

Домашнее задание по теме: «Линейные пространства и подпространства»

- Проверить, образуют ли подпространство линейного пространства $\mathbb{R}^{(n)}$ следующие подмножества:
 - $M_1 = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_9) | \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = \alpha_8 = 0\}$; в) $M_3 = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) | \alpha_1 = \alpha_n\}$;
 - $M_2 = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_9) | \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = \alpha_8\}$; г) $M_4 = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) | \alpha_i \in \mathbb{Z}, \forall i\}$;

Ответы: а) да; б) да; в) да; г) нет.
- Проверить, образуют ли подпространство линейного пространства $M(3 \times 3, \mathbb{R})$ следующие подмножества:

$$\text{а) } S(3) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \right\} \quad \text{б) } S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b & c \\ b & 1 & e \\ c & e & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{в) } KS(3) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & b & c \\ -b & 0 & e \\ -c & -e & 0 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{г) } S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b & c \\ -b & 1 & e \\ -c & -e & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Ответы: а) да; б) нет; в) да; г) нет.

- Выяснить, является ли данная система векторов $\mathbb{R}^{(4)}$ линейно зависимой или линейно независимой:
 $a_1 = (4, -5, 2, 6)$, $a_2 = (2, -2, 1, 3)$, $a_3 = (1, -3, 3, 9)$, $a_4 = (4, -1, 5, 6)$.

Ответ: линейно независимая ($D = -45$)

- Выяснить, является ли данная система векторов $\mathbb{R}[x]$ линейно зависимой или линейно независимой:

$$f_1(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4, \quad f_2(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5,$$

$$f_3(x) = 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6, \quad f_4(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7.$$

Ответ: линейно зависимая.

- Проверить, что векторы

$$f_1(x) = 2x^2 + 2x - 1, \quad f_2(x) = 2x^2 - x + 2, \quad f_3(x) = -x^2 + 2x + 2,$$

образуют базис пространства $\mathbb{R}^{(3)}[x]$ и найти координаты вектора

$$g(x) = x^2 + x + 1 \text{ в этом базисе.}$$

Ответ: $\left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right\}$.

- Проверить, что векторы $e_1 = (1, 5)$, $e_2 = (2, 7)$ и $f_1 = (3, 9)$, $f_2 = (3, 3)$ образуют базисы пространства $\mathbb{R}^{(2)}$ и найти координаты вектора x в базисе f_1, f_2 , если известно, что в базисе e_1, e_2 он имеет координаты $\{4; -2\}$.

Ответ: $\{1; -1\}$, $T = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.