

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 1.

1. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определите относительную неточность  $\frac{\Delta p}{p}$  импульса этой частицы.  
[16%]
2. Найдите дебройлевскую длину волны протонов, если при попадании в поперечное магнитное поле с индукцией  $B = 0,10$  Тл радиус кривизны их траектории  $r = 23$  мм.  
[1,8 пм]
3. Какую минимальную длину волны де Бройля имеет электрон, выбитый в результате фотоэффекта с поверхности металла фотоном, имеющим энергию 3 кэВ?
4. Используя соотношение неопределенностей, оцените ширину одномерной потенциальной ямы, в которой минимальная энергия электрона 10 эВ.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 2.

1. Воспользовавшись соотношением неопределенностей, оцените размытость энергетического уровня в атоме водорода: 1) для основного состояния; 2) для возбужденного состояния (время жизни равно  $10^{-8}$  с).  
[1)  $\Delta t = \infty$ ;  $\Delta E = 0$ ; 2)  $\Delta t = 10$  нс;  $\Delta E = 0,1$  мкэВ]
2. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?  
[  $T = (\sqrt{2} - 1)mc^2$  ]
3. При увеличении энергии электрона на 200 эВ его дебройлевская длина волны изменилась в два раза. Найти первоначальную длину волны электрона.
4. Положение свободного электрона определено с точностью до 1 мкм. Чему равна неопределенность его скорости?

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 3.

1. Определите, как изменится длина волны де Бройля электрона атома водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую.

$$\left[ \frac{\lambda_4}{\lambda_2} = 2 \right]$$

2. Принимая, что электрон находится внутри атома диаметром 0,3 нм, определите (в электрон-вольтах) неопределенность энергии этого электрона.
3. Кинетическая энергия электрона равна удвоенному значению его энергии покоя. Вычислите длину волны де Бройля для этого электрона.
4. Поток электронов с дебройлевской длиной волны 11 мкм падает нормально на прямоугольную щель шириной 0,1 мм. Оцените с помощью соотношения неопределенностей угловую ширину пучка за щелью.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 4.

1. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оцените относительную неточность  $\frac{\Delta v}{v}$ , с которой может быть определена скорость электрона?  
[10<sup>-4</sup>]
2. Покажите, что для частицы, неопределенность местоположения которой  $\Delta x = \lambda/2\pi$ , где  $\lambda$  – ее де Бройлевская длина волны, неопределенность скорости равна по порядку величины самой скорости частицы.
3. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля 2,03 пм. Найти массу частицы, если ее заряд по модулю равен заряду электрона.
4. Используя соотношение неопределенностей, оцените энергию электрона в том случае, если бы он находился внутри ядра. Линейные размеры ядра принять равными  $5 \cdot 10^{-15}$  м. Сравните полученное значение с энергией связи, приходящейся на один нуклон в ядре 10 МэВ.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 5.

1. Определите длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при 290 К.

[148 пм]

2. Узкий пучок рентгеновского излучения с длиной волны ( $\lambda = 245$  пм) падает под некоторым углом скольжения на естественную грань монокристалла NaCl ( $\mu = 58,5 \cdot 10^{-3}$  кг/моль), плотность которого  $\rho = 2,16$  г/см<sup>3</sup>. Определите угол скольжения, если при зеркальном отражении от этой грани наблюдается максимум второго порядка.

$$[\vartheta = \arcsin \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu / \rho N_A}} = \arcsin 0,69; \vartheta \approx 44^\circ]$$

3. На две очень тонкие щели, расположенные друг от друга на расстоянии 10 мкм, падает пучок электронов с энергией 1 эВ. Каково расстояние между соседними минимумами в центре интерференционной картины на экране, находящемся на расстоянии 10 м от щелей?
4. Оцените минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферической области диаметром 0,1 мм.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 6.

1. Ширина следа электрона (обладающего кинетической энергией 1,5 кэВ) на фотопластинке, полученной с помощью камеры Вильсона, составляет  $\Delta x = 1$  мкм. Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики?

$$\left[ \frac{\Delta p_x}{p_x} \ll 1 \right]$$

2. Определите длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 150 В?
3. При какой скорости длина волны де Бройля для электрона равна его комптоновской длине волны?
4. Свободно движущаяся нерелятивистская частица имеет относительную неопределенность кинетической энергии порядка  $1,6 \cdot 10^{-4}$ . Оцените, во сколько раз неопределенность координаты такой частицы больше ее дебройлевской длины волны.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 7.

1. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до  $10^{-5}$  м, и пылинки массой  $10^{-12}$  кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

$$[1,1 \cdot 10^{18}]$$

2. Какую  $\Delta E$  необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны  $\lambda$  уменьшилась в  $n$  раз?

$$[\Delta E = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}(n^2 - 1)]$$

3. Попавший в металл нейтрон находится в тепловом равновесии с окружающей средой при комнатной температуре 300К (такой нейтрон называется тепловым). Следует ли учитывать его волновые свойства при взаимодействии с кристаллической решеткой, если расстояние между узлами решетки равно 0,5 нм? При расчетах принять, что нейтрон имеет среднюю квадратичную скорость.
4. Оцените наименьшие погрешности, с которыми можно определить скорости электрона и протона, локализованных в области размером 1 мкм.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 8.

1. Сравните неопределенность при измерении скорости электрона атома водорода с величиной его скорости на первой боровской орбите.

$$\left[ \frac{\Delta v}{v} \approx 50\% \right]$$

2. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?

$$[T = (\sqrt{2} - 1)m_0c^2 = 0,21 \text{ МэВ}]$$

3. В исследовании строения атомов Резерфорд обстреливал их  $\alpha$  - частицами. Допустимо ли не учитывать волновые свойства  $\alpha$  - частиц с кинетической энергией 7,7 МэВ, если прицельное расстояние (наименьшее расстояние от линии прицела до ядра атома) порядка 0,1 нм?
4. Протон в ядре локализован с точностью до размера, равного радиусу ядра  $6 \cdot 10^{-12}$  см. Чему равна неопределенность скорости протона, находящегося в ядре атома?



## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 9.

1. Ширина следа электрона на фотографии, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет  $10^{-3}$  м. Найдите неопределенность в определении его скорости.

[0,116 м/с]

2. Выведите зависимость между длиной волны де Бройля релятивистского электрона и ускоряющим потенциалом  $U$ .

$$[\lambda = hc / \sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}]$$

3. Определите дополнительную энергию, которую необходимо сообщить протону с кинетической энергией 1 кэВ, чтобы длина волны де Бройля уменьшилась в 3 раза.
4. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна 10 МэВ, оцените исходя из соотношения неопределенностей линейные размеры ядра.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 10.

1. Оцените с помощью соотношения неопределенностей неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома  $l = 0,10$  нм. Сравните полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите данного атома.

$$[\Delta v \approx \frac{\hbar}{ml} = 1,15 \cdot 10^6 \text{ м/с}; v_1 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}]$$

2. Найдите дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра  $\lambda_k = 10,0$  пм.

$$[\lambda = \lambda_k / \sqrt{1 + mc\lambda_k / \pi\hbar} = 3,3 \text{ пм}]$$

3. Определите радиус окружности, по которой движется протон в однородном магнитном поле с индукцией 15 мТл, если его длина волны де Бройля равна 197 пм.
4. Определите неточность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью 1,5 Мм/с, если допустимая неточность координаты в определении скорости составляет 10% от ее значения.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 11.

1. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером  $l = 0,20$  нм. Принять  $\Delta p \approx p; \Delta x \approx l$ .

$$[T_{\min} \approx \frac{\hbar^2}{2ml^2} = 1 \text{ эВ}]$$

2. Электрон движется по окружности радиусом  $0,5$  см в однородном магнитном поле с индукцией  $8$  мТл. Определите длину волны де Бройля.

$$[0,1 \text{ нм}]$$

3. Определите энергию фотона и электрона, если длина волны того и другого равна  $0,1$  нм.
4. Можно считать, что электрон в атоме водорода заключен в сферической области вокруг ядра радиусом  $0,05$  нм. С помощью соотношения неопределенностей оцените кинетическую энергию электрона.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 12.

1. Применяя соотношение неопределенностей, покажите, что для движущейся частицы, неопределенность координаты которой равна длине волны де Бройля, показать, что неопределенность скорости равна по порядку величины самой скорости частицы.
2. Получите выражение для дебройлевской длины волны релятивистской частицы массы  $m$  с кинетической энергией  $T$ .

$$[\lambda = 2\pi\hbar / \sqrt{2mT(1 + T/2mc^2)}]$$

3. В рентгеновской трубке энергия бомбардирующих антикатод электронов вся или частично переходит в энергию излучения рентгеновских квантов. Определите длину волны де Бройля электронов, если минимальная длина волны рентгеновских квантов 3 нм.
4. Минимальная энергия  $\alpha$  – частицы, находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме, равна 8 МэВ. Оцените ширину ямы.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 13.

1. Объясните физический смысл соотношения неопределенностей для энергии и времени:  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ .
2. На пути электрона с дебройлевской длиной волны 0,1 нм находится потенциальный барьер высотой 120 эВ. Определите длину волны де Бройля после прохождения барьера.  
[218 пм]
3. Протон, электрон и фотон имеют одинаковую длину волны 0,1 нм. Определите отношение их скоростей.
4. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 14.

1. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите. Принимая, что допускаемая неточность импульса составляет 10 % от ее числового значения, определите неопределенность координаты электрона. Применимо ли в данном случае для электрона понятие траектории? [ $\Delta x = 3,34 \gg (r_1 = 0,528 \text{ \AA})$ ; нет]
2. Какую энергию  $\Delta E$  необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны  $\lambda$  уменьшилась в  $n$  раз?  
$$[\Delta E = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m\lambda^2} (n^2 - 1)]$$
3. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью шириной 1 мкм. Определите скорость этих электронов, если на экране, отстоящем от щели на расстоянии 50 см, ширина центрального дифракционного максимума равна 0,36 мм.
4. Чему равна неопределенность энергии нейтрона, находящегося в ядре атома платины, если нейтрон локализован с точностью до размеров, равных радиусу ядра ( $9 \cdot 10^{-13}$  см).

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 15.

1. Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими стенками. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы. Принять  $\Delta x \approx L$ ;  $\Delta p_x \approx p$ .

$$\left[ E_{\min} \approx \frac{\hbar^2}{2mL^2} \right]$$

2. Найдите дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра  $\lambda_k = 10,0$  пм.

$$[\lambda = \lambda_k / \sqrt{1 + mc\lambda_k / \pi\hbar} = 3,3 \text{ пм}]$$

3. Определить кинетическую энергию электрона, если его длина волны де Бройля равна 1 пм.
4. Электрон с кинетической энергией 10 эВ локализован в области размером 1 мкм. Оцените относительную неопределенность скорости электрона.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 16.

1. Оцените наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массой 1 мг, если координаты частиц и центра шарика установлены с неопределенностью 1 мкм.

$$[1 \cdot 10^4; 1 \cdot 10 \text{ и } 1 \cdot 10^{-20} \text{ см/с}]$$

2. Выведите зависимость между длиной волны де Бройля релятивистского электрона и ускоряющим потенциалом.

$$\left[ \lambda = \frac{hc}{eU(2m_0c^2 + eU)} \right]$$

3. На какую кинетическую энергию должен быть рассчитан ускоритель электронов, чтобы можно было исследовать структуры с линейными размерами порядка  $10^{-15}$  м?
4. Определите относительную неопределенность импульса движущейся частицы, если неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля.



## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 17.

1. Диаметр пузырька в жидко-водородной пузырьковой камере составляет величину порядка  $10^{-7}$  м. Оцените неопределенность в определении скоростей электрона и  $\alpha$  -частицы в такой камере, если неопределенность в определении координаты принять равной диаметру пузырька.

$$[1,16 \cdot 10^3 \text{ м/с}; 0,16 \text{ м/с}]$$

2. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию электрона в атоме водорода. Принять  $\Delta p \approx p; \Delta x \approx r$

$$[E_{\min} \approx -mk^2 e^4 / 2\hbar^2 = -13,6 \text{ эВ}]$$

3. Какую разность потенциалов должен пройти электрон из состояния покоя, чтобы его длина волны стала 0,16 нм?
4. При измерении относительной неопределенности скорости локализованного в некоторой области электрона, ускоренного напряжением 10 В, получено значение 0,01. Оцените размер области локализации.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 18.

1. Пользуясь соотношением неопределенностей оцените неопределенность  $\Delta v$  в определении скорости электрона атома водорода.  
[ $\Delta v > 1,1 \cdot 10^6$  м/с]
2. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией 15 мТл по окружности радиусом 1,4 м. Определите длину волны де Бройля для протона.  
[0,197 пм]
3. В модели Бора электрон движется вокруг ядра атома водорода по круговой орбите. Считая радиус орбиты равным 0,053 нм, определите длину волны де Бройля для этого электрона.
4. Исходя из того, что радиус атома водорода имеет значение порядка 0,1 нм, оцените скорость движения электрона.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 19.

1. Сравните неопределенность при измерении скорости электрона атома водорода с величиной его скорости на первой боровской орбите.  
[ $\Delta v/v = 50\%$ ]
2. Определите длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите. [1нм].
3. Электрон движется по окружности радиусом 0,5 см в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл. Определите длину волны де Бройля.
4. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером 0,2 нм.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 20.

1. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оцените относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона.  
[ $\Delta v/v = 10^{-4}$ ]
2. Найдите дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре.  
[128 пм]
3. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его длина волны де Бройля уменьшилась от 100 до 50 пм?
4. Покажите, что для частицы, неопределенность положения которой  $\Delta x = \frac{\lambda_B}{2\pi}$ , где  $\lambda_B$  – ее дебройлевская длина волны, неопределенность скорости равна примерно самой скорости частицы.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 21.

1. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определите относительную неточность  $\Delta p / p$  импульса этой частицы.  
[16%]
2. Какую дополнительную энергию необходимо сообщить электрону с импульсом  $15 \text{ кэВ}/c$  ( $c$  - скорость света), чтобы его длина волны стала равной  $50 \text{ пм}$ ?  
[0,38 кэВ]
3. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы его длина волны де Бройля была равна  $1 \text{ пм}$ ?
4. Пучок моноэнергетических электронов падает на щель шириной  $10 \text{ нм}$ . Можно считать, если электрон прошел через щель, то его координата в направлении поперек движения известна с неопределенностью  $10 \text{ нм}$ . Оцените получаемую при этом относительную неточность импульса, если энергия электрона  $10 \text{ эВ}$ .

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 22.

1. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%?

[ В 160 раз]

2. Приняв, что минимальная энергия  $E$  нуклона в ядре равна 10 МэВ, оцените, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

$$[ l = 2\hbar\sqrt{2mE} = 2,9 \text{ фм} ]$$

3. Фотоэффект вызывается фотонами с длиной волны 0,3 нм. Какую минимальную длину волны де Бройля имеют фотоэлектроны?
4. При движении вдоль оси  $x$  скорость оказывается определенной с точностью 1 см/с. Оцените неопределенность координаты для электрона; для дробинки массой 0,1г.

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 23.

1. Используя соотношение неопределенностей  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ , оцените относительную ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: 1) в основном состоянии; 2) в возбужденном состоянии (время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau = 10^{-8}$  с).

[0; 10 нс]

2. Нейтрон с кинетической энергией  $T = 25$  эВ налетает на покоящийся дейтрон. Найдите дебройлевские длины волн обеих частиц в системе центра масс.

$$[\lambda = 2\pi\hbar(1 + m_n / m_d) / \sqrt{2m_n T} = 8,6 \text{ пм}]$$

3. Чему равна скорость атома гелия, если длина волны де Бройля равна 0,1 нм?
4. Прямолинейная траектория частицы в камере Вильсона представляет собой цепочку малых капелек тумана, поперечный размер которых 1 мкм. Можно ли, наблюдая след электрона с кинетической энергией 1 кэВ обнаружить отклонение его движения от классического?

## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 24.

1. Оцените относительную ширину  $\Delta\omega/\omega$  спектральной линии, если время жизни атома в возбужденном состоянии  $10^{-8}$  с и длина волны излучаемого фотона 0,6 мкм.

$$[3 \cdot 10^{-8}]$$

3. Какую энергию  $\Delta E$  необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны  $\lambda$  уменьшилась 3 раза?

$$[\Delta E = 8 \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m\lambda^2}]$$

3. Электрон и фотон имеют каждый энергию, равную 1 эВ. Во сколько раз различаются их длины волн?
4. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится на металлической пылинке диаметром 1 мкм. Найдите относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона.



## Волны де Бройля, соотношение неопределенностей

### Вариант 25.

1. Определите неопределенность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью  $1,5 \cdot 10^6$  м/с, если допускаемая неточность в определении скорости составляет 10% от ее величины. Сравните полученную неопределенность с диаметром атома водорода, полученным в теории Бора для основного состояния и указать применимо ли понятие траектории в этом случае?

[0,769 нм; 0,106 нм; нет]

2. Найдите дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоду рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра  $\lambda_k = 10,0$  пм.

$$[\lambda = \lambda_k / \sqrt{1 + mc\lambda_k / \pi\hbar} = 3,3 \text{ пм}]$$

3. Во сколько раз различаются длины волн де Бройля протона и электрона, если они имеют одинаковую кинетическую энергию 0,511 МэВ?
4. Оцените наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорости электрона, протона и шарика массой 1 мг, если координаты частиц и центра шарика определены с неопределенностью 1 мкм.