

Домашняя работа по теме: "Производные высших порядков. Дифференциал функции."

1. Найти производную указанного порядка $y^{(8)}$ функции $y(x) = \frac{x^2}{1-x}$.

Ответ: $y^{(8)} = \frac{8!}{(1-x)^9}$.

2. Найти производную указанного порядка $y^{(5)}$ функции $y(x) = \frac{\ln x}{x}$.

Ответ: $y^{(5)} = \frac{274}{x^6} - \frac{120}{x^6} \ln x$ ($x > 0$).

3. Найти дифференциал указанного порядка $d^3 y$ функции $y(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Ответ: $d^3 y = -\frac{15}{8x^3\sqrt{x}} dx^3$ ($x > 0$).

4. Найти дифференциал указанного порядка $d^4 y$ функции $y(x) = e^x \ln x$.

Ответ: $d^4 y = e^x (\ln x + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{8}{x^3} - \frac{6}{x^4}) dx^4$.

5. Найти дифференциал указанного порядка $d^3 y$ функции $y(x) = \ln U$, где U – функция от x .

Ответ: $d^3 y = \frac{2dU^2}{U^3} - \frac{3dUd^2U}{U^2} + \frac{d^3U}{U}$.

6. Найти 3 члена разложения функции $f(x) = \sqrt{x}$ по целым неотрицательным степеням разности $(x-1)$.

Ответ: $1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$.

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$.