

Домашнее задание по теме: Правило Лопиталья

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}, a > 0$. Ответ: $\frac{\ln a}{6}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin ax)}{\ln(\sin bx)}$. Ответ: 1.

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-0,01x}$. Ответ: 0.

4. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{k}{1+\ln x}}$. Ответ: e^k .

5. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$. Ответ: 1.

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$. Ответ: $\frac{1}{2}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$. Ответ: $-\frac{e}{2}$.

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x$. Ответ: $e^{-\frac{2}{\pi}}$.

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$. Ответ: $e^{-\frac{1}{2}}$.

10. Найти формулу Тейлора для функции $y = \sqrt{x}$ при $x_0 = 4$.

Ответ: $2 + \frac{x-4}{4} - \frac{(x-4)^2}{64} + \frac{(x-4)^3}{512} - \dots + \frac{(2n-2)!(x-4)^n}{n!(n-1)!2^{4n-2}} + o((x-4)^n)$.

11. Найти формулу Тейлора для функции $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ при $x_0 = 0$.

Ответ: $1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$.