

ВАРИАНТ 1

1. Найти угловой коэффициент k прямой, проходящей через точки $M_1(1,8)$ и $M_2(-1,4)$; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.
3. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C .
4. Построить плоскости:
 - а) $2x + 3y + z - 1 = 0$,
 - б) $2x + y - 4z = 0$,
 - в) $4x - 3y + 6 = 0$,
 - г) $3y + z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(1,4,-3)$.
6. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$ на плоскость $2x - y - 3z + 6 = 0$.
7. Точка $A(1,-3,0)$ – вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$. Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости $2x - 4y + 5z - 21 = 0$, $x - 3z + 18 = 0$, $6x + y + z - 30 = 0$ имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
 - в) $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$,
 - г) $y^2 + 6y - 2x + 3 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \sqrt{1-x^2}$,
 - б) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$,
 - в) $x = 3 + \sqrt{-6(y-2)}$,
 - г) $\rho = \frac{18}{4-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $z - a = -(x^2 + y^2)$, $x^2 + y^2 = z^2$;
 - б) $z = x^2 - y^2$, $z = 0$, $z = 3$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти острый угол между прямой $5x - y + 7 = 0$ и прямой, проходящей через точки $M_1(-2, 3)$ и $M_2(2, -3)$.
2. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $C(4, -1)$, уравнение высоты $2x - 3y + 12 = 0$ и медианы $2x + 3y = 0$, проведенных из одной вершины.
3. Найти расстояние между прямыми $5x - 12y - 26 = 0$ и $5x - 12y - 65 = 0$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - 3y - 6z - 12 = 0$,
 - б) $4x - y - 5z = 0$,
 - в) $2x + 3z - 18 = 0$,
 - г) $5y - z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2, -1, 1)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x - z + 1 = 0$ и $y = 0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} 2x - 3z + 2 = 0 \\ 2y - z - 6 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - 12y + 49 = 0 \\ 4x - 37z + 148 = 0 \end{cases}$ в одной плоскости?
7. Вычислить расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6, 1, -5)$, $M_2(7, -2, -1)$, $M_3(10, -7, 1)$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x = -4z + 12 \\ y = -z + 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = z - 2 \\ y = 0 \end{cases}$.
9. Асимптоты гиперболы имеют уравнения $4y \pm 3x = 0$, а расстояние между фокусами равно 20. Написать ее каноническое уравнение. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 6 = 0$,
 - б) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$,
 - в) $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$,
 - г) $x^2 + 4x - y - 1 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{9 - x^2}$,
 - в) $y = -4 - \sqrt{5x - 10}$,
 - г) $\rho = 6 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y + z = a$, $-y + z = a$, $x = b$, $x = 0$, $z = 0$;
 - б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $y = \frac{b}{a}x$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 3

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(-6,4)$ и $M_2(-2,-1)$. Найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Найти точку B , симметричную точке $A(-2,4)$ относительно прямой $3x + y - 8 = 0$.
3. Найти длины высот треугольника, стороны которого имеют уравнения $y - 2 = 0$, $4x - 2y - 24 = 0$, $4x - 11y + 30 = 0$.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x + y - 4z + 2 = 0$,
 - б) $2x + 3y + 3z = 0$,
 - в) $2x + y + 2 = 0$,
 - г) $4x - 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(1,-2,1)$.
6. Найти проекцию точки $A(1,-3,2)$ на плоскость $6x + 3y - z - 41 = 0$.
7. Вычислить расстояние между плоскостями $x - 2y + 2z + 3 = 0$ и $x - 2y + 2z + 9 = 0$.
8. Проверить, имеют ли общую точку следующие четыре плоскости $2x - 4y - z + 5 = 0$, $2y + 3z - 1 = 0$, $3x + 5y + 4z - 3 = 0$, $5x + 2y - 2 = 0$.
9. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(4,3)$ и директриса $y + 1 = 0$. Построить параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 4y + 4 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 5 = 0$,
 - в) $4x^2 - y^2 - 16x - 2y + 15 = 0$,
 - г) $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{-4x}$,
 - б) $y = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}$,
 - в) $x = -4 + \sqrt{-y^2 + 4y + 21}$,
 - г) $\rho = -\frac{9}{4 - 5\cos\varphi}$,
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = z$, $x^2 + y^2 = a^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $x + y + z = 10$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 5$, $y = 3$.

ВАРИАНТ 4

1. Составить уравнение прямой, если точка $A(4,5)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую. Найти угловой коэффициент k этой прямой.
2. Найти уравнения прямых, параллельных данной прямой $4x + 3y - 15 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 2$.
3. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(0,2)$ и уравнения двух высот $x + y - 4 = 0$ и $y = 2x$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - y - 2z + 4 = 0$,
 - б) $2x - y - 2z = 0$,
 - в) $2y - z - 1 = 0$,
 - г) $2x + 3y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(7,2,-3)$ и $M_2(5,6,-4)$ параллельно оси Ox .
6. Установить, лежит ли данная прямая $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+5}{2}$ в плоскости $4x + y - 7 = 0$, параллельна этой плоскости или пересекает ее.
7. На оси Oy найти точки, отстоящие от плоскости $x + 2y - 2z - 2 = 0$ на расстоянии $\rho = 4$.
8. Найти острый угол между плоскостями $2x + 3y - z + 15 = 0$ и $3x - 5y + 9z + 1 = 0$.
9. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(-1,1)$ и $B(1,-3)$, если центр ее лежит на прямой $2x - y + 1 = 0$. Построить эту окружность.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$,
 - б) $x^2 + 9y^2 - 2x - 54y + 73 = 0$,
 - в) $9x^2 - 4y^2 + 18x + 8y - 31 = 0$,
 - г) $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{5}{4}\sqrt{16 - x^2}$,
 - б) $y = \sqrt{6x}$,
 - в) $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$,
 - г) $\rho = \frac{1}{3 + 3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$, $z = 0$, $(a > b)$.
 - б) $z = 9 - y^2$, $3x + 4y = 12$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 5

1. Даны две точки $M_1(2,3)$ и $M_2(-1,0)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M_2 перпендикулярно отрезку M_1M_2 . Записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Дан треугольник с вершинами $A(-1,2)$, $B(5,7)$, $C(1,-3)$. Вычислить угол между высотой и медианой, проведенными из вершины C .
3. Из точки $M_0(-2,3)$ под углом α к оси Ox направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = 3$. Дойдя до оси Ox , луч от нее отразился. Составить уравнения прямых, на которых лежат лучи падающий и отраженный.
4. Построить плоскости:
 - а) $3x - 6y + z + 3 = 0$,
 - б) $3x - 2y + z = 0$,
 - в) $x - y - 8 = 0$,
 - г) $2y + 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2,3,-4)$ и параллельно плоскости YOZ .
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{5}$ и плоскости $3x - 4y + 2z - 1 = 0$ и точку $M(3,-3,0)$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2,-5,7)$ до прямой, проходящей через точки $M_1(5,4,6)$ и $M_2(-2,-17,-8)$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} x = y - 5 \\ y = -2z + 3 \end{cases}$ и плоскостью $4x + y + z - 3 = 0$.
9. Дан эллипс $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$. Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса. Построить эллипс и гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$,
 - б) $2x^2 + 3y^2 + 4x + 6y - 1 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 8y = 0$,
 - г) $x^2 + 2x - 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{8x}$,
 - в) $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$,
 - г) $\rho = -4\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y = 0$, $z = 0$, ($a > 0$).
 - б) $x^2 + z^2 = 2y$, $y = 2$, $y = 3$, $x = 0$, $z = 0$.