

Индивидуальное задание

Вариант 11.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+7}} = \frac{1}{3}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x} = \infty$

2. Доказать, что функция $\sin \frac{\pi}{2x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^4 + 3x^2 + 2$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + (n+3)!}{n!(n+2)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+1} + \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}}{\cos \frac{\pi x}{4}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2 \sin 2x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - 3x^2 - 28}{x^2 - 5x + 6}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\frac{\pi}{4} - x}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^3 + 2x^2 + 2}{4x^2 - 1} - \frac{x^2 + 2}{x - 1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{2 - \sqrt{x^2 + 4}}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos^2 x}{2x^2}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$

12) $\lim_{x \rightarrow -3-0} \left(1 - 2^{\frac{1}{x+3}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \ln \left\{ \sqrt[7]{1 + \operatorname{tg} \sqrt[4]{x^5}} \right\}$

б) $y = 5^{\sqrt{x^3 - 5x + 1} - 1} - 1$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \cos \sqrt[3]{5x^4} - 1$ и $\beta = \ln \{ 1 - e^{\operatorname{arctg} x} \}$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$

б) $y = \frac{1 + 2^{\frac{1}{3x-1}}}{1 - 2^{\frac{1}{3x-1}}}$

в) $y = \frac{x+1}{x^2-9}$

Индивидуальное задание

Вариант 12.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x+2} = 1$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2-1} \cos \frac{\pi}{n} = 0$

2. Доказать, что функция $\sin \frac{1}{x-2}$ не имеет предела при $x \rightarrow 2$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = e^{3x}$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+3)!}{n! - (n+3)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{arctg} x}{\sin x + \operatorname{tg} x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-1}{2 \sin \frac{\pi}{x}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 3x}{x \sin x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)}{x - \frac{\pi}{3}}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3+2}{x^2-1} - \frac{2x^2+1}{2x-1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{\frac{x^3}{x+1}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-3}-1}{x^3-4x}$

11) $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + \sin \sqrt{x})^{\frac{1}{3x}}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+x^3+1} - \sqrt{x^3-x^2})$

12) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}-0} 1 + 3^{\frac{1}{1-3x}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{3x+1}$

б) $y = \operatorname{tg} x - \sin x$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \sqrt[3]{5x^4 + \sin x + 1} - 1$ и $y = \ln\{1-x\}$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & x \geq 1 \end{cases}$

б) $y = 1 - 4^{\frac{2}{x-3}}$

в) $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

Индивидуальное задание

Вариант 13.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 2-0} 2^{\frac{1}{x-2}} = 0$

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = -5$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin \frac{\pi}{2x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^3$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!n}{n! + (n+1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+a) - \ln a}{x}$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 + 2 \sin x}{1 - \operatorname{tg} 2x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{(1 - \cos x)^2}}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 4x^2 - 3x - 3}{x^2 - 4x + 3}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 4 \sin^2 x}{\cos 3x}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-2} \right)^{\frac{x+1}{2}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9} - 3}{\sqrt{4+x} - 2}$

11) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(2^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{4+n^2} - n)$

12) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \sqrt{1 + \ln(\sin x + 1)} - 1$

б) $y = 3^{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \sqrt[3]{x}} - 1} - 1$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \ln(\cos x)$ и $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} e^{2x}, & -\infty < x \leq 0 \\ \ln x, & 0 < x \leq 100 \\ -2\sqrt{x}, & x > 100 \end{cases}$

б) $y = 4^{\frac{1}{2-x}}$

в) $y = \frac{1}{|1-x|}$

Индивидуальное задание

Вариант 14.

1. Исходя из определения предела, доказать:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3^{x-1} - 1} = \infty$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x}{1-x} = 3$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin \frac{\pi}{2+x}$ не имеет предела при $x \rightarrow -2$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x + e^x$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - x^2}{2 \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+3) - \cos(3-x)}{\sin x}$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 - 3x^2 + x + 6}{x^2 - 2x - 3}$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - x \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} \right)^{\frac{x^3 + 1}{3x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{8+x} - 3}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2 \sin x} - 1}{\operatorname{tg} x}$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3})$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

a) $y(x) = \sqrt{1 + \ln^2(\sin^2 x + 1)} - 1$

б) $y(x) = 3^{\sqrt{\sin 7x}} - 1$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = 1 + \cos 3x$ и $\beta(x) = \sin^2 7x$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

a) $y = \begin{cases} x - 3, & x \leq 0 \\ x + 1, & 0 < x \leq 4 \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$

б) $y = 1 - 3^{\frac{1}{x+2}}$

в) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

Индивидуальное задание

Вариант 15.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = -1$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \sin n^2 \pi = 0$$

2. Доказать, что функция $f(x) = 1 + \sin \frac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^2 + 1$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{n!\} \cdot \{(n+3)!\}}{n \cdot (n+1)! \cdot (n+2)!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\arcsin \frac{x}{3}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin 3x + 1}{\operatorname{tg}^2 x + 1}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\ln(1 - 3x)}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 2x^3 - x - 4}{x^2 - 5x + 4}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\cos x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - \frac{x^2}{x + 1} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{\frac{x+1}{2}}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^3} - 1}{x^3}$$

$$11) \lim_{z \rightarrow 1} (1-z) \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow +\infty} x \cdot \left(\sqrt{4x^2 - 1} - 2x \right)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x+1}{2x-3} \right)^{\frac{x+1}{2}}$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$a) y(x) = \operatorname{tg}^2 x \cdot e^x$$

$$б) y(x) = (\operatorname{tg}^2 x - 1) \cdot (e^x - 1)$$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \frac{1-x}{1+x}$ и $\beta(x) = 2 - 2\sqrt{x}$ при $x \rightarrow 1$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$a) y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$$

$$б) y = \frac{1}{2 - 3^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$в) y = \frac{x}{x^3 + 1}$$