

Индивидуальное задание

Вариант 6.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 4$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{1 - 3^x} = \infty$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin \frac{\pi}{x} + 1$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^3 + 3x + 2$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{2n^2 + 1}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 4x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{x + \sin x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^4 - x^3 - 40}{x^2 - 4}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{2x^3 + x^2 - 2}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{3x+1}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{1 - \sqrt{x - 1}}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\operatorname{tg} x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right)$

12) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x+4}}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}} - 1$

б) $y = \sqrt{\cos x} - \cos x$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \sin(\sqrt{9 + x} - 3)$ и $\beta(x) = \operatorname{tg} x - \sin x$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

б) $y = 1 + \frac{1}{2^{\frac{1}{x-3}}}$

в) $y = 1 + \frac{x}{|x|}$

Индивидуальное задание

Вариант 7.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n\pi = 0$

2. Доказать, что функция $f(x) = 2 \sin \frac{\pi}{x+1}$ не имеет предела при $x \rightarrow -1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \cos x$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+1)!}{2 \cdot n! - 3 \cdot (n+1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{4x^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \sin \pi x}{3 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\arcsin 2x}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{\sqrt[3]{26+x}-3}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{2-x^2} \right)^{5x^2+1}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}^2 2x}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(2x+1)}{x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\sqrt{2x^2-3} - 5x)$

12) $\lim_{x \rightarrow -2+0} \left(1 - 3^{\frac{1}{x^2-4}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y(x) = \sqrt[4]{x^2+1} - 1$

б) $y(x) = 1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \ln(x^2 + 2x - 2)$ и $\beta(x) = \operatorname{arctg}^3(x-1)$ при $x \rightarrow 1$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} x-3, & x < 0 \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4 \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$

б) $y = 3^{-\frac{1}{1-2x}}$

в) $y = \frac{1+x}{|x|}$

Индивидуальное задание

Вариант 8.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1} = \infty$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{1}{x-5}$ не имеет предела при $x \rightarrow 5$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \frac{1}{x+3}$ непрерывна в точке $x_0 = 1$.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot (n+1)!}{n! - (n+2)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 4x}{2x - \sin 2x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + 1}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x - 6}{5x^2 + 2x - 7}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x^2 + 1} - \frac{3x^2}{15x + 1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\frac{1+x}{1+2x} \right)^{x+3}$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 25}$

11) $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{2x}{1-x}}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)$

12) $\lim_{x \rightarrow -2-0} \left(1 - 3^{\frac{1}{x^2-4}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \ln(1 + \sqrt{x^3})$

б) $y = e^x - e^{-x}$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \ln(x^2 + 2x + 1)$ и $\beta(x) = 1 - \cos 4x$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ \cos x + 1, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 + x, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

б) $y = 1 + 2^{\frac{1}{3x-2}}$

в) $y = \frac{1-x}{1-|x|}$

Индивидуальное задание

Вариант 9.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + a^2}}{n} = 1$

2. Доказать, что функция $f(x) = 1 + \cos \frac{1}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = e^{x+1}$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{(n+1)!\}^2 + \{(n+2)!\}^2}{n \cdot (n+1)! \cdot (n+2)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos 2x - 1) \cdot x}{\sin^3 x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{2x}$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 - x}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x \right)$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+2} + \frac{x-2x^2}{2x-3} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{2x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{3 \operatorname{tg} x} - 1}{1 - \cos \sqrt{x}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \sqrt[4]{1 + \sqrt{x^3}} - 1$

б) $y = \ln \left(1 + \sqrt[3]{x^2} \right)$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = xe^x$ и $\beta(x) = e^{1 - \cos 4x} - 1$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1}, & x < 0 \\ 1 - x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

б) $y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{2x+1}}}$

в) $y = \frac{x+1}{x^2 - 4}$

Индивидуальное задание

Вариант 10.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 2x + 1} = \infty$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin \frac{1}{x-5}$ не имеет предела при $x \rightarrow 5$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = 2x^3 - x - 5$ непрерывна в точке $x_0 = -4$.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+3)!}{n!(n+2)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 5x}{x + \operatorname{tg} 4x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \frac{\pi x}{4}}{\operatorname{arcctg}(\sqrt{3}x)}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}^2 2x}$

3) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^3 - 3x + 10}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{\frac{1}{2} - \cos x}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt[3]{x^3 + 2} + 1}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + x^2}{4 + x^2} \right)^{\frac{x^3 + 1}{x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sqrt{x^2 + 8} - 3}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{2x} - 1}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

12) $\lim_{x \rightarrow -3+0} \left(2 - 2^{\frac{1}{x+3}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = e^x - \cos 2x$

б) $y = \sqrt[3]{x^2 + 1} - 1$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \sqrt{1 + x \sin x} - 1$ и $\beta(x) = 1 - \cos \sqrt[3]{x^2}$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} x - 3, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 3 \\ x^2 - 6x + 15, & x \geq 3 \end{cases}$

б) $y = 1 - 4^{\frac{1}{x-3}}$

в) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$