

## Образец контрольной работы «Кратные интегралы»

1. 1.1. Поменять порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx,$

1.2. В  $\iint_{(D)} f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования, если (D) задана пересечением кривых:  
 $x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 9, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$

2. Вычислить, с помощью двойного интеграла, площадь области ограниченную линиями:

$$\{y = -\sqrt{3}x, y = x, y^2 + x^2 = 4y, y^2 + x^2 = 9y\}.$$

3. Вычислите массу пластины, имеющей форму плоской области, ограниченной линиями:  $y = 2x^2, \quad y = \frac{x}{2}, \quad x = 2,$  плотность материала пластины  $\rho(x, y) = xy.$

4. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 18; x = \sqrt{3y}, \\ x = 0; z = 0; z = \frac{10}{11}y.$$

5. Найти работу силы  $\vec{F} = \{x + y; y^2\}$  по перемещению материальной точки вдоль контура прямоугольника с вершинами A(1; 2), B(3; 2), C(3; 4), D(1; 4).

6. Определить тип векторного поля

$$\vec{F} = \frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{x + y + z}.$$