

ВАРИАНТ 11

1. Точка $M(3,2)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из точки $N(1,-1)$ на прямую l . Написать уравнение прямой l ; найти расстояние от точки N до прямой l .
2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3,-5)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-7,3)$ и $B(11,-15)$.
3. Стороны треугольника лежат на прямых
 $AB : x + 5y - 7 = 0, \quad BC : 3x - 2y - 4 = 0, \quad AC : 7x + y + 19 = 0.$
Вычислить его площадь; найти уравнение высоты и медианы, проведенных из вершины A .
4. Построить плоскости:
а) $3x + 2y - 6z + 6 = 0,$ б) $2x - y + z = 0,$
в) $2y - z + 4 = 0,$ г) $3x - 2y = 0.$
5. Из точки $P(-1,-1,4)$ опущен на плоскость перпендикуляр. Его основание - точка $Q(2,1,3)$. Составить уравнение этой плоскости.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$
 и точку $M(2,-2,1)$.
7. Найти расстояние от точки $P(1,-1,-2)$ до прямой $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y - 18 = 0 \end{cases}$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} 4x + 3y + 5 = 0 \\ y + z + 4 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.
9. При каких значениях m прямая $y = 2,5x + m$ 1) пересекает гиперболу $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой гиперболы.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
а) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0,$ б) $x^2 + 25y^2 - 50y + 24 = 0,$
в) $5x^2 - 4y^2 + 10x - 15 = 0,$ г) $x^2 - 2x - 6y - 17 = 0.$
11. Изобразить линии:
а) $y = \sqrt{25 - x^2},$ б) $y = \sqrt{-12x},$
в) $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2},$ г) $\rho = \frac{25}{12 - 13 \cos \varphi}.$
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2 + y^2 = a^2, \quad y + z = -b \quad (b > a), \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$
б) $x + y + z = 8, \quad 2x + y = 8, \quad 4x + y = 8, \quad y = 0, \quad z = 0.$

ВАРИАНТ 12

1. Даны точки $A(2, -3)$, $B(3, -5)$. Через середину отрезка AB провести прямую, перпендикулярную к AB . Найти ее угловой коэффициент.
2. Дано уравнение одной из сторон квадрата $x + 3y - 7 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $P(0, -1)$. Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.
3. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $\lambda = \frac{2}{3}$. Решить задачу, не вычисляя координат точки пересечения прямых.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x - y + z - 3 = 0$,
 - б) $3x - y + 2z = 0$,
 - в) $3x + z - 4 = 0$,
 - г) $x - 2y = 0$.
5. Найти плоскость, проходящую через точку $A(5, 2, 3)$ и отсекающую на осях координат равные положительные отрезки.
6. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ и $\begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
7. Доказать, что прямые $\begin{cases} 2x + 2y - z - 10 = 0 \\ x - y - z - 22 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. При каких m и l пара уравнений $2x + ly + 3z - 5 = 0$ и $mx - 6y - 6z + 2 = 0$ будет определять параллельные плоскости. Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение параболы, зная, что парабола симметрична относительно оси Ox , проходит через точку $A(-3, 6)$ и начало координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$,
 - б) $x^2 + 9y^2 - 2x - 36y + 28 = 0$,
 - в) $4x^2 - 5y^2 - 8x - 16 = 0$,
 - г) $y^2 + 2y - 4x + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = 0,5\sqrt{4 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{3y}$,
 - в) $x = 1 + 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$,
 - г) $\rho = -10\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = b^2$, $(a > b)$
 - б) $x^2 - y^2 = z$, $x = 5$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 13

1. Даны вершины треугольника: $A(1,-2)$, $B(0,3)$, $C(1,1)$. Через каждую из них провести прямую, параллельную противоположной стороне.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 2y + 15 = 0$, $x - 2y = 0$, и уравнение одной из его диагоналей $7x + y - 15 = 0$. Найти вершины прямоугольника.
3. Проверить, что четырехугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2, -2)$, $B(-3,1)$, $C(2,5; 2,5)$ и $D(3,1)$ является трапецией. Составить уравнение средней линии, диагоналей и высот этой трапеции.
4. Построить плоскости:
 - а) $x + 2y - z - 5 = 0$,
 - б) $2x + 3y + z = 0$,
 - в) $3x - 2y - 6 = 0$,
 - г) $3y - 2z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -1, 3)$ и $M_2(3, 1, 2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{3, -1, 4\}$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные (доказать!) прямые $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$ и $\begin{cases} y + z - 2 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases}$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2, 3, -1)$ до прямой $\begin{cases} 2x - 3y - 10 = 0 \\ y + z + 25 = 0 \end{cases}$.
8. При каком m прямая $\begin{cases} 3x + y - 2z + 6 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $x + 3y + mz - 4 = 0$?
9. Найти полуоси, координаты вершин, фокусов и эксцентриситет эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$,
 - б) $4x^2 + y^2 + 4y = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 + 2x - 36y - 44 = 0$,
 - г) $x^2 - 8x + 3y + 22 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 9}$,
 - б) $y = -\sqrt{-4x}$,
 - в) $y = 2 + \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$,
 - г) $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{3} \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$ ($a > b$), $y - z = -a$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 + (z - b)^2 = a^2$ ($a < b$), $z = 0$.

ВАРИАНТ 14

1. Найти расстояние между параллельными прямыми $4x - 8y + 15 = 0$ и $3x - 6y + 25 = 0$.
2. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-3,-1)$ и $B(2,2)$. Точка $K(3,0)$ – точка пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 5y - 7 = 0$, $3x + 7y + 4 = 0$ и а) перпендикулярно к $5x - 5y - 6 = 0$; б) параллельно оси Ox ; в) через начало координат.
4. Построить плоскости:
а) $x + 2y - 2z - 2 = 0$, б) $6x - 3y + 2z = 0$,
в) $5x + 2z + 10 = 0$, г) $3x - 3y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3,5,1)$ и $B(7,7,8)$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.
6. Найти точку Q , симметричную $P(3,-4,-6)$ относительно плоскости $x - y - 4z - 13 = 0$.
7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$.
9. Определить координаты точек пересечения прямой $7x - y + 12 = 0$ и окружности $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
а) $x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, б) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 4y + 23 = 0$,
в) $x^2 - y^2 + 6x + 4y + 1 = 0$, г) $y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = -\sqrt{5-x^2}$, б) $y = -\sqrt{5x}$,
в) $y = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{-x^2 - 6x}$, г) $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{5}\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = -b$ ($a > 0$, $b > 0$), $x = 0$, $y = 0$.
б) $x^2 + y^2 = ax$, $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 15

- Через точку $P(1, 2)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат.
- Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки: $M_1(0,5)$, $M_2(2,1)$, $M_3(-1,7)$. Если лежат, то записать уравнение этой прямой; если не лежат, то найти расстояние от точки M_1 до прямой, проходящей через точки M_2 и M_3 .
- Даны уравнения сторон треугольника: $3x + 4y - 1 = 0$, $x - 7y - 17 = 0$, $7x + y + 31 = 0$. Доказать, что он равнобедренный.
- Построить плоскости:
 - $2x - y + 3z - 1 = 0$,
 - $x + 3y + 2z = 0$,
 - $y + 3z - 12 = 0$,
 - $3x + 2y = 0$.
- Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(1, -1, -2)$ и $M_2(3, 1, 1)$ перпендикулярно к плоскости $x - 2y + 3z - 5 = 0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}$.
- Одна из граней куба лежит на плоскости $x + 2y - 2z + 9 = 0$, одна из вершин - начало координат. Вычислить объем куба.
- При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 3z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.
- Определить точки пересечения прямой $3x + 4y - 12 = 0$ и параболы $y^2 = -9x$. Построить.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$,
 - $5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y + 2 = 0$,
 - $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$,
 - $x^2 - 4x - 6y - 14 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -0,25\sqrt{x^2 - 16}$,
 - $x = \sqrt{8y}$,
 - $x = 3 - \sqrt{9 - y^2}$,
 - $\rho = \frac{3\sqrt{2}}{2 - \cos \varphi}$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = b$ ($b < a$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (I октант).
 - $x + y + z = 8$, $x = 4$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.