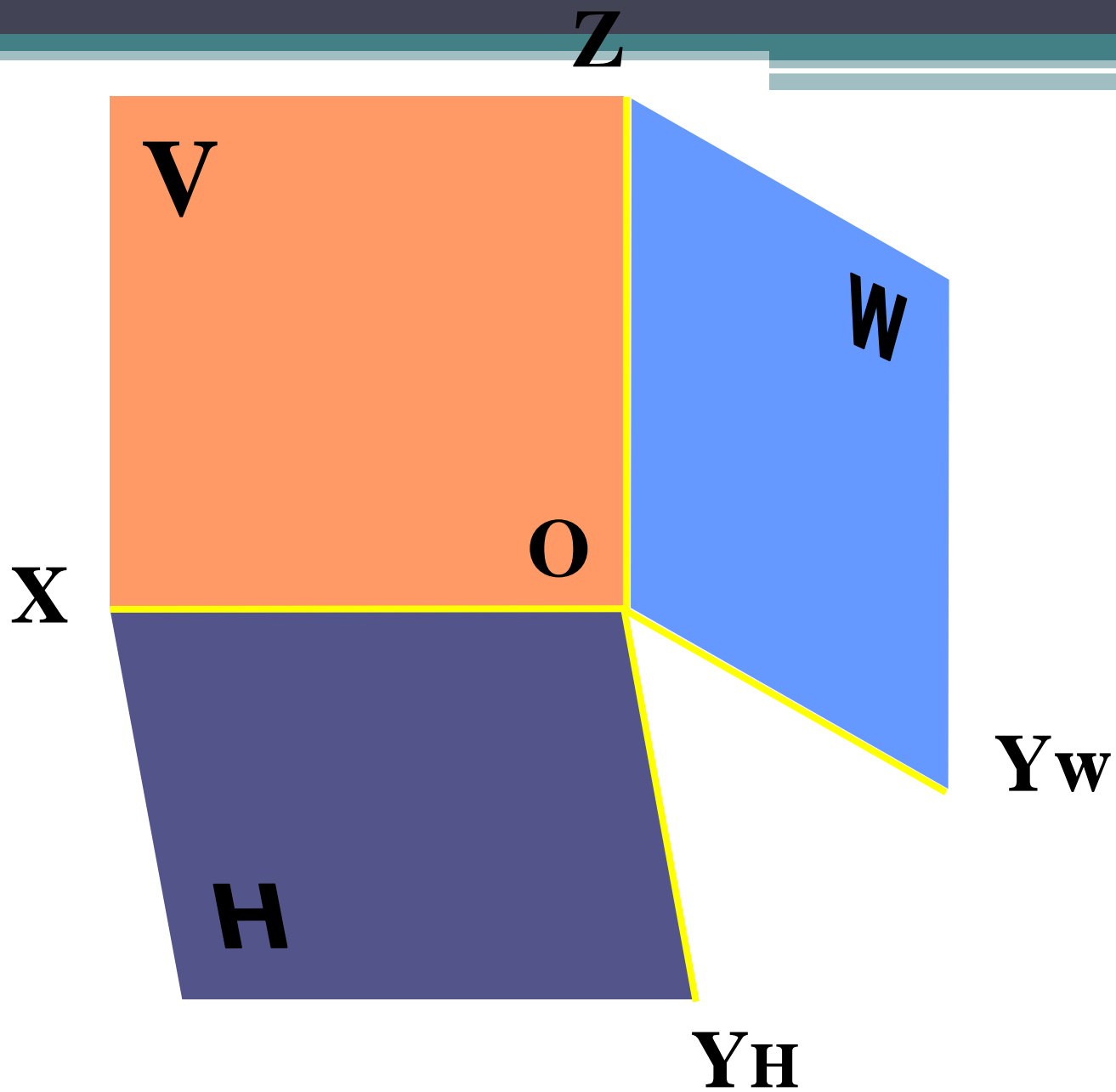
a'' (y,z)



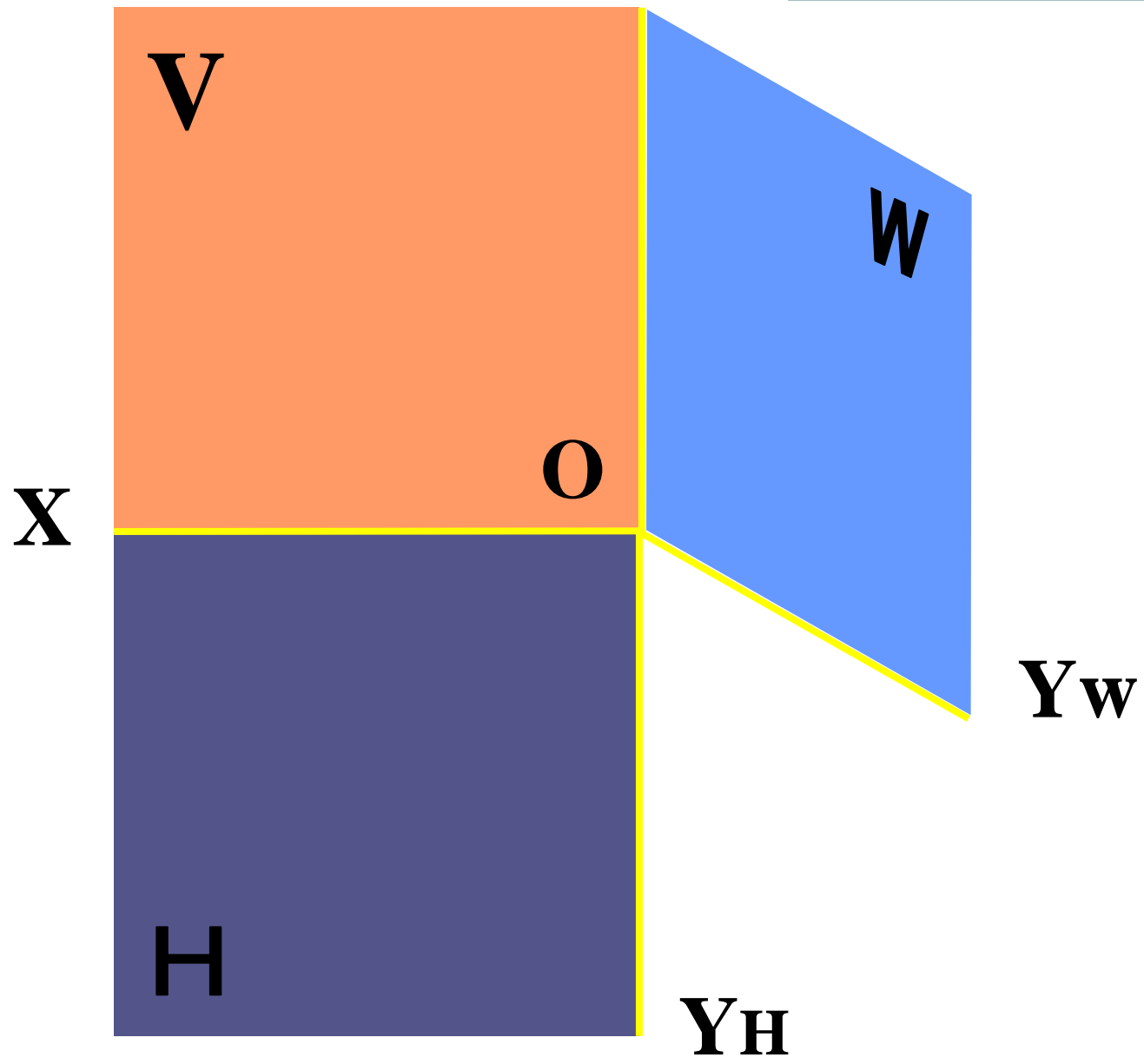


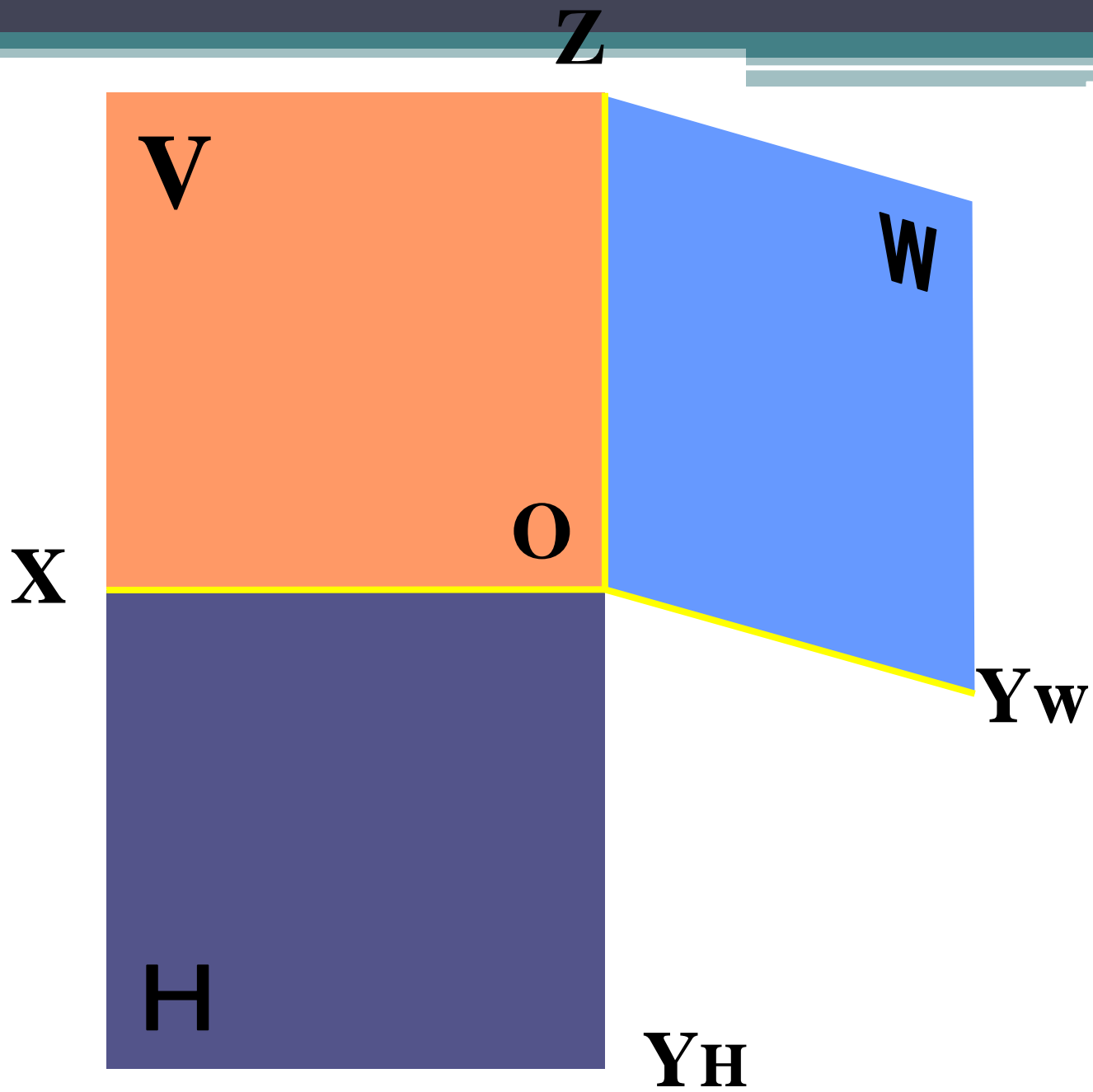


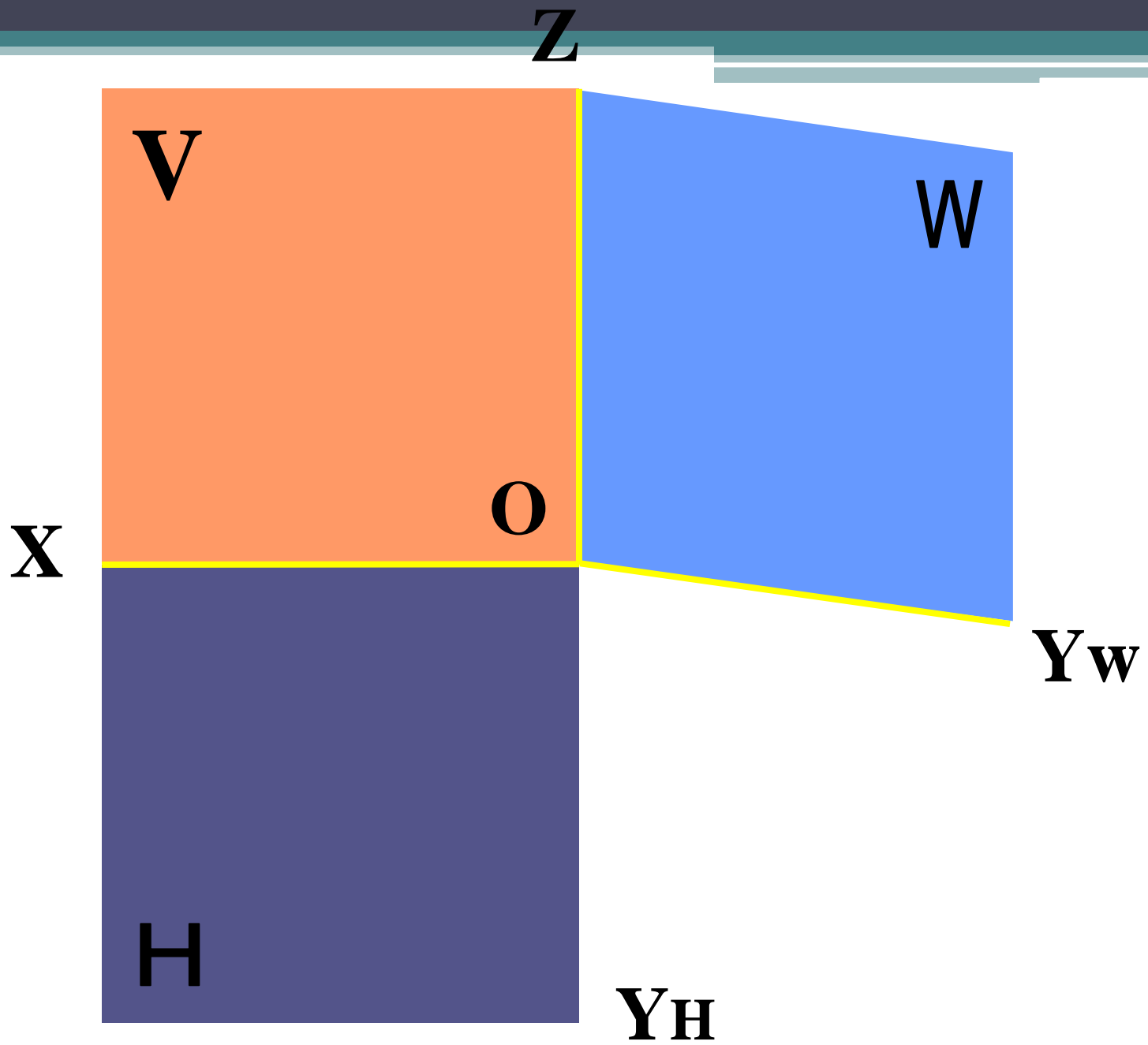


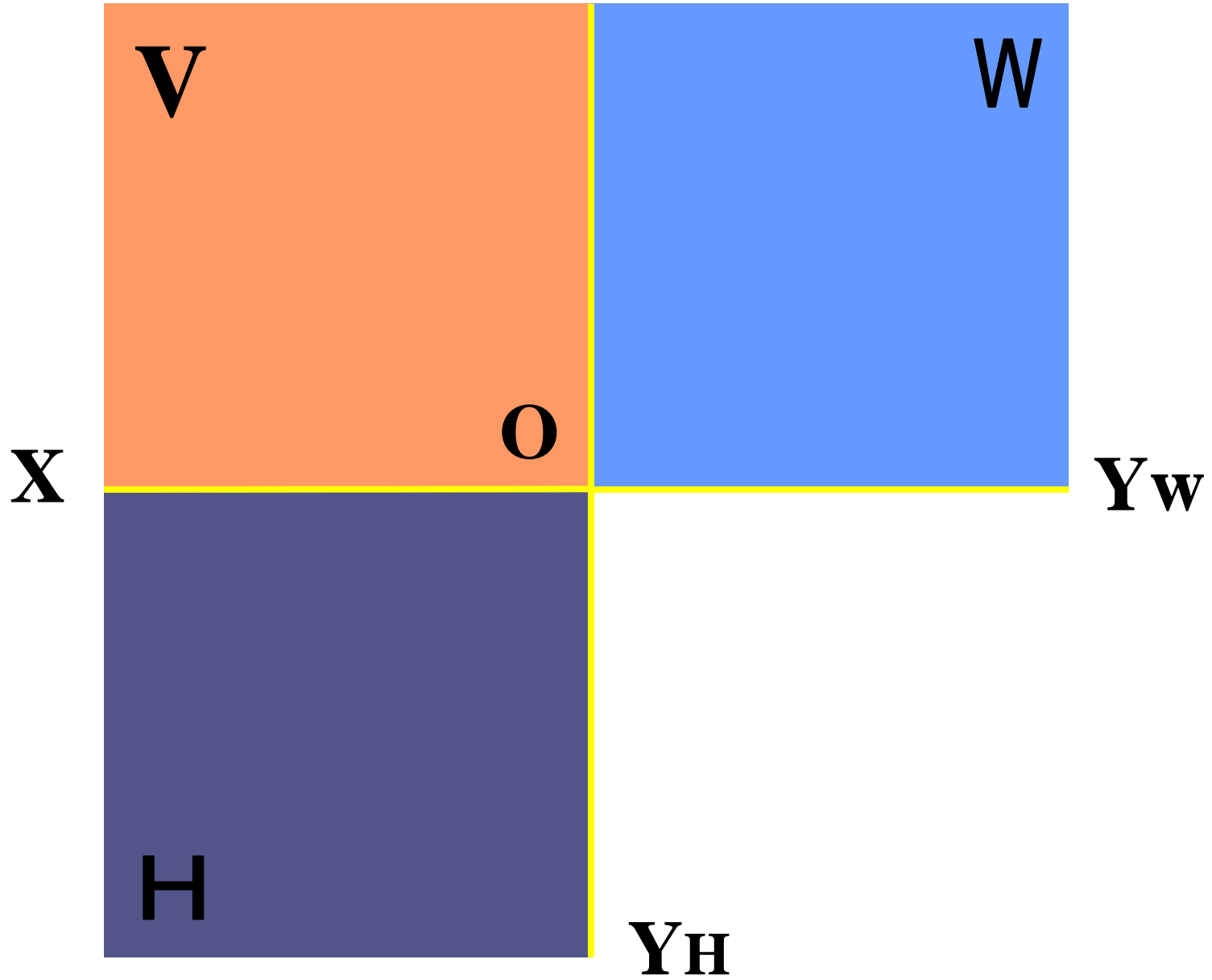


Z

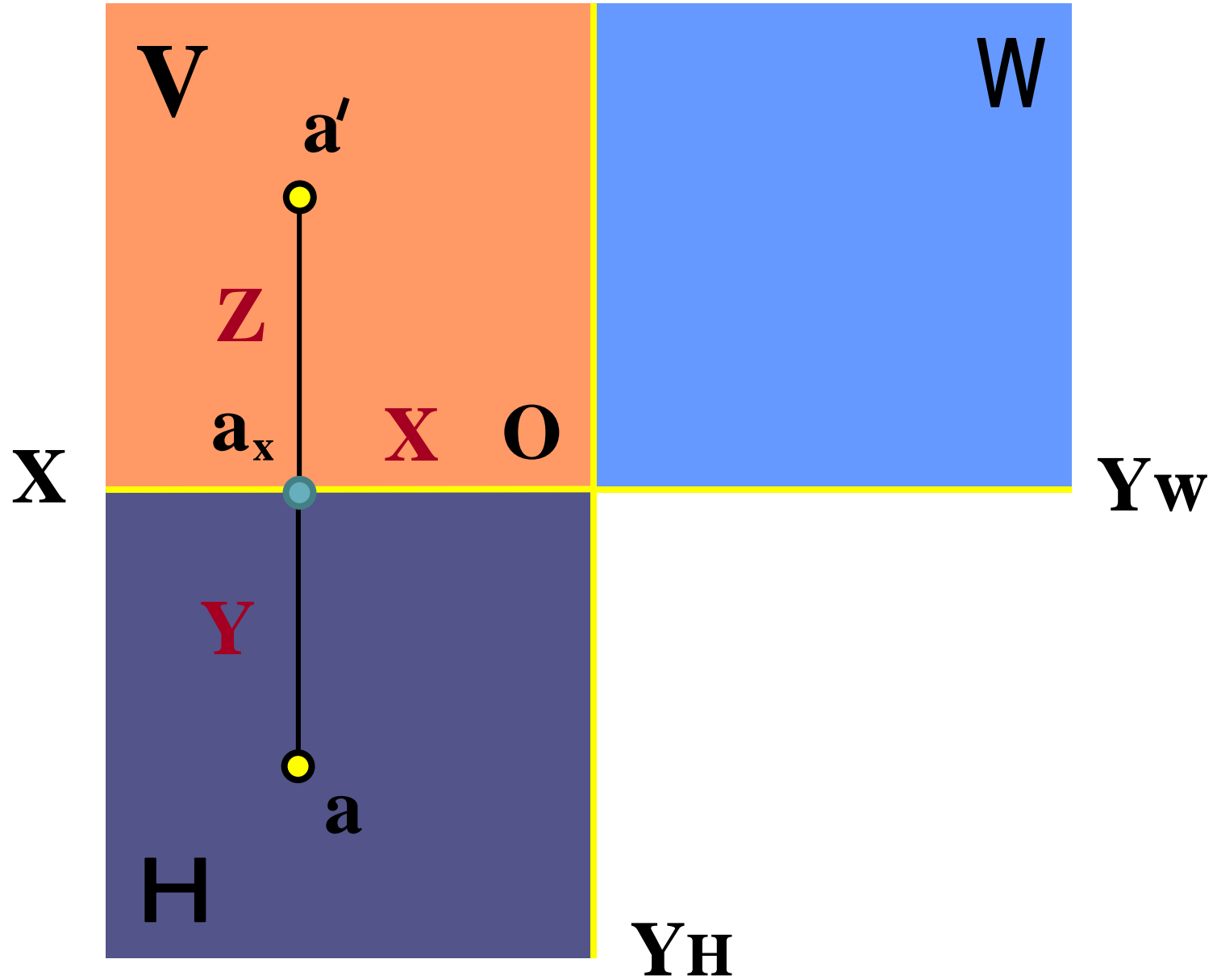


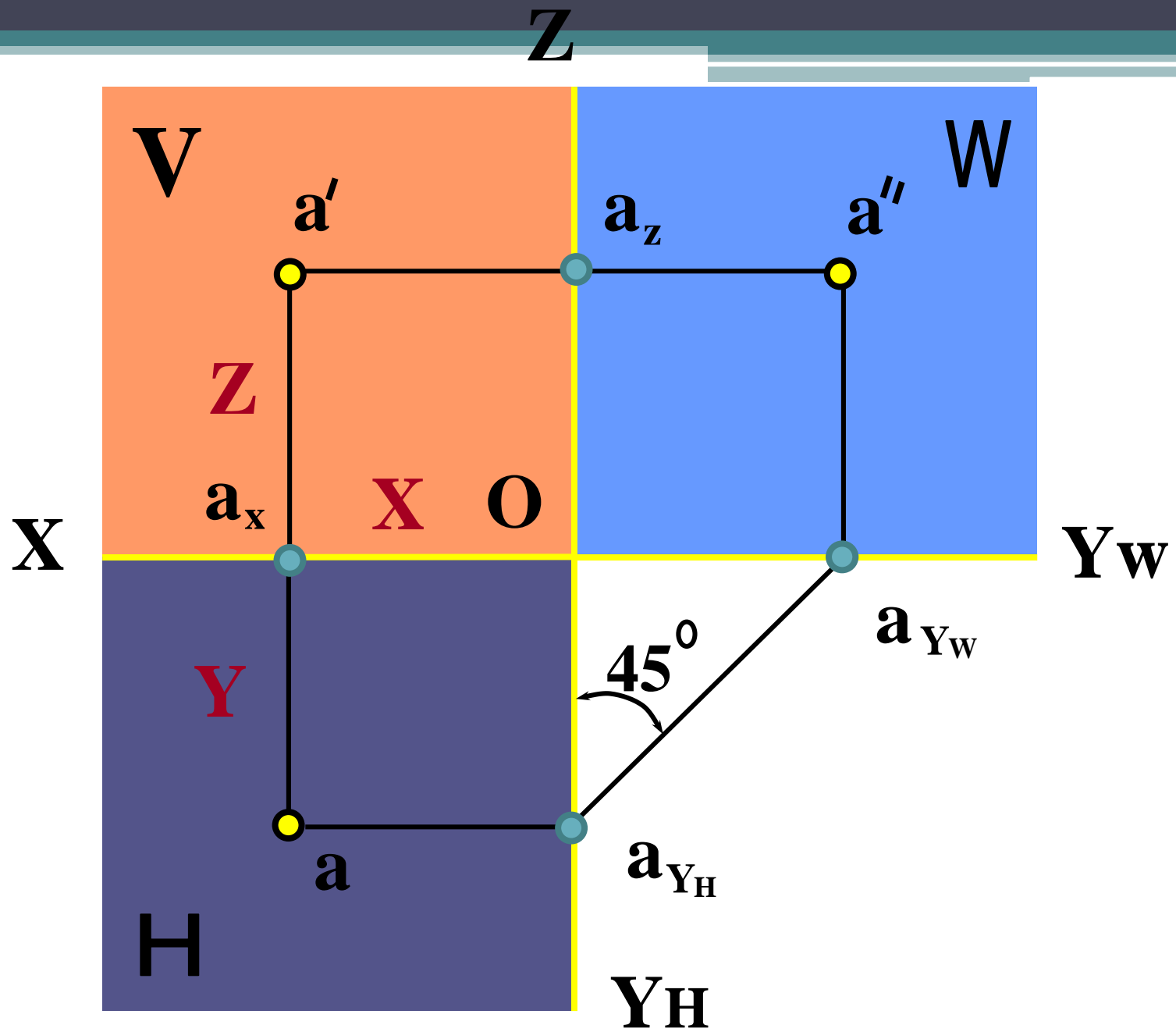


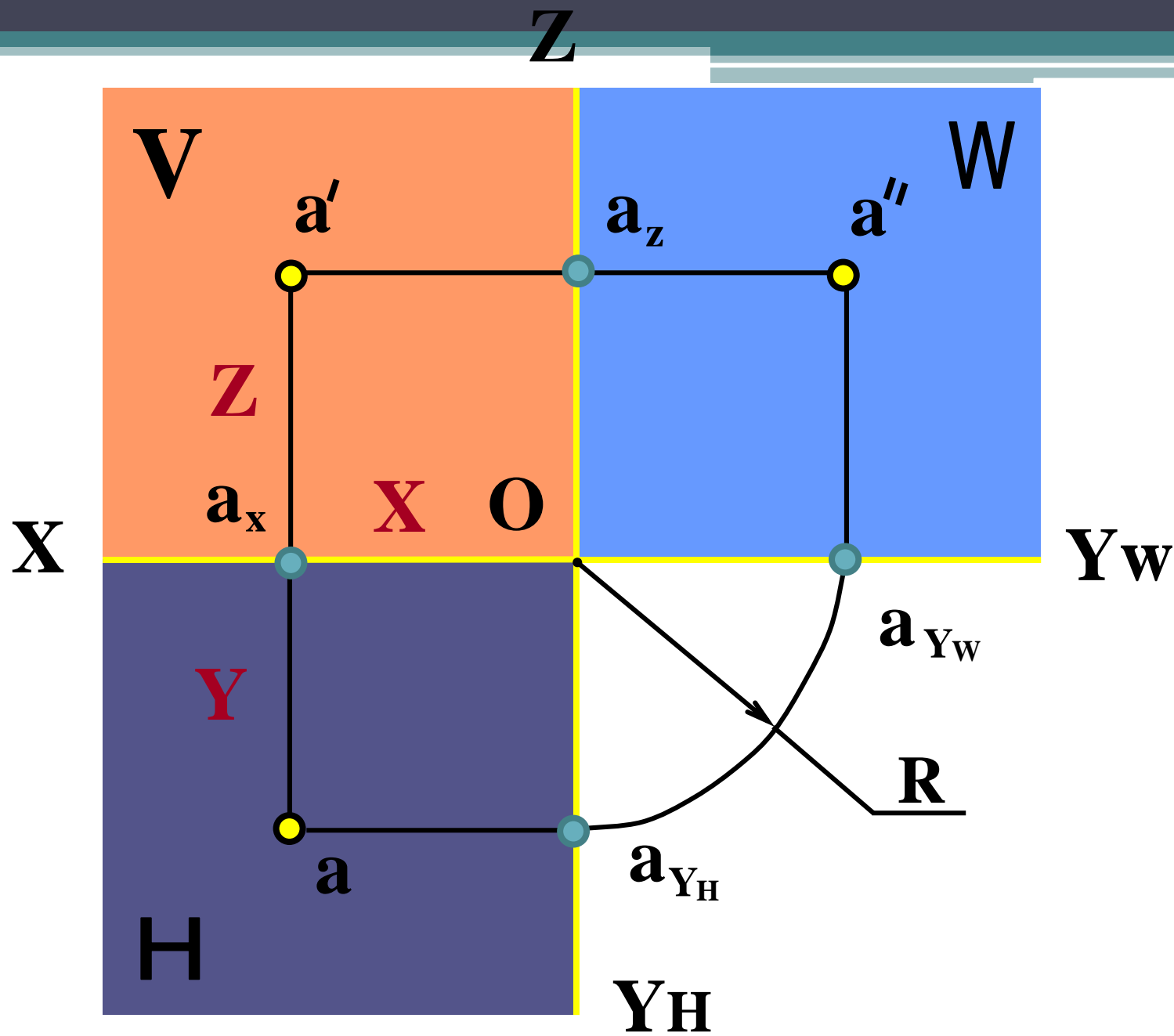


Z

Z







Положение точки определяется:

1. *в пространстве*

тремя координатами

$$A(x, y, z)$$

2. *на плоскости*

двумя координатами

$$a(x, y); a(x, z); a(y, z)$$

Проекции с числовыми отметками

Сущность метода

Это частный случай параллельного ортогонального проектирования, когда одна из трех координат, а именно, **Z-ая** задается числовой отметкой.

Основан на том, что проецирование осуществляется только на **одну** плоскость проекций, чаще горизонтальную. Эту плоскость называют плоскостью *нулевого уровня*.

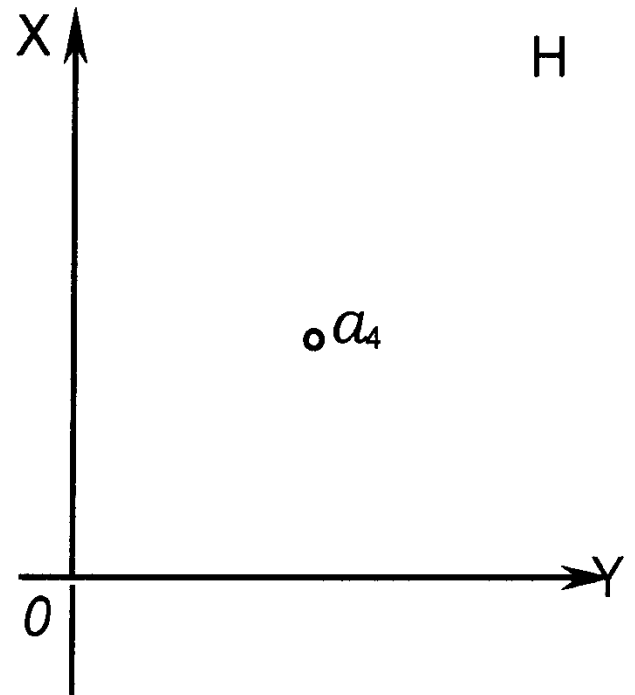
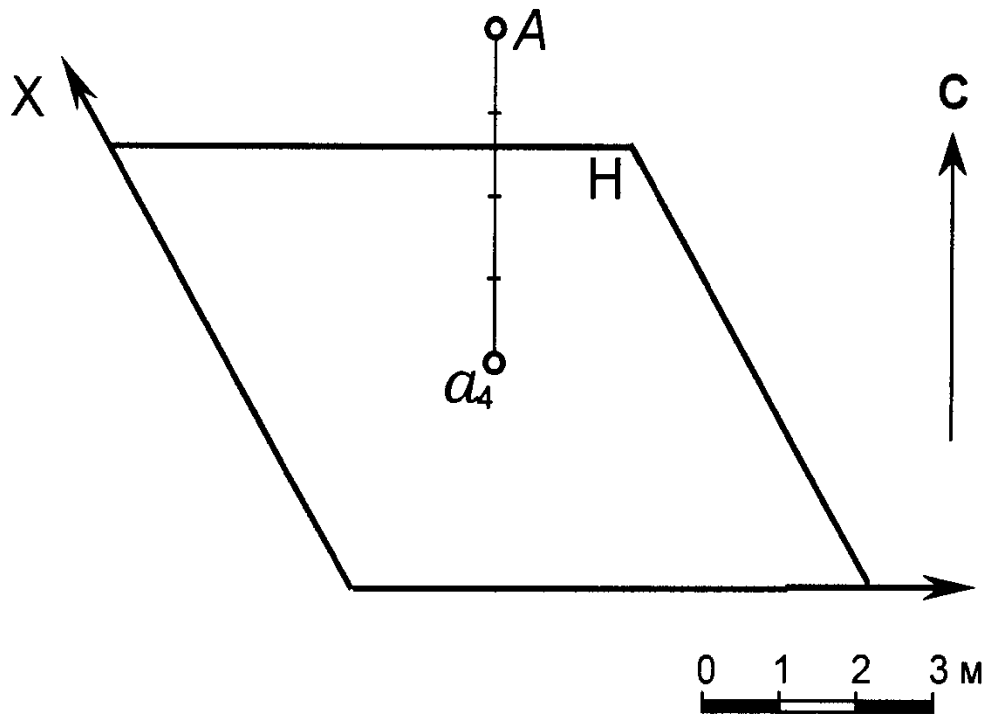
Ось ОХ выполняется параллельно осевому меридиану и на плане изображается вертикально.

Ось ОУ – параллельна земному экватору с запада на восток.

Абсолютные отметки точек получают при совмещении плоскости нулевого уровня со средним уровнем океана (в России абсолютные отметки отсчитывают от среднего уровня воды в Финском заливе у Кронштадта).

Масштабные изображения горизонтальных проекций объектов называют *планами*.

Планы составляют в плоской прямоугольной системе координат. Обычно ось Ox совпадает с направлением на север, а ось Oy – с направлением на восток.



Метод проекций с числовыми отметками

Данный метод позволяет :

1. изображать на поверхности чертежа формы залежей,
2. дает возможность показать условия залегания их в недрах,
3. дает возможность отобразить закономерность физико-химические свойства в полезных ископаемых,
4. дает возможность составлять топографические карты.

Проекции с числовыми отметками сопровождаются числовым и линейным масштабom.

Точка в проекциях с числовыми отметками задается своей горизонтальной проекцией и числом при ней – отметкой, выражающей удаление этой точки от горизонтальной плоскости проекций.

Прямая линия

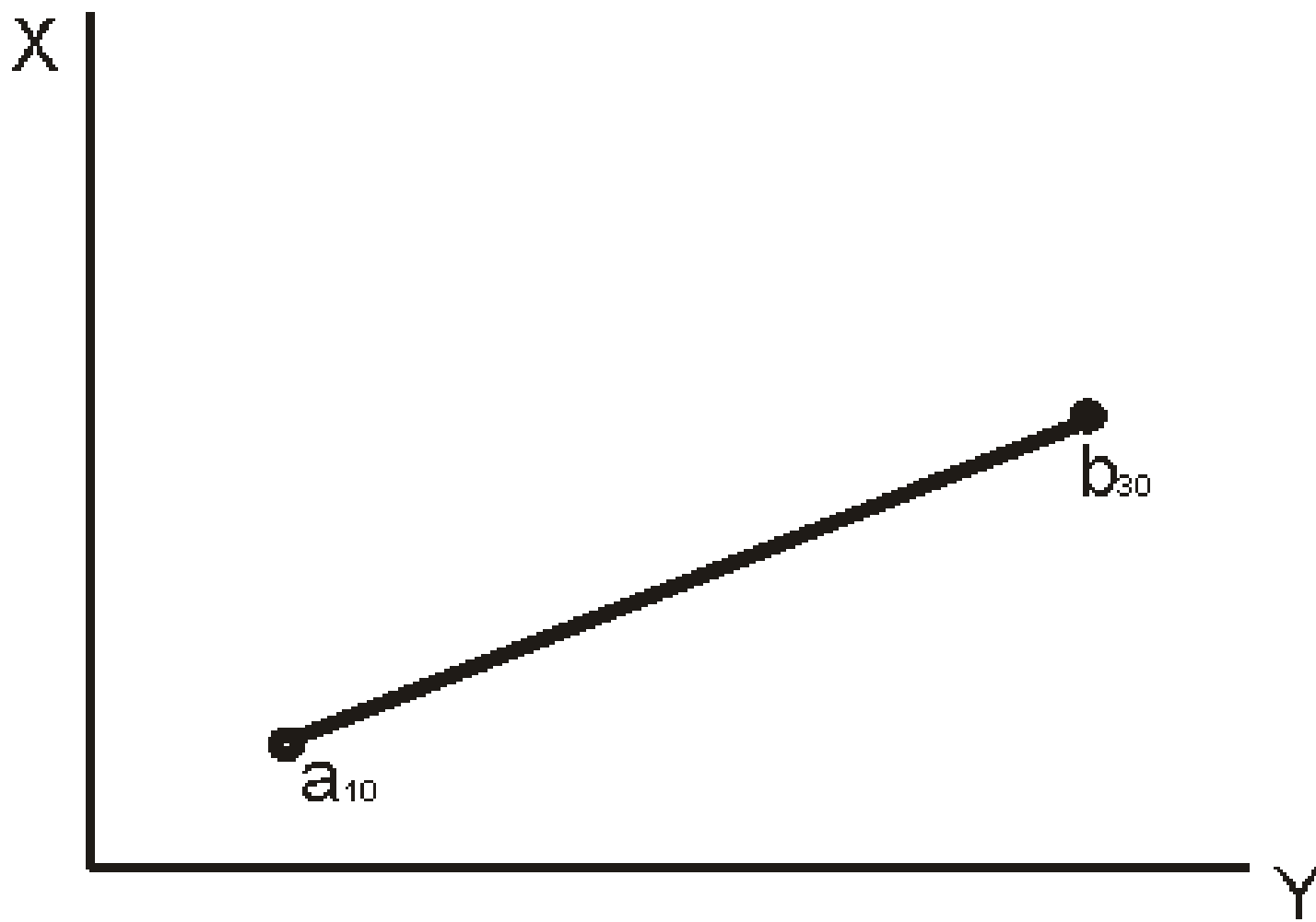
Две проекции
точки определяют
ее положение в
пространстве

Линия – это множество всех последовательных положений двигающейся точки

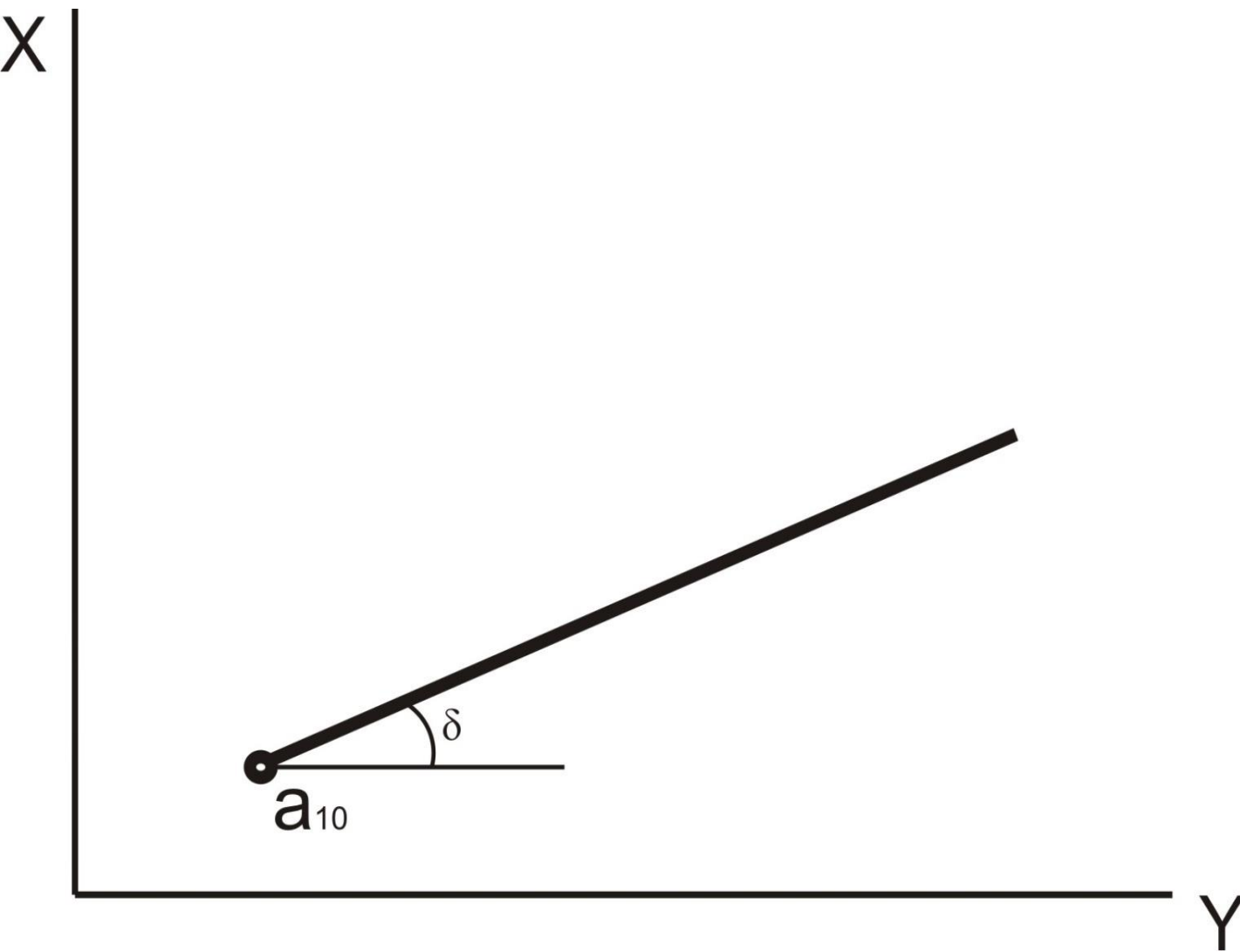
Прямая линия – линия, образованная движением точки не меняющей своего направления

Прямая линия задается:

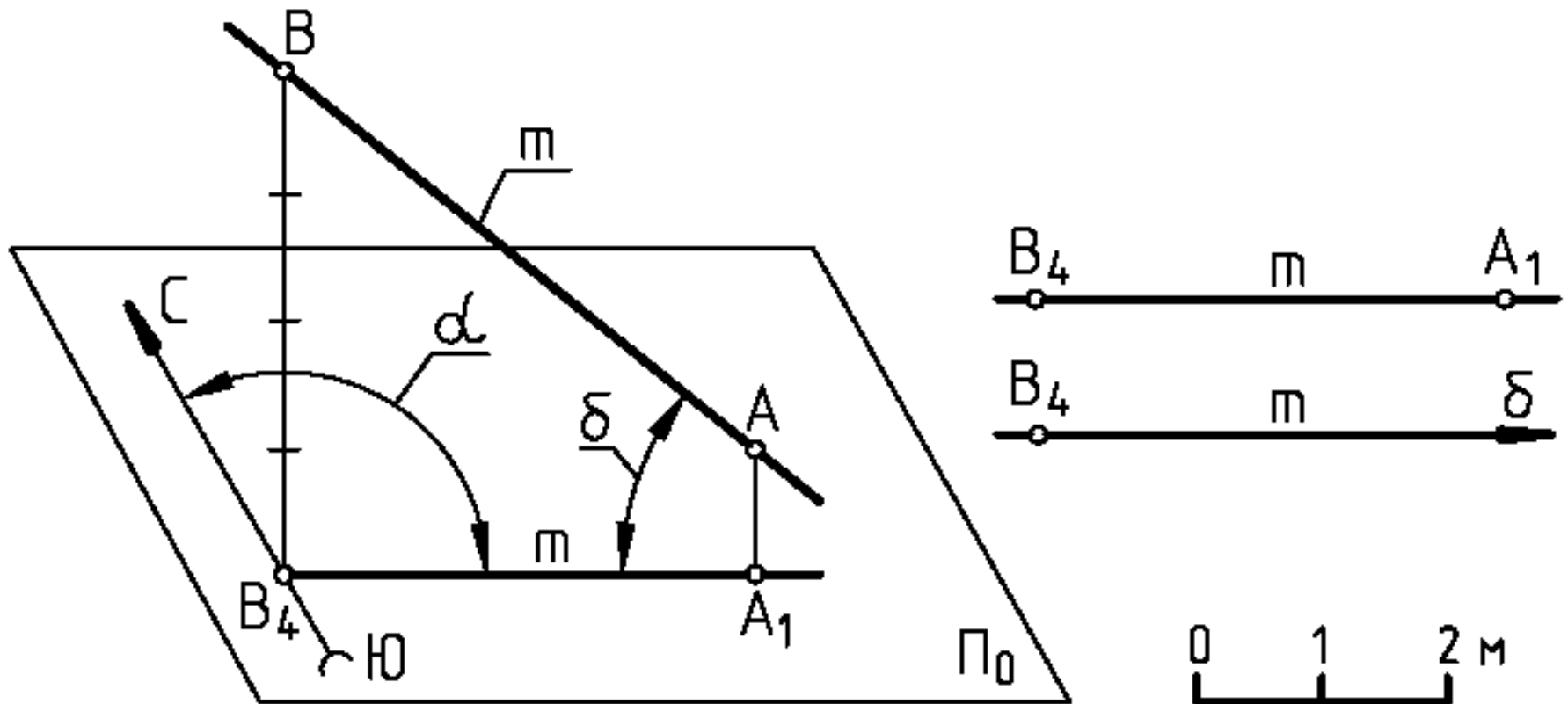
1. Двумя точками



2. Точкой и направлением



3. **Двумя угловыми параметрами:** азимутом α и углом наклона δ прямой (к плоскости нулевого уровня).



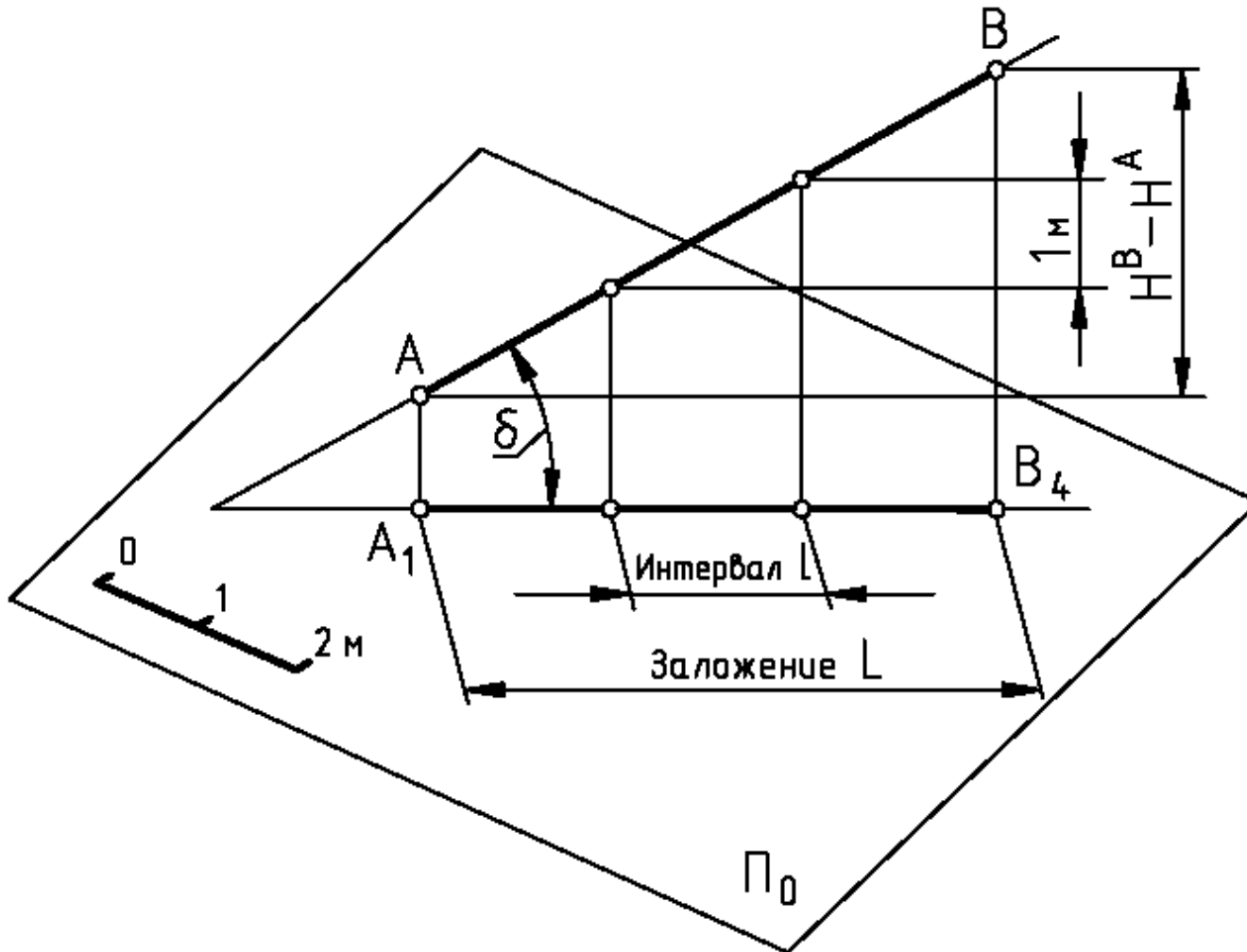
Азимут α прямой называется правый угол между северным направлением меридиана (северным концом магнитной стрелки) и направлением падения (понижения) прямой.

Угол наклона δ прямой определяется вертикальным углом, образованным прямой и ее прямоугольной проекцией на плоскость. Направление понижения прямой указывают стрелкой, около которой пишут величину угла δ .

В зависимости от
расположения прямых относительно
плоскости различают прямые:

- *наклонные* (общего положения),
- *горизонтальные*
- *вертикальные*

Уклон, заложение, интервал прямой



Проекцию отрезка прямой на плоскость называют **заложением L** отрезка прямой.

Расстояние между двумя точками горизонтальной проекции прямой, разность высотных отметок которых равна одной масштабной единице, называется **интервалом** прямой и обозначается буквой **l**

Интервал данной прямой на всем ее протяжении есть величина постоянная.

Тангенс угла наклона прямой к плоскости определяет **уклон** прямой, обозначаемый буквой ***i***.

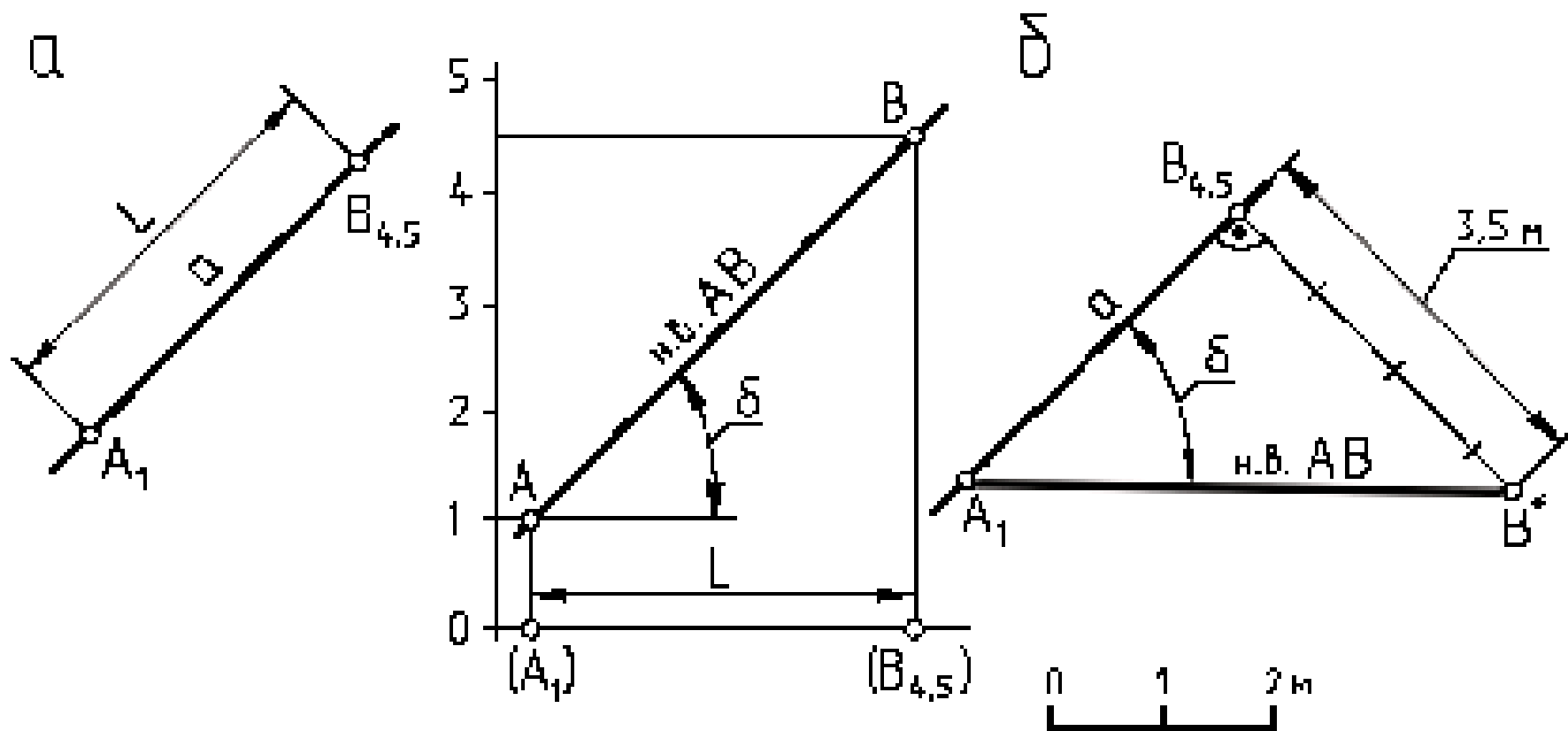
Точка *B* отрезка *AB* расположена выше точки *A* на величину $H^B - H^A$,
 $tg \delta = (H^B - H^A) / L$ или $i = tg \delta = 1/l$,
т.е. *уклон и интервал прямой есть величины обратно пропорциональные.*

**Определение
истинной длины отрезка
и угла падения прямой –**

**Метод прямоугольного
треугольника**

По изображению прямой на плане можно определить истинную величину ее отрезка и угол наклона к плоскости путем построения профиля прямой.

Профилем прямой называют ее прямоугольную проекцию на вертикальную плоскость, расположенную параллельно прямой.

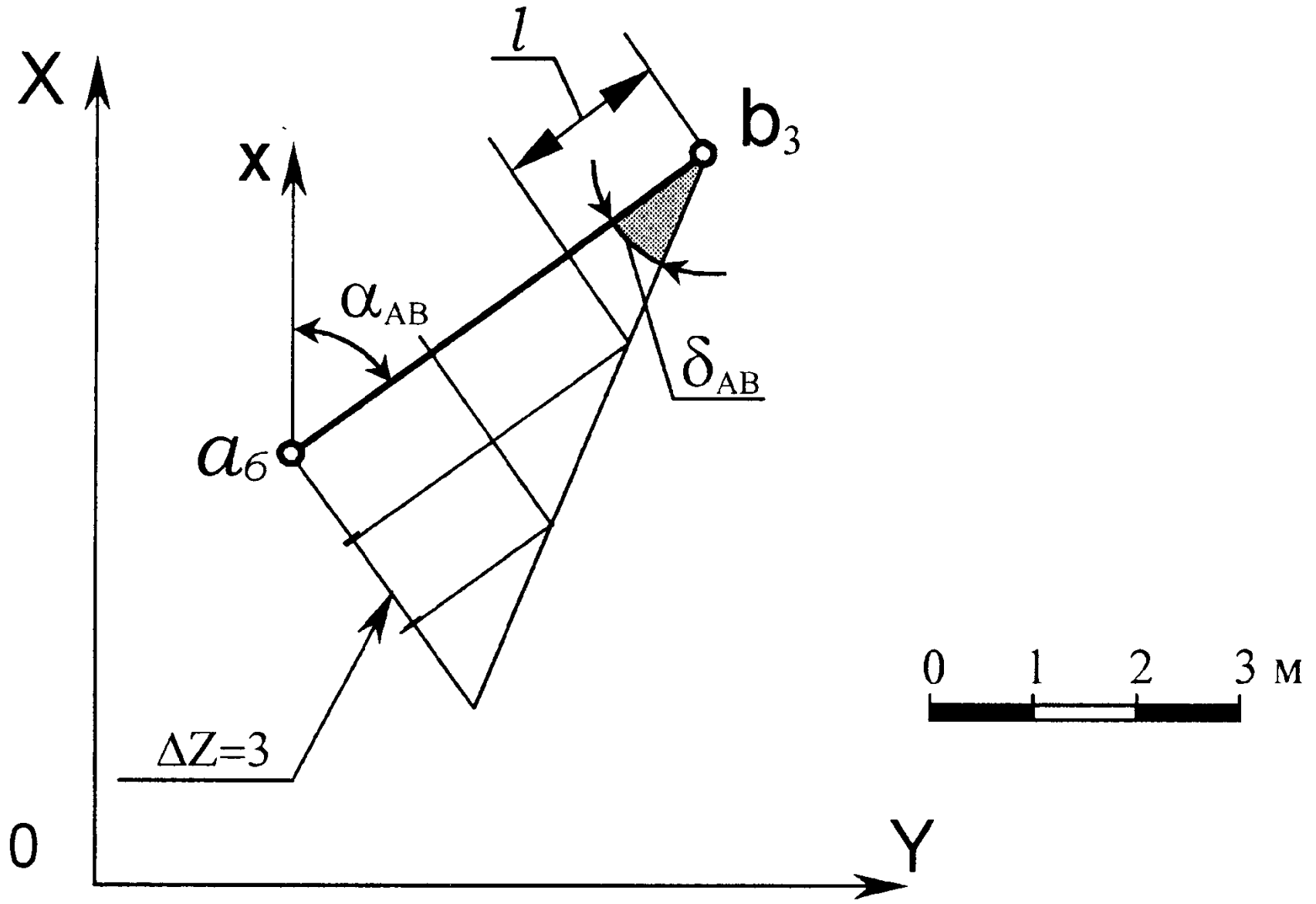


1. На свободном поле чертежа наносят линию вертикального масштаба, соответствующего принятому масштабу плана.
2. На выбранном горизонтальном уровне (горизонт 0 м) отмечают основания точек A и B , определяющих прямую на плане. Расстояние между основаниями точек должно строго соответствовать заложению L заданного отрезка.

3. Через основания точек проводят вертикальные прямые до пересечения с соответствующим горизонтом, тем самым отмечая положение точек в пространстве по высоте.

4. Построенные точки A и B соединяют прямой линией. Эта линия является профилем прямой a . При этом отрезок AB на профиле прямой определяет истинное расстояние между точками A и B . Угол δ между профилем прямой и линией горизонта определяет угол наклона прямой к плоскости плана.

Профиль прямой можно строить непосредственно на плане (наложенный профиль) по разности высотных отметок точек прямой.



1. Угол простирания (азимут) α

Азимут – угол простирания прямой, определяемый на плане, между северным направлением оси X по часовой стрелке до направления падения.

2. Угол падения δ

Угол падения – угол, который измеряется между самой прямой и ее проекцией на горизонтальную плоскость.

Данный угол расположен в вертикальной плоскости, определяется по разрезу.

Градуирование прямой

Градуированием называется определение на прямой ряда точек, отметки которых отличаются друг от друга на заданную величину.

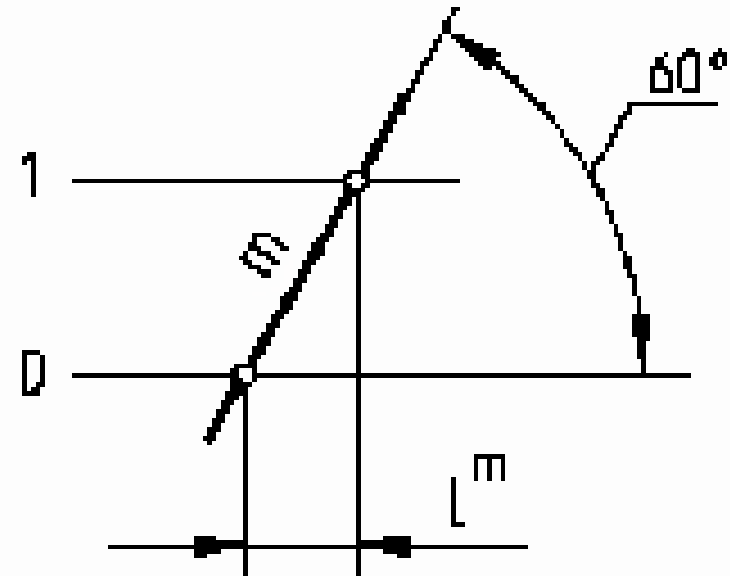
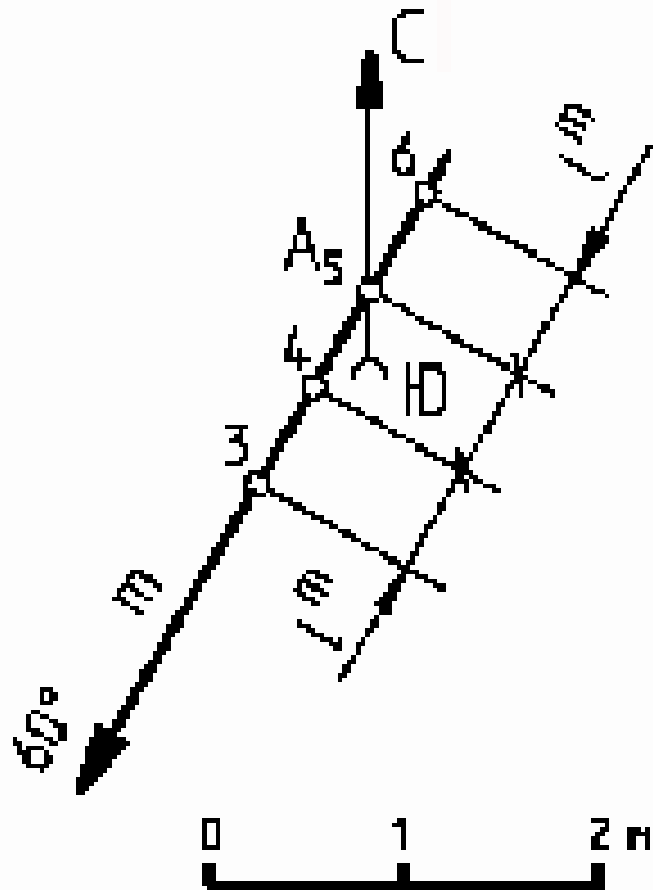
Способы градуирования

1. Градуирование с помощью линейки.

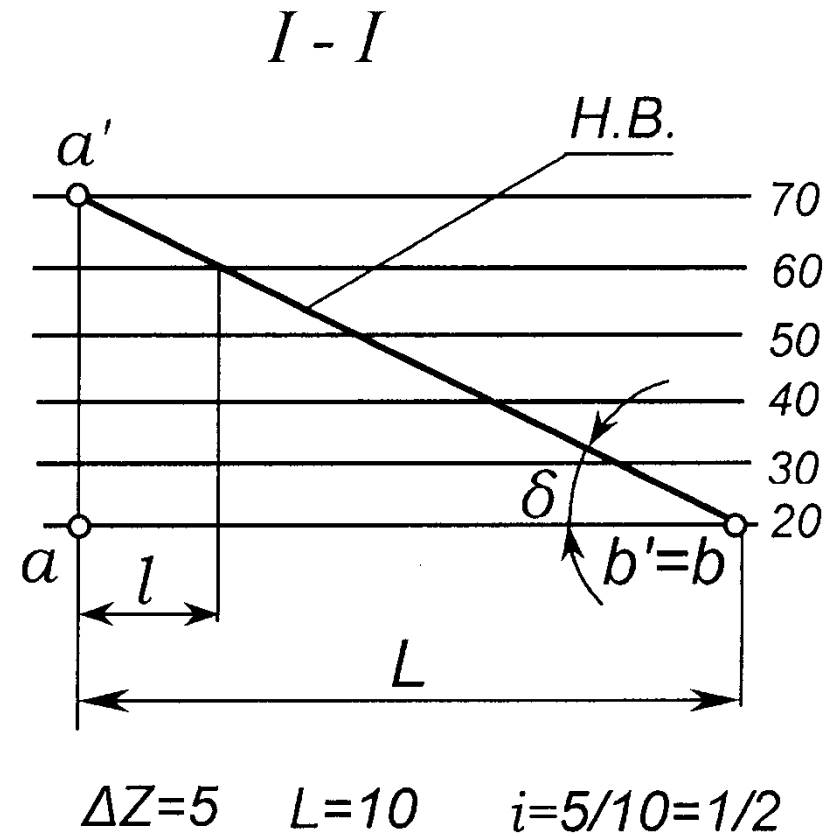
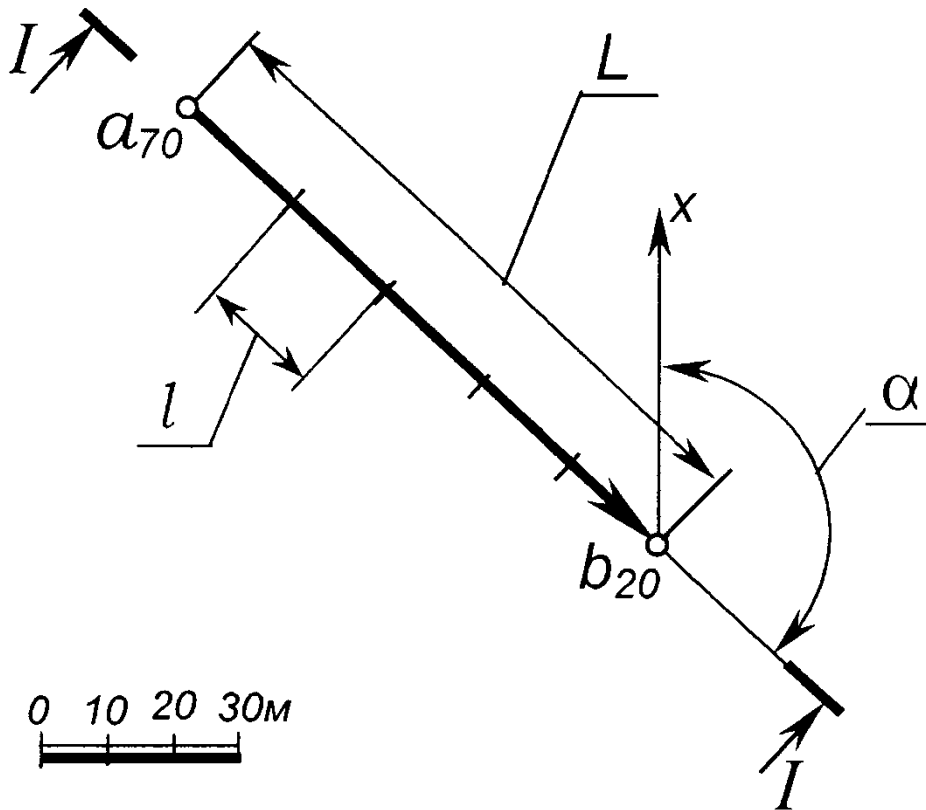
2. С помощью интервала

Дано: m , A_5 , $\alpha=210^\circ$, $\delta=60^\circ$

Построить отрезок прямой и проградуировать с помощью интервала.



3. Градуирование с помощью разреза



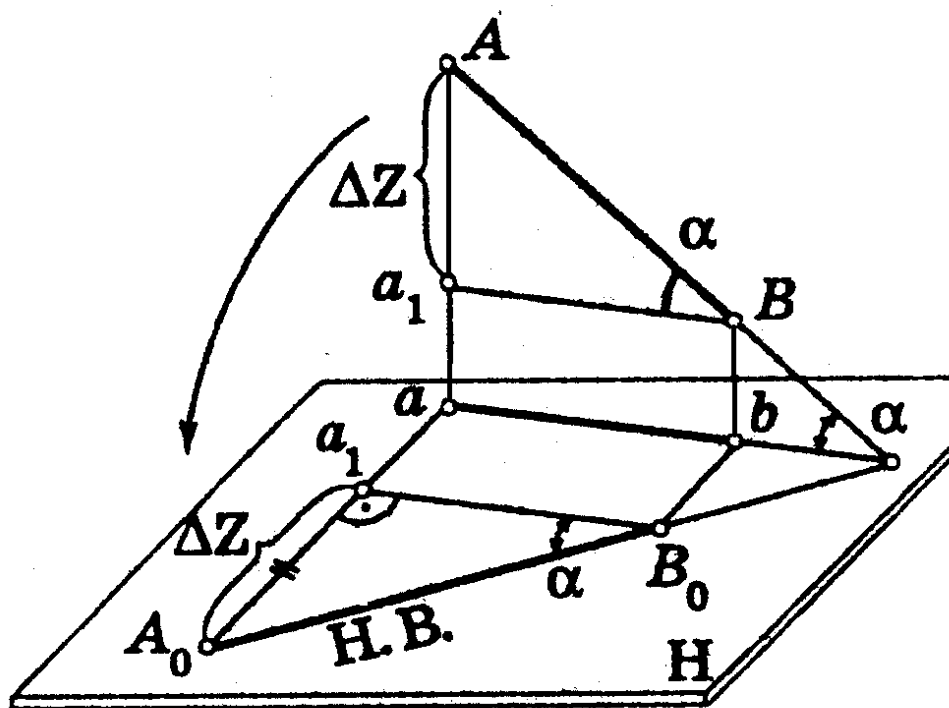
4. С помощью палетки.

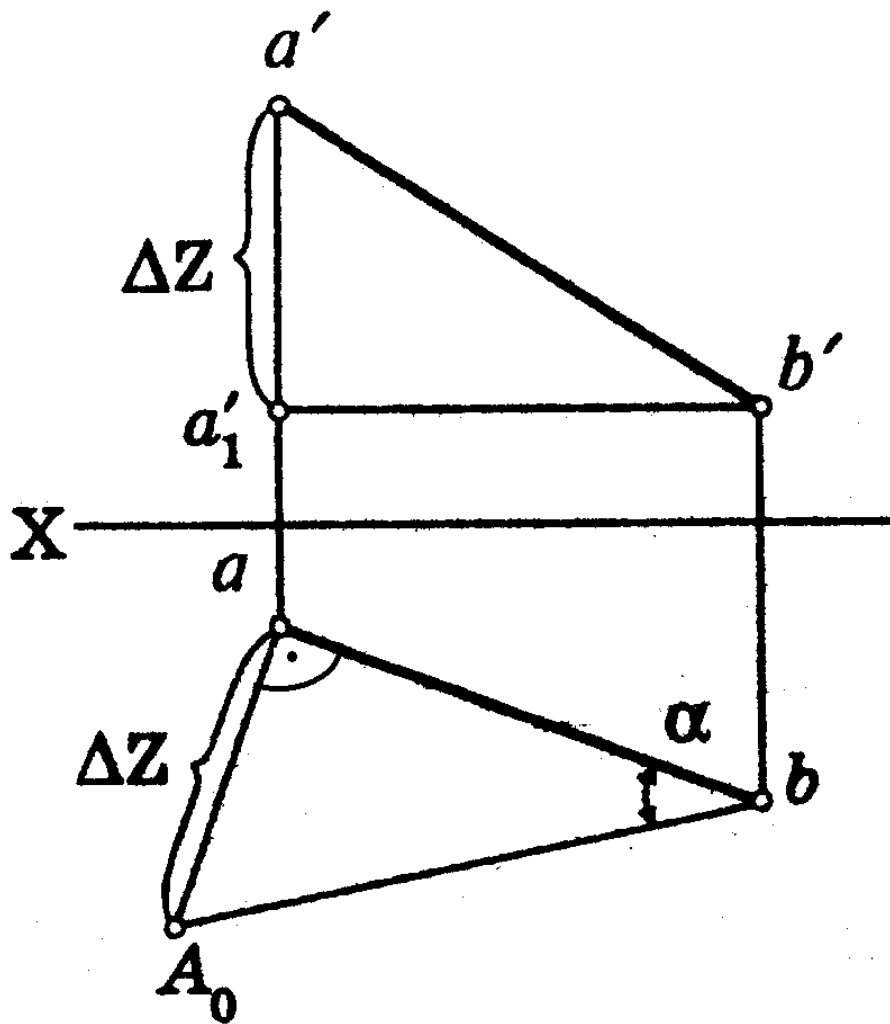
Палетка – это самый обычный трафарет, выполненный на прозрачной бумаге.

5. На глаз.

Можно пользоваться ТОЛЬКО в позиционных задачах.

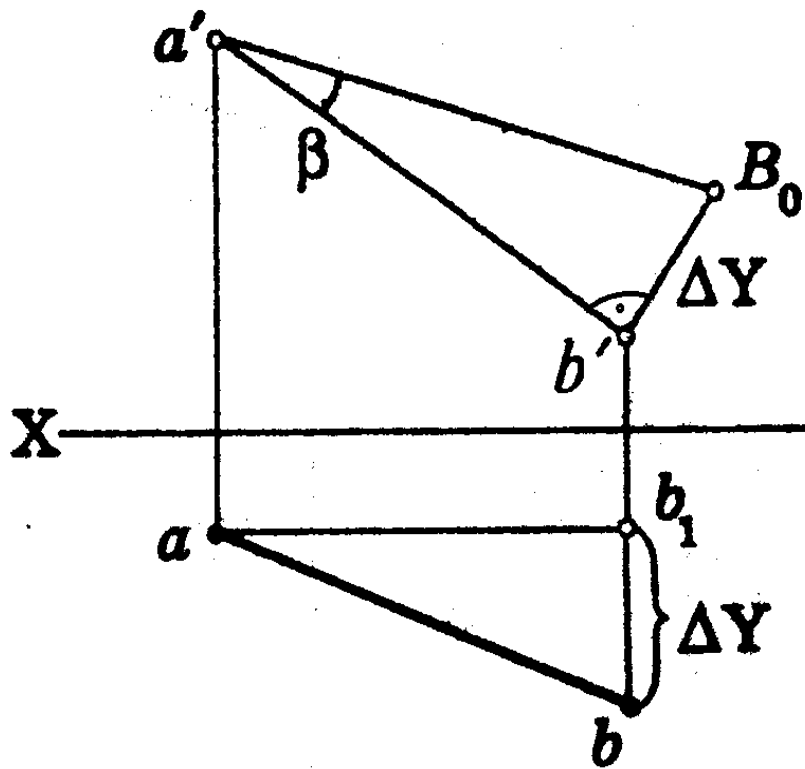
Метод прямоугольного треугольника





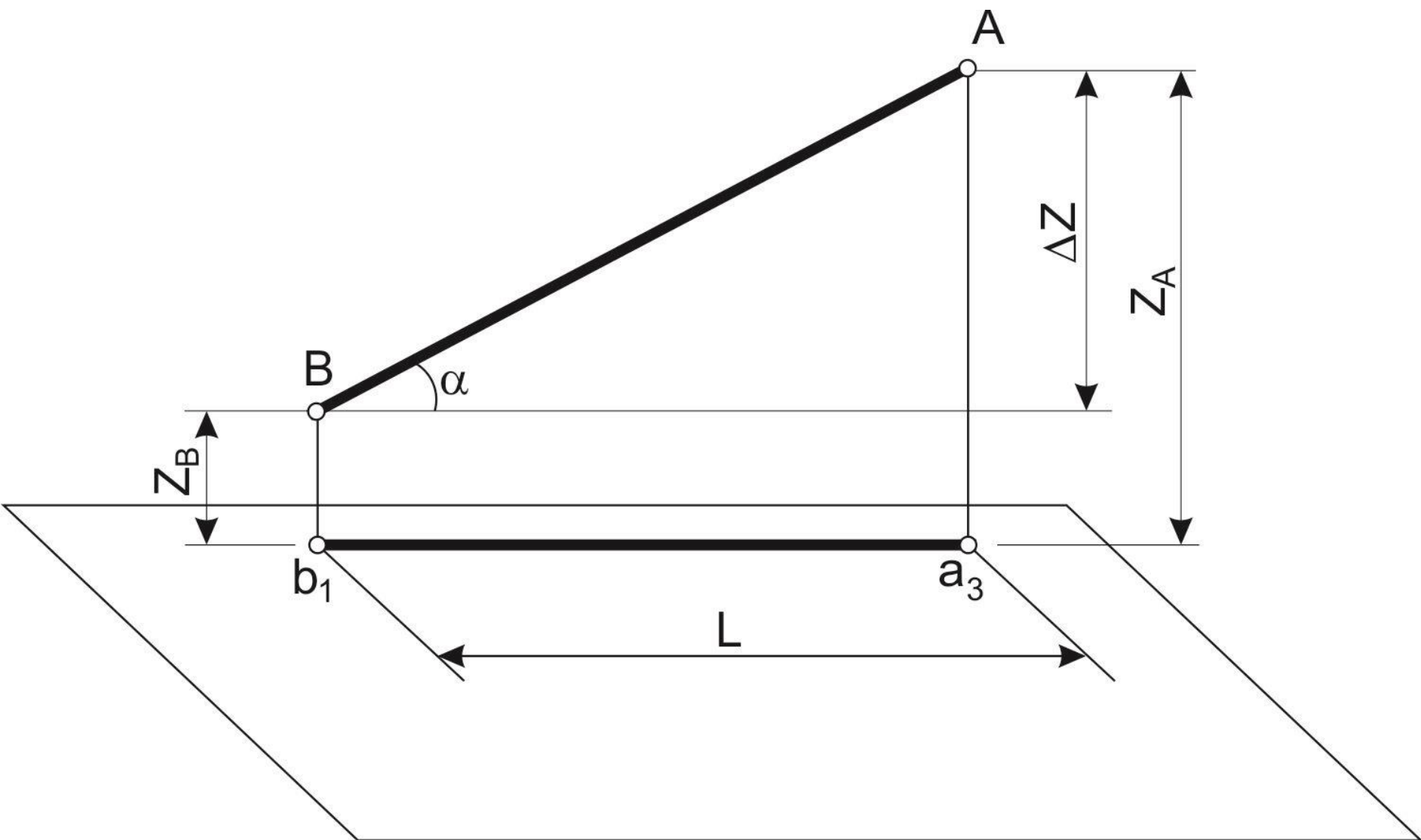
На эюре Монжа строят прямоугольный треугольник с катетами ab и $a'b'$. Гипотенуза A_0b этого треугольника равна длине отрезка AB , а угол abA_0 равен углу α - углу наклона прямой AB к плоскости H .

Задача. Требуется определить длину отрезка AB и угол наклона к фронтальной плоскости проекции



1. Определяем разность глубин точек A и B , отрезок b_1b .
2. В плоскости V строим прямоугольный треугольник $a'b'V_0$, катет $b'V_0$ равен отрезку b_1b .
3. Гипотенуза $a'V_0$ равна длине отрезка AB , а угол $V_0a'b'$ равен углу β наклона прямой AB к фронтальной плоскости проекций.

Элементы залегания прямой



3. **Уклон** $i = \operatorname{tg} \delta = \Delta z / L$

Разница высот (отметок) между точками **А** и **В** называется **превышением** – Δz .

4. **Интервал**

l – заложение (проекция) отрезка
разность отметок которого равна
единице $\Delta Z = 1$.

5. **Заложение** L – проекция отрезка
прямой на горизонтальную плоскость.

Из рисунка:

Возьмем единичный отрезок.

Рассмотрим $\triangle ВЕС$.

Уклон $i = \operatorname{tg} \delta = BD/AD = \Delta z/L;$

$$BC = \Delta z = 1$$

Интервал $EC = l$

$$i = BC/EC = 1/l$$

$$i = 1/L, \quad l = 1/i$$

Прямая общего положения

Прямая не параллельная и не перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций называется прямой общего положения в пространстве.

Прямые частного положения

Прямая уровня – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций, концы данной прямой имеют одинаковые числовые отметки.

Проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, проекция прямой – точка, концы прямой имеют разные числовые отметки.

ЗАДАЧА. Построить прямую $CD(c10d10)$, $EF(e5f15)$.

Точка на прямой

Точка принадлежит прямой, если ее проекция принадлежит горизонтальной проекции прямой и имеет отметку, соответствующую отметке прямой.

Взаимное положение прямых

В общем случае прямые могут:

1. скрещиваться;
2. пересекаться, в частном случае взаимно перпендикулярные прямые;
3. параллельные.

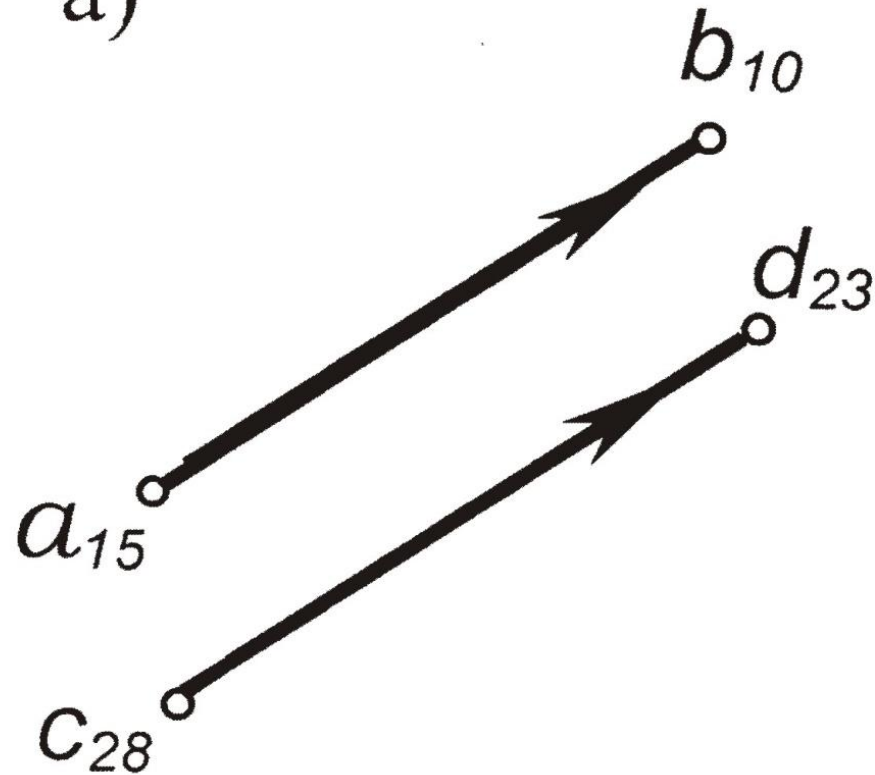
Прямые параллельны, если у них равны все элементы залегания.

Свойства:

1. Проекции параллельных прямых параллельны;
2. Отметки параллельных прямых убывают или возрастают в одном и том же направлении.
3. Заложение параллельных прямых при равной разности отметок одинаковы;
4. Если соединить точки с одинаковыми отметками, принадлежащие параллельным прямым, то полученные прямые будут также параллельны.

Параллельные прямые

a)



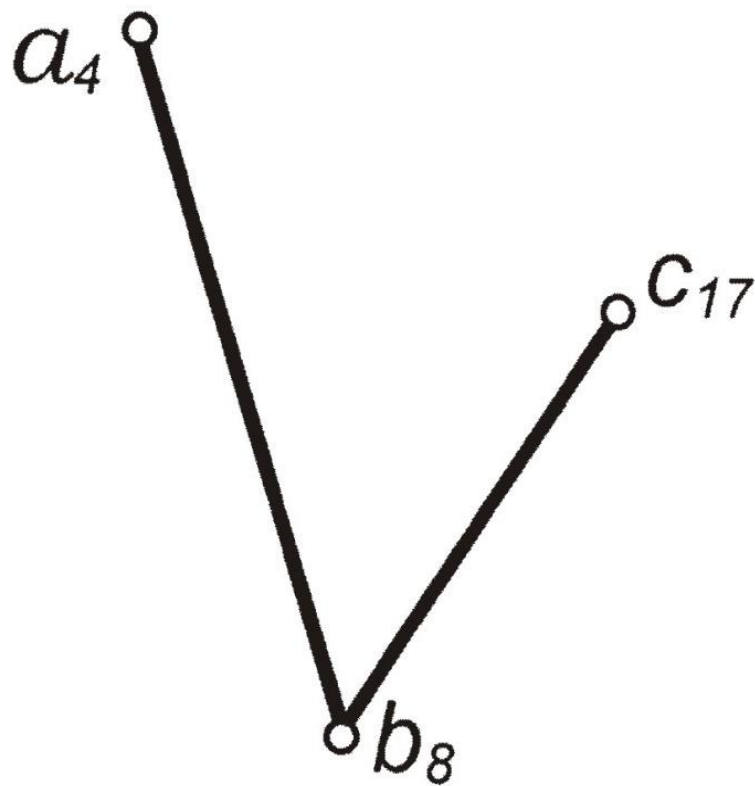
Свойства:

1. Проекции пересекающихся прямых пересекаются. Точки пересечения пересекающихся прямых имеют одинаковые отметки.

2. Если соединить точки с одинаковыми отметками, расположенными на пересекающихся прямых, то полученные прямые будут параллельны.

Пересекающиеся прямые

б)

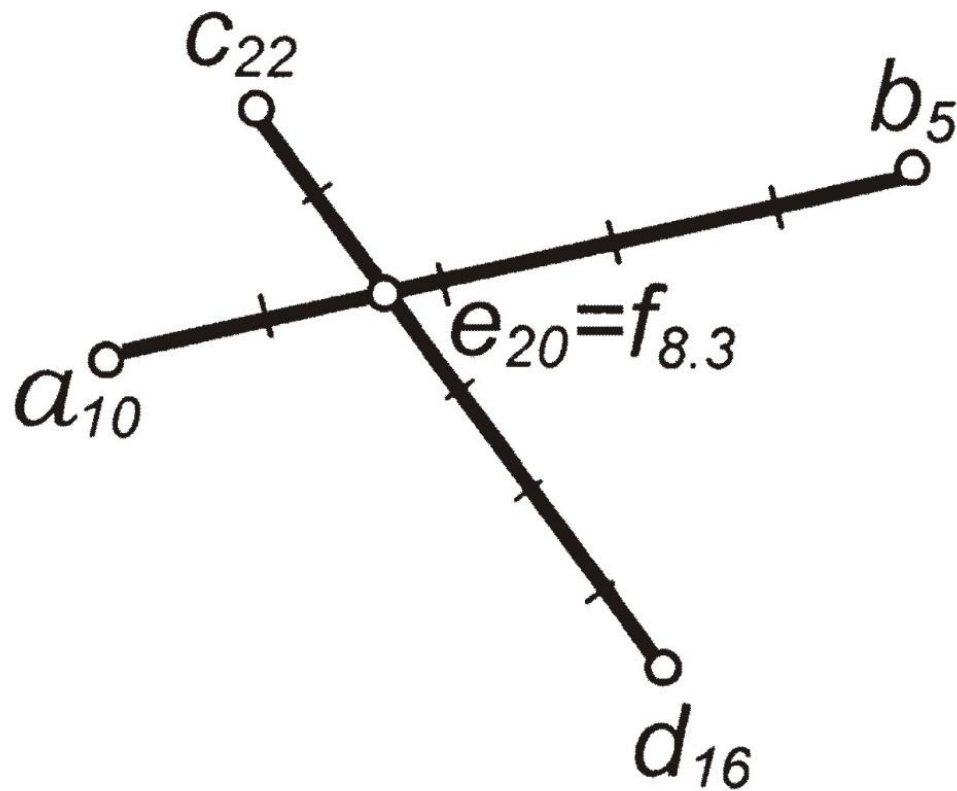


Свойства:

1. Проекции скрещивающихся прямых могут пересекаться. При пересечении проекций – мнимые точки пересечения, которые имеют разные отметки, т.е. принадлежащие разным прямым.
2. Проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, но при этом **элементы залегания не равны.**

Скрещивающиеся прямые

В)



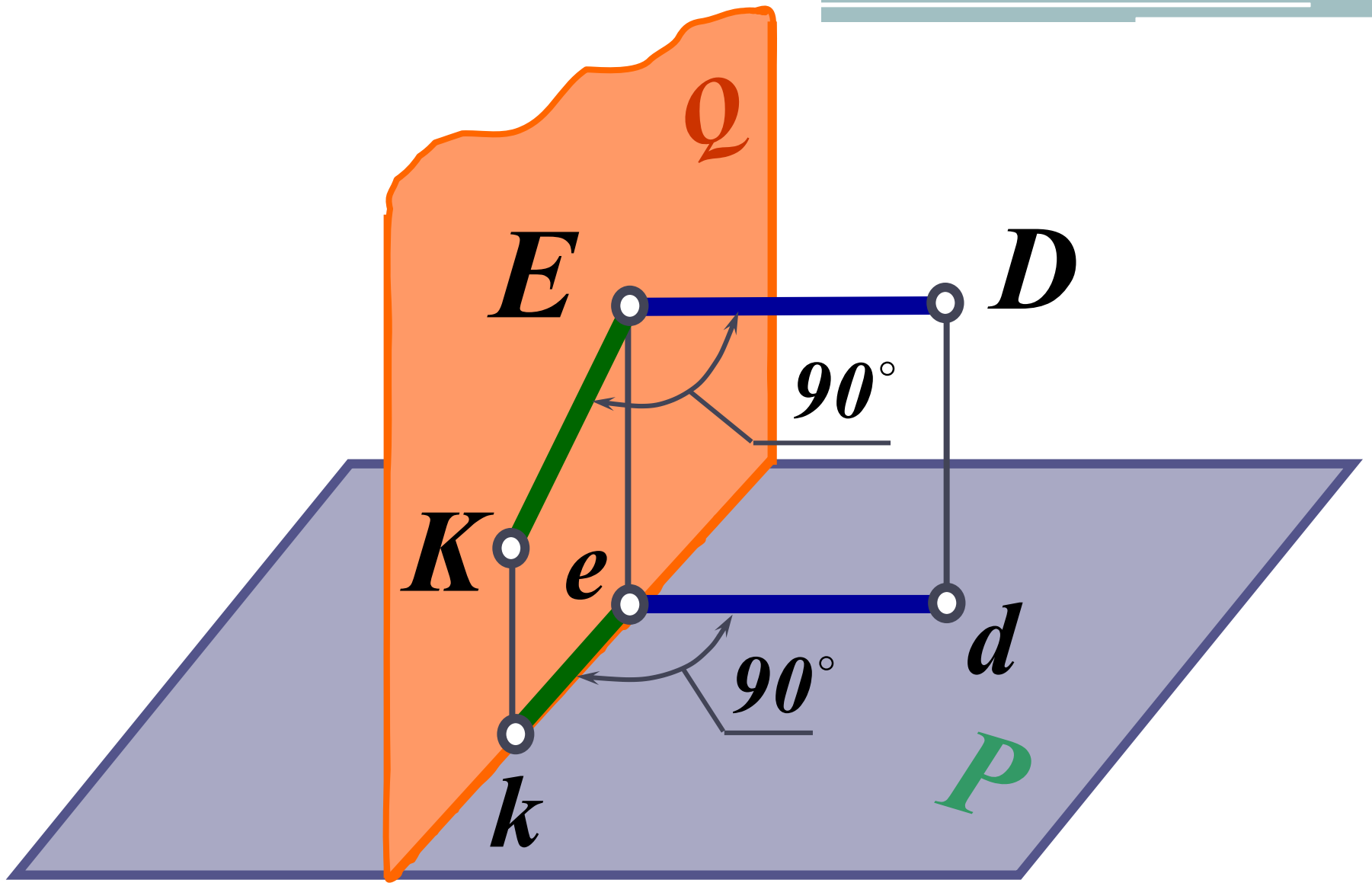
Проекции плоских углов

**В зависимости от
положения сторон
плоского угла
по отношению
к плоскости он может
проецироваться в угол
от 0° до 180°**

**Если стороны угла
параллельны
плоскости, то на эту
плоскость угол
проецируется в
натуральную
величину**

Прямой угол

проецируется на плоскость
в натуральную
величину, если **одна** его
сторона параллельна плос-
кости, а вторая ей не
перпендикулярна



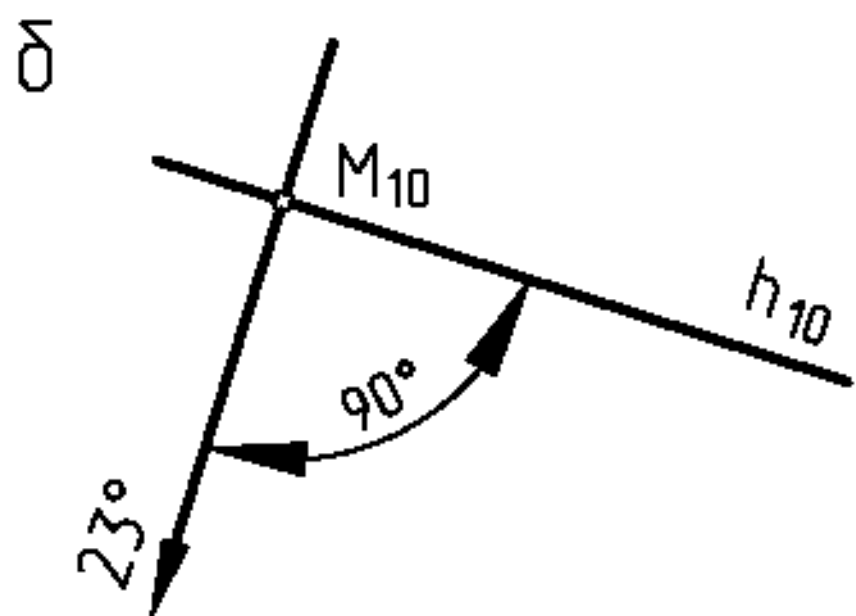
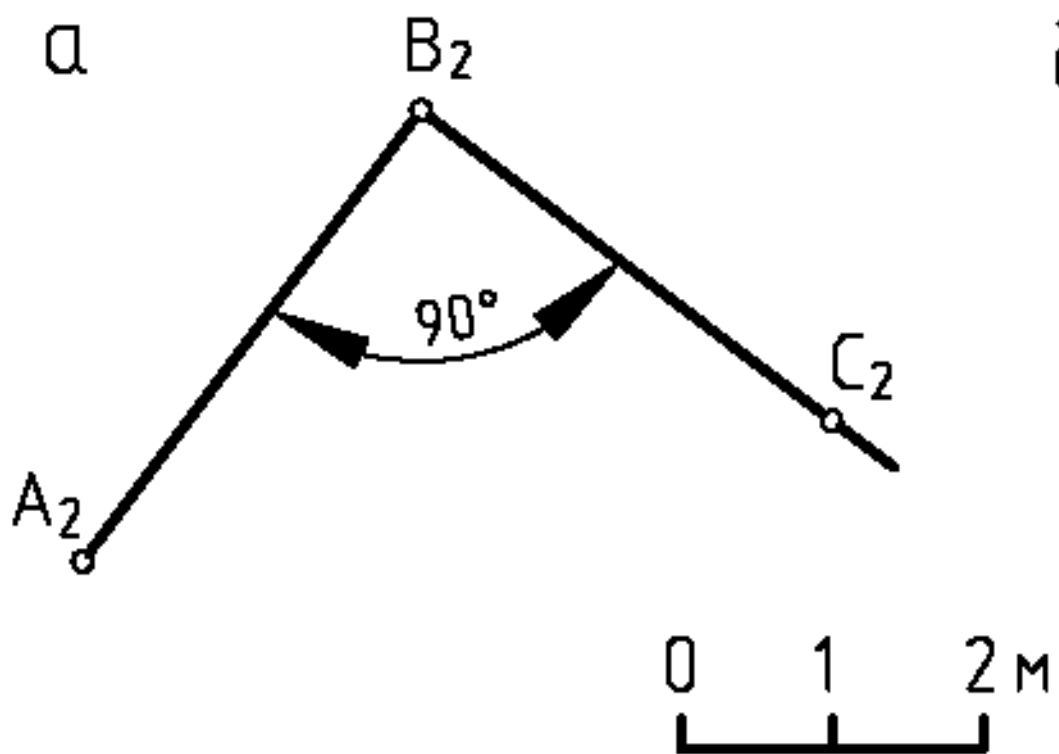
$$(EK) \cup (Ee) \subset Q$$

$$(ED) \perp (EK); (ED) \perp (Ee) \Rightarrow (ED) \perp Q$$

$$(ed) \sqsubset (ED); (ED) \perp Q \Rightarrow (ed) \perp Q$$

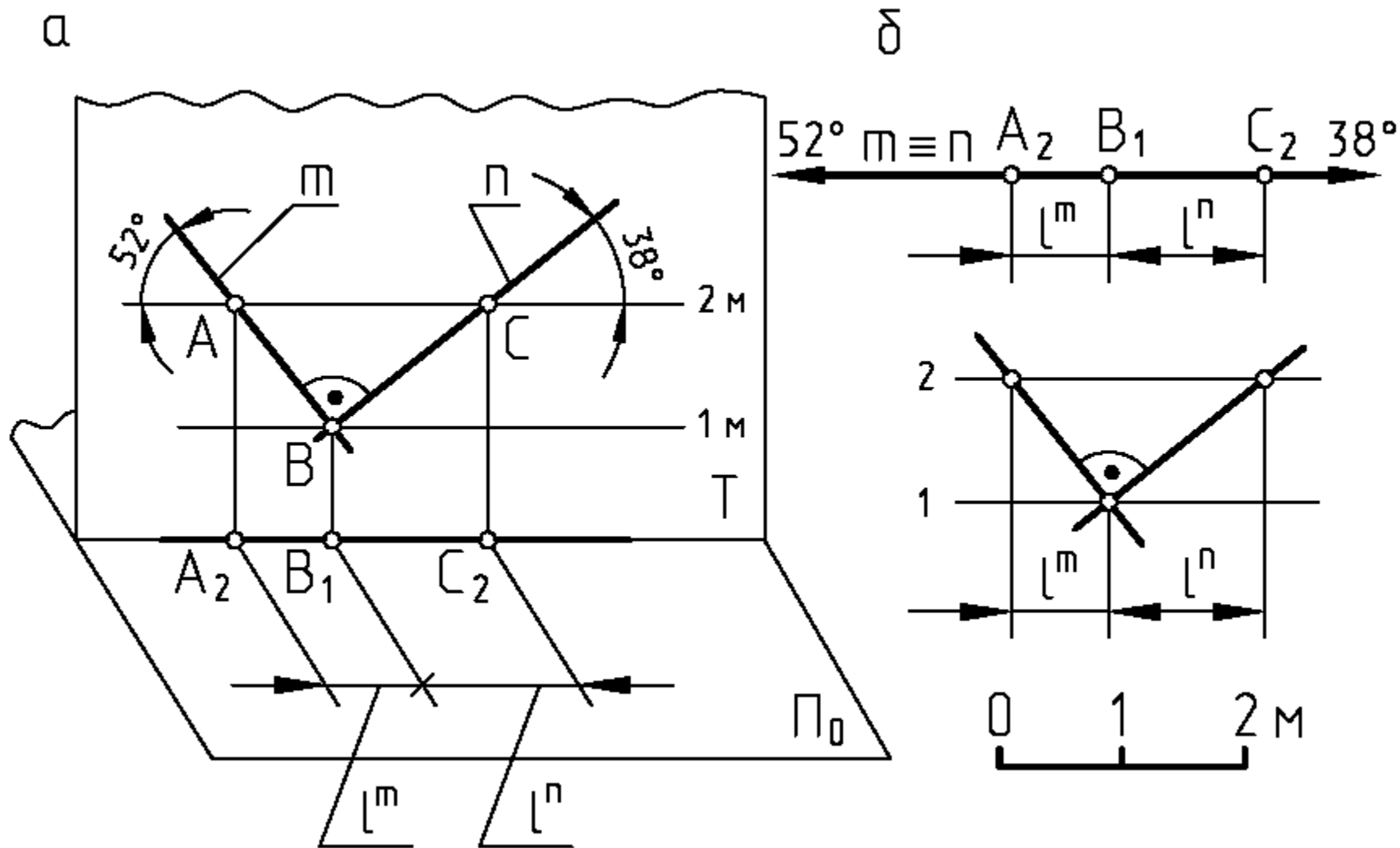
$$(ed) \perp (ek) \Rightarrow \angle ked = 90^\circ$$

Прямой **угол** на плане изображается в натуральную величину, если плоскость угла параллельна плоскости плана или хотя бы одна из его сторон является горизонталью.



свойства:

1. Заложение прямых совпадает;
2. Азимуты прямых отличаются на 180° ;
3. Сумма углов падения равна 90° .



Задача. Построить прямую **BC** перпендикулярную **AB**

- Дано: **AB** (**a**₁₂**b**₇)

Построить **BC** (**b**₇ **c**₁₂)

