1. $\int \frac{\sin(\frac{1}{x})}{x^2} dx$

2. $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$

3. $\int \frac{sin^2(x)\cos(x)dx}{sin^2(x)+1}$

4. $\int (\ln(x^2+1)dx$

5. $\int e^{ax}\cos(bx)dx$

6. $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$

7. $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x} dx$

8. $\int \frac{xdx}{x^3-1}$

9. $\int \frac{dx}{x^4+1}$

10. $\int \frac{dx}{(1-x)^2\sqrt{1-x^2}}$

11. $\int \frac{xdx}{(x-1)^2\sqrt{1+2x-x^2}}$

12. $\int \frac{\cos^4(\mathrm{x})\mathrm{dx}}{\sin^3(\mathrm{x})}$

13. $\int \frac{dx}{sin^3(x)cos^5(x)}$

14. Найти $\frac{d}{dx}\int_{x^2}^{x^3} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}}$

15. Найти $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x \cos(x^2)dx}{x}$

16. Найти $\lim_{x\to +\infty} \frac{\left(\int_0^x e^{x^2}dx\right)^2}{\int_0^x e^{2x^2}dx}$

17. Найти среднее значение функции $y=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ на отрезке $[1;4]$.

18. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho^2 = a^2\cos 4\varphi$.

19. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{1}{3}(t^3-3t) \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат.

20. Вычислить несобственные интегралы или доказать его расходимость $\int_1^2 \frac{x\,d\,x}{\sqrt{4-x^2}}$.

21. Исследовать на сходимость несобственный интеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sin x}{x\sqrt{x+1}}dx$.

22. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y^2 + x - 4 = 0$, $y = x - 2$.

23. Вычислить, с помощью двойного интеграла, площадь области ограниченную линиями: $x^2 - 4x + y^2 \geq 0,\ x^2 - 8x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = x$

Найти $\iint\limits_{(\sigma)} (54x^2y^2 + 150x^4y^4)dxdy$, где (σ) – область, ограниченная линиями $x = 1$, $y = x^3$, $y = -\sqrt{x}$. **Ответ:** 11.

Найти площадь области (σ), ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 12$, $\sqrt{6}x = y^2$ $(x \geq 0)$. **Ответ:** $3\pi + 2$.

24. Найти массу области (σ), ограниченной линиями

$$x = 0{,}25,\ y = 0,\ y^2 = 16x\ (y \geq 0),$$

если плотность распределения массы $\gamma(x, y) = 16x + 4{,}5y^2$.

Ответ: 2.

Найти $\iint\limits_{(\sigma)} 2 \cdot |x| dxdy$, где (σ) – трапеция с вершинами $A(-1; 4)$, $B(5; 4)$, $C(4; 1)$, $D(1; 1)$. **Ответ:** 61.

25. Изменить порядок интегрирования в выражении:

а) $\int\limits_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy + \int\limits_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int\limits_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy$;

б) $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{e}^{e^y} f(x,y)dx + \int\limits_{2}^{4} dy \int\limits_{e^{y/2}}^{e^2} f(x,y)dx$.

26. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = x^2y - y^2x$, $x = u\cos v$, $y = u\sin v$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$, если $z = \arcsin(x - y)$, $x = 3t$, $y = 4t^3$.

Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$, если $u = \arcsin\left(\frac{x}{z}\right)$, $z = \sqrt{x^2 + 1}$.

27. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $e^z - xyz = 0$.

28. Найти предел функции или доказать, что он не существует

1) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}$; 2) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2 + 1} - 1}{x^2 + (y+1)^2}$.

29. Для функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ найти:

а) производную в точке M(2,1) в направлении от точки M к точке O(0,0);

б) **grad**z в точке N(2,2).

30. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке M(1,2,1). Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси OZ?

31. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.

32. Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции $z = \ln(2x - y)$ в окрестности точки M(1,1).

33. Исследовать функцию $z = x + y - \sqrt{(x+y)}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке M(0;0).

34. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy.$$

35. Найти массу плоской области, ограниченной линиями

$$y = x, \quad y^2 = -x, \quad y = 2,$$

если плотность распределения массы $\gamma(x,y) = y$.

36. Найти площадь плоской области, заданной неравенствами

$$x^2 + (y-3)^2 \le 9, \quad y \ge \sqrt{3}x.$$

37. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $2x + 3y + 3z = 6$, $2x + 3y = 6$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 2$, если плотность распределения массы $\gamma(x,y,z) = y$.

38. Найти объем тела, ограниченного нижней частью конуса $(z-6)^2 = x^2 + y^2$ и поверхностью $z = x^2 + y^2$.

39. Найти длину дуги кривой (l): $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 0{,}5 \cdot t^2$, где $0 \le t \le 2\pi$.

40. Найти работу, которую совершает сила $\overline{\mathbf{F}} = \{y^2; x^2\}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $(l): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ из точки $M_1(3;0)$ в точку $M_2(0;2)$.

41. Найти массу поверхности, вырезаемой из параболоида $z - 6 = -(x^2 + y^2)$ цилиндром $x^2 + y^2 = 4$, если плотность распределения массы

$$\gamma(x,y,z) = \left(\sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2}\right)^{-1}.$$

42. Найти работу вектора $\overline{a}$ = x **i** + y**j** + z**k** вдоль отрезка винтовой линии $\overline{a} = \overline{r}$, $\overline{r}$ = a cos (t) $\overline{i}$ + a sin (t) $\overline{j}$ + b t $\overline{k}$, $0 \le t \le 2\pi$.

43. Найти поток вектора $\overline{a}$=(z-2x)**i** + (x-3y+2)**j** + (4y-2x)**k** через поверхность (S), где (S) это часть плоскости x + y + z = 2, лежащая в первом октанте. **N** составляет острый угол с OZ.

44. Найти поток вектора $\overline{a}$= x**i** + y**j** + z**k** через боковую поверхность конуса $x^2 + y^2 \le z^2, 0 \le z \le h$.

45. Найти дивергенцию векторного поля

$\overline{a}$= $x^2yz^3\,\overline{i}$ + 3x$y^3z\,\overline{j}$ $- 2y^2z^3\overline{k}$ в точке M(1; 1; 1). Исследовать точку M на присутствие источника или стока.

46. Найти циркуляцию вектора $\overline{a}$= y**i** + x**j** + c **k** c – const. Вдоль окружности $x^2 + y^2$ = 1; z = 0 в положительном направлении.

47. Найти ротор векторного поля $\overline{a}$= $\frac{y}{\sqrt{z}}\,\overline{i}$ - $\frac{x}{\sqrt{z}}\,\overline{j}$ $+ \sqrt{x\,y}\,\overline{k}$ в точке M(1; 1; 1).

48. Выяснить тип поля $\overline{a}$= $x^2y^3\,\overline{i}$ + $\overline{j}$ $+ xz\,\overline{k}$.

49. Выяснить тип поля $\overline{a}$= x $\overline{i}$ + y $\overline{j}$ $+ z\,\overline{k}$.

50. Выяснить тип поля $\overline{a}$= (z y+1) $\overline{i}$ + x z $\overline{j}$ $+ x\,y\,\overline{k}$.