

Домашняя работа по теме “Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций”.

1. Определить порядок относительно x функции, бесконечно малой при $x \rightarrow 0$:

а) $x^3 + 1000x^2$; б) $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}$; в) $\frac{x(x+1)}{1+\sqrt{x}}$; г) $\frac{7x^{10}}{x^3+1}$. **Ответ:** а) 2; б) $\frac{1}{2}$; в) 1; г) 10.

2. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ бесконечно малые величины $e^{2x} - e^x$ и $\sin 2x - \sin x$ будут эквивалентными.

3. Пусть $x \rightarrow 0$. Выделить главную часть вида Cx^n (C – постоянная) и определить порядок малости относительно x функции $2x - 3x^3 + x^5$. **Ответ:** $2x + o(x)$.

4. Пусть $x \rightarrow 1$. Выделить главную часть вида $C(x-1)^n$ (C – постоянная) и определить порядок малости относительно $(x-1)$ функции $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$. **Ответ:** $\frac{\sqrt[3]{1-x}}{\sqrt[3]{2}} + o\left((1-x)^{\frac{1}{3}}\right)$.

5. Вычислить предел:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{1+x}{1-x}}{\arctg(1+x) - \arctg(1-x)}$.

Ответ: а) 4; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) 2.