

## ВАРИАНТ 21

1. Записать общее уравнение прямой, заданной параметрически  $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \end{cases}$ ; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Даны две вершины  $A(3, -1)$  и  $B(5, 7)$  треугольника  $ABC$  и точка пересечения его высот  $N(4, -1)$ . Составить уравнения сторон этого треугольника.
3. Стороны треугольника лежат на прямых  $x - 2y - 2 = 0$ ,  $7x - 4y + 6 = 0$  и  $3x + 4y - 26 = 0$ . Вычислить его площадь.
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ ,
  - б)  $3x + 2y - z = 0$ ,
  - в)  $3y - 4z - 12 = 0$ ,
  - г)  $2x + y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку  $A(1, 2, 3)$  и перпендикулярно к плоскости  $x - y + 2z - 4 = 0$ .
6. Найти длину отрезка прямой  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$ , заключенного между плоскостями  $x + 3y - 4z + 7 = 0$  и  $x + 3y - 4z - 9 = 0$ .
7. На расстоянии 5 единиц от плоскости  $4x + 2y - 4z - 27 = 0$  провести параллельную ей плоскость.
8. Найти угол между прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{z-1}{1}$  и плоскостью  $x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ .
9. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx + 2$  1) пересекает параболу  $y^2 = 4x$ ; 2) касается ее; 3) проходит вне этой параболы. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
  - а)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$ ,
  - б)  $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$ ,
  - в)  $4x^2 - 2y^2 + 24x + 8y + 24 = 0$ ,
  - г)  $x^2 + 2x + 6y - 17 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\sqrt{36 - x^2}$ ,
  - б)  $x = -4 - \sqrt{-5y + 10}$ ,
  - в)  $x = \frac{1}{6}\sqrt{y^2 - 36}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{144}{13 - 5 \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $y + z = c$ ,  $x = a$ ,  $x = -a$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
  - б)  $z = x^2 + y^2$ ,  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

## ВАРИАНТ 22

1. Даны вершины треугольника  $A(-10,-13)$ ,  $B(-2,3)$ ,  $C(2,1)$ . Записать в параметрическом виде уравнение средней линии, параллельной стороне  $BC$ , медианы, проведенной из вершины  $A$ .
2. Показать, пересекает или нет прямая  $3x - 4y + 1 = 0$  отрезок, ограниченный точками  $A(1,3)$  и  $B(-2,5)$ .
3. Найти точку  $Q$ , симметричную точке  $P(3,-6)$  относительно прямой, проходящей через две точки  $A(1,-2)$  и  $B(5,0)$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $4x + y - z + 2 = 0$ ,
  - б)  $2x - y + 2z = 0$ ,
  - в)  $2y - z - 1 = 0$ ,
  - г)  $3x + 7y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M(2,1,-1)$  перпендикулярно к двум плоскостям  $x - z + 5 = 0$  и  $2x + 3y - z - 3 = 0$ .
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$  параллельно прямой  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ .
7. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми  $\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}$  и  $\begin{cases} x = 6t + 9 \\ y = -2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$ .
8. Доказать, что прямая  $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 6y + 1 = 0 \end{cases}$  принадлежит плоскости  $2x + 4y + 7 = 0$ .
9. При каких значениях  $m$  прямая  $y = -x + m$  1) пересекает эллипс  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ ; 2) касается его; 3) проходит вне этого эллипса
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
  - а)  $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$ ,
  - б)  $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$ ,
  - в)  $x^2 - 4y^2 + 4x - 24y - 28 = 0$ ,
  - г)  $x^2 - 4x - 5y - 16 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$ ,
  - б)  $y = \sqrt{-8x}$ ,
  - в)  $y = -3 - \sqrt{-x^2 + 4x + 1}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{16}{5 - 3\cos\varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y + z = -a$ ,  $z = b$  ( $b > a$ ).
  - б)  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $z = b$  ( $b < a$ ).

## ВАРИАНТ 23

1. Через точку пересечения прямых  $x + 2y - 5 = 0$  и  $3x - 2y + 1 = 0$  провести прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
2. Две стороны квадрата лежат на прямых  $5x - 12y - 65 = 0$  и  $5x - 12y + 26 = 0$ . Вычислить площадь этого квадрата.
3. Точка  $A(5, -1)$  является вершиной прямоугольника. Две стороны его лежат на прямых  $4x - 3y - 7 = 0$  и  $3x + 4y - 3 = 0$ . Составить уравнения двух других сторон и диагоналей прямоугольника.
4. Построить плоскости:
  - а)  $x + 3y - 6z - 9 = 0$ ,
  - б)  $3x - 6y + 2z = 0$ ,
  - в)  $2x + z - 4 = 0$ ,
  - г)  $4y - 3z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1, 2, -1)$ ,  $M_2(2, 3, 0)$  и  $M_3(3, 0, -11)$ .
6. Найти точку  $Q$ , симметричную точке  $P(9, -4, -5)$  относительно прямой, проходящей через точки  $M_1(-1, -4, 7)$  и  $M_2(5, -1, -2)$ .
7. Найти расстояние от точки  $P(7, 9, 7)$  до прямой  $\begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = 3t + 1 \\ z = 2t \end{cases}$ .
8. Найти угол между прямыми  $\begin{cases} 3x + z - 4 = 0 \\ 3x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$  и  $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ .
9. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  и прямой  $9x + 2y - 24 = 0$ .
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
  - а)  $x^2 + y^2 - 6x = 0$ ,
  - б)  $4x^2 + 9y^2 + 8x - 32 = 0$ ,
  - в)  $2x^2 - 3y^2 - 4x - 12y - 16 = 0$ ,
  - г)  $x^2 - 6x + 2y + 13 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\sqrt{3 - x^2}$ ,
  - б)  $x = -\sqrt{-y}$ ,
  - в)  $x = -1 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{1}{2 + \sqrt{3} \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  
 $y + z = a$ ,  
 $y + z = b$  ( $b > a$ ).
  - б)  $y^2 = 4a^2 - 3ax$ ,  
 $y^2 = ax$ ,  
 $z = 0$ ,  $z = h$ .

## ВАРИАНТ 24

1. Провести прямую так, чтобы точка  $A(1,2)$  была серединой отрезка ее, заключенного между осями координат.
2. Через точки пересечения прямых  $6x - 2y + 5 = 0$  и  $2x + y - 4 = 0$  провести  
а) прямую, отсекающую на оси  $Oy$  отрезок, равный 2, б) прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
3. Стороны треугольника заданы уравнениями:  $AB: 4x - y - 7 = 0$ ,  $BC: x + 3y - 31 = 0$ ,  $CA: x + 5y - 7 = 0$ . Написать уравнение медианы и высоты, проведенной из вершины  $A$ .
4. Построить плоскости:  
а)  $2x - 2y + z - 6 = 0$ , б)  $2x - y + 2z = 0$ ,  
в)  $2x - 3z + 12 = 0$ , г)  $2y + z = 0$ .
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1(1,2,3)$  и перпендикулярной к плоскостям  $x - y + z - 7 = 0$ ,  $3x + 2y - 12z + 5 = 0$ .
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\begin{cases} x - y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases}$  и точку  $M(1,1,0)$ .
7. Написать уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы между плоскостями  $3x - y + 7z - 4 = 0$  и  $5x + 3y - 5z + 2 = 0$ .
8. При каких значениях  $A$  и  $D$  прямая  $\begin{cases} x = 4t + 3 \\ y = -4t + 1 \\ z = t - 3 \end{cases}$  лежит в плоскости  $Ax + 2y - 4z + D = 0$ ?
9. Определить точки пересечения эллипса  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$  и параболы  $y^2 = 24x$ . Построить эллипс и параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:  
а)  $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$ , б)  $9x^2 + 4y^2 + 18x - 27 = 0$ ,  
в)  $4x^2 - 3y^2 + 24x + 24 = 0$ , г)  $y^2 + 5x - 4y + 24 = 0$ .
11. Изобразить линии:  
а)  $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$ , б)  $x = -\sqrt{5y}$ ,  
в)  $x = -3 + \sqrt{y^2 - 2y + 10}$ , г)  $\rho = 3 \cos \varphi$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:  
а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y + z = a$ ,  $y - z = -a$ ,  $z = b$  ( $b > a$ ).  
б)  $x + y + z = 8$ ,  $x = 2$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

## ВАРИАНТ 25

1. Даны вершины треугольника  $A(-4,-5)$ ,  $B(4,1)$ ,  $C(-\frac{1}{2},7)$ . Составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ , медианы, проведенной из вершины  $A$ .
2. Даны точки  $A(-4,0)$  и  $B(0,6)$ . Через середину отрезка  $AB$  провести прямую, отсекающую на оси  $Ox$  отрезок, вдвое больший, чем на оси  $Oy$ .
3. Даны две смежные вершины параллелограмма  $ABCD$ :  $A(-5,3)$ ,  $B(1,7)$  и точка  $K(0,3)$  - пересечение его диагоналей. Составить уравнения сторон  $BC$  и  $DC$  и найти угол между диагоналями.
4. Построить плоскости:
  - а)  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ ,
  - б)  $2x + y + 4z = 0$ ,
  - в)  $2y - z + 4 = 0$ ,
  - г)  $6x + y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей  $3x + y + z - 4 = 0$ ,  $x + 3z - 5 = 0$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.
6. Найти проекцию начала координат на прямую  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{-2}$ .
7. Доказать, что прямые  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{-5}$  и  $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$  параллельны и найти расстояние между ними.
8. Найти угол между прямыми  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$  и  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ .
9. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  1) пересекает окружность  $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$  2) касается этой окружности; 3) проходит вне этой окружности. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
  - а)  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$ ,
  - б)  $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$ ,
  - в)  $x^2 - 4y^2 - 24y - 40 = 0$ ,
  - г)  $y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\sqrt{8-x^2}$ ,
  - б)  $y = -\sqrt{10x}$ ,
  - в)  $y = 1 - \sqrt{x^2 + 6x}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{144}{13 + 5 \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ,  $y = c$ ,  $y = -c$ ,  $z = 0$ ,  $x = 0$ .
  - б)  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $z = 0$ ,  $z = x + 2y$ .