

УТВЕРЖДАЮ
Проректор-директор
Института природных ресурсов

_____ А.К. Мазуров

«___» _____ 2010 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА

НАПРАВЛЕНИЕ ООП : 131000 – **НЕФТЕГАЗОВОЕ ДЕЛО**

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ: Бурение нефтяных и газовых скважин

КВАЛИФИКАЦИЯ : бакалавр

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЕМА 2010 г.

КУРС 1 СЕМЕСТР 1,2,

КОЛИЧЕСТВО КРЕДИТОВ: 20

ПРЕРЕКВИЗИТЫ: –

КОРЕКВИЗИТЫ: физика, информатика

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

ЛЕКЦИИ	65	часов (ауд.)
ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ	-	часа (ауд.)
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	80	часов (ауд.)
АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ	145	часов
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА	145	часов
ИТОГО	290	часов

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ: экзамен в 1, 2 семестрах

ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ КАФЕДРА: «Кафедра высшей математики ФТИ»

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ: д.ф.-м.н., профессор К.П. Арёфьев

РУКОВОДИТЕЛЬ ООП: доцент Л.А. Строкова

ПРЕПОДАВАТЕЛИ: к.ф.- м.н., профессор Е.Т. Ивлев
2010г.

1. Цели освоения дисциплины

В результате освоения данной дисциплины бакалавры приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей **Ц1, Ц2, Ц3** и **Ц5** основной образовательной программы «Нефтегазовое дело».

В соответствии с целями основной образовательной программы, в результате освоения данной дисциплины бакалавр приобретает знания, умения и навыки, отвечающие высокой математической культуре, ориентированные на развитие:

- верного представления о роли математики в современной цивилизации и мировой культуре;
- умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами;
- корректности в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
- отношения к дисциплине как к необходимому инструменту в будущей профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математика» (Б2.Б.1) является базовой для математического и естественнонаучного цикла (Б2) учебного плана направления 131000 «Нефтегазовое дело». Для её успешного усвоения необходимы **знания** базовых понятий и **умения** обязательного минимума содержания среднего (полного) образования по математике, утвержденного приказом Минобразования № 56 от 30.06.99.

Пререквизитов данная дисциплина не имеет, поскольку является первой обязательной дисциплиной образовательной программы. Знания и умения, полученные при изучении дисциплины «Математика», могут быть востребованы дисциплинами-корреквизитами: Физика (Б2.Б2), Информатика (Б2.Б4).

3. Результаты освоения дисциплины

При изучении дисциплины бакалавры должны научиться строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике, выбирать соответствующие методы решения математических и технических задач, проводить анализ полученных результатов.

После изучения данной дисциплины бакалавры приобретают знания, умения и опыт, соответствующие результатам основной образовательной программы: **Р1, Р2, Р3***. Соответствие результатов освоения дисциплины «Высшая математика» формируемым компетенциям ООП представлено в таблице.

Формируемые	Результаты освоения дисциплины
-------------	--------------------------------

компетенции в соответствии с ООП*	
32.9, 32.10	<i>В результате освоения дисциплины бакалавр должен знать:</i> Основы линейной алгебры с элементами аналитической геометрии; математический анализ, основы теории дифференциальных уравнений
У2.9, У2.10	<i>В результате освоения дисциплины бакалавр должен уметь:</i> Применять математические методы для решения типовых профессиональных задач; Ориентироваться в справочной математической литературе
В2.9, В2.10	<i>В результате освоения дисциплины бакалавр должен владеть:</i> Методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач; Математическими методами решения естественнонаучных задач и методами интерпретации полученных результатов.

*Расшифровка кодов результатов обучения и формируемых компетенций представлена в Основной образовательной программе подготовки бакалавров по направлению 131000 «Нефтегазовое дело».

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины по разделам, формам организации и контроля обучения

№	Название раздела/темы	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Итого
		Лекции	Практ./сем. Занятия	Лаб. зан.		
1.	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии	12	12	0	24	48
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения	12	14	0	26	52
3.	Интегральное исчисление функций одного аргумента	13	20	0	33	66
4.	Функции нескольких переменных	14	18	0	32	64
5.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений	14	16	0	30	60
	Итого	65	80	-	145	290

4.2. Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

- Матрицы и действия над ними. Определители и их основные свойства. Обратная матрица.
- Системы линейных уравнений. Матричная запись и матричная форма решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
- Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Система декартовых координат. Координаты вектора и точки. Проекция вектора на ось. Скалярное и смешанное произведения. Их свойства и вычисление. Основные задачи векторной алгебры.
- Понятие линии и поверхности. Прямая на плоскости и в пространстве. Параметрические уравнения прямой. Плоскости в пространстве. Взаимные расположения прямых и плоскостей в пространстве.
- Общее уравнение кривой второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Их свойства.
- Общее уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, гиперболоидов и параболоидов. Цилиндрические и конические поверхности. Геометрические свойства этих поверхностей.
- Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Различные способы задания линий и поверхностей.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения

- Множество вещественных чисел. Функции. Область определения функции. Способы задания. Простейшие характеристики функций. Элементарные функции. Последовательности.
- Предел функции. Односторонние пределы. Предел последовательности. Признаки существования предела. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы.
- Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.
- Непрерывность функции в точке и на интервале. Теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность функции на отрезке. Свойства функций непрерывных на отрезке. Точки разрыва и их классификация.
- Понятие производной. Физический и геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование основных элементарных функций. Производная сложной и неявной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически.

- Дифференциал функции, его геометрический смысл и связь с производной. Производные и дифференциалы высших порядков.
- Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
- Возрастание и убывание функции на интервале. Признаки монотонности функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты. Полное исследование функции и построение ее графика.
- Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Представление функций $\sin x$, $\cos x$, $\exp(x)$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ формулой Тейлора. Формула Маклорена. Применение формул Тейлора и Маклорена.

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одного аргумента

- Комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Различные способы задания комплексного числа. Действия над комплексными числами. Формула Эйлера.
- Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.
- Рациональные дроби. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей.
- Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Замена переменных. Интегрирование по частям.
- Интегрирование рациональных дробей.
- Интегрирование тригонометрических функций.
- Интегрирование иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.
- О функциях, интегралы от которых не выражаются через элементарные функции.
- Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма. Определенный интеграл и его свойства.
- Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных. Интегрирование по частям.
- Приложения определенного интеграла: площадь плоской области, длина дуги кривой, объем тела по площадям параллельных сечений, объем тела вращения; масса, центр масс.
- Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона.
- Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

1.	32.9.			x	x	x	x	x	x
2.	32.10.		x				x	x	x
3.	У2.9.		x			x			
4.	У2.10.							x	x
5.	В2.9.	x					x		
6.	В2.10.			x			x		

5. Образовательные технологии

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности бакалавров для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций.

Методы и формы активизации деятельности	Виды учебной деятельности			
	ЛК	Семинар	ЛБ	СРС
Дискуссия	x	x		
IT-методы	x		x	x
Командная работа		x	x	x
Разбор кейсов		x		
Опережающая СРС	x	x	x	x
Индивидуальное обучение			x	x
Проблемное обучение		x	x	x
Обучение на основе опыта		x	x	x

Для достижения поставленных целей преподавания дисциплины реализуются следующие средства, способы и организационные мероприятия:

- изучение теоретического материала дисциплины на лекциях с использованием компьютерных технологий;
- самостоятельное изучение теоретического материала дисциплины с использованием *Internet*-ресурсов, информационных баз, методических разработок, специальной учебной и научной литературы;
- закрепление теоретического материала при проведении лабораторных работ с использованием учебного и научного оборудования и приборов, выполнения проблемно-ориентированных, поисковых, творческих заданий.

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (СРС)

6.1 Текущая СРС, направлена на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений и включает в себя работу с учебной литературой, подготовку к практическим занятиям, составление конспекта тем, выносимых на самостоятельную работу. Объем этой работы соответствует часам учебного времени, отводимым на самостоятельную работу в каждом семестре.

Необходимой составляющей самостоятельной работы является систематическое выполнение индивидуальных домашних заданий - типовых расчетов (ТР), направленных на формирование универсальных алгоритмических навыков дисциплины. Особенность данной формы самостоятельной работы состоит в систематической практической деятельности обучаемого. Типовые расчеты в достаточной форме обеспечены методической литературой

6.2 Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)

ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и включает в себя

- написание рефератов;
- участие в олимпиадах.

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по модулю (дисциплине)

Темы типовых расчетов, их распределение по семестрам и объем в часах следующий.

1. ТР. №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (12 часов)
2. ТР. №2 «Введение в математический анализ» (5 часов)
3. ТР. №3 «Дифференциальное исчисление и его приложения» (8 часов)
4. ТР. №4 «Неопределенный интеграл» (8 часов)
5. ТР. №5 «Функции нескольких переменных» (3 часа)
6. ТР. №6 «Определенный интеграл и его приложения» (7 часов)

6.3 Контроль самостоятельной работы

Изучение любой дисциплины невозможен без систематического контроля, который позволяет преподавателю и обучаемому следить за уровнем усвоения изучаемого материала и при необходимости провести соответствующую коррекцию.

Рубежный и итоговый контроль по дисциплине осуществляется на основе **рейтинг-листа** дисциплины для каждого семестра, в котором в соответствии с учебным и календарным планами указаны все формы отчетности: индивидуальные домашние задания, контрольные работы, самостоятельная работа.

Первостепенное значение среди контролируемых материалов имеют ТР, рассчитанные на обязательную систематическую самостоятельную работу по каждой теме раздела. В зависимости от степени сложности типовые расчеты снабжаются методическими указаниями. Типовые расчеты проверяются по частям по мере прохождения материала, при этом обязательна работа над ошибками и защита задания.

По темам дисциплины предусмотрены контрольные работы разного назначения: «летучки» - для оценки теоретической подготовки к занятиям по разделам изучаемой темы; традиционные контрольные работы по итогам темы. Для итогового контроля составлены тестовые контрольные задания, используемые в конце курса обучения.

6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Дисциплина «Математика» обеспечена учебной литературой, имеющейся в библиотеке, учебными и методическими пособиями, разработанными преподавателями кафедр ВМ, ВММФ и кафедр других вузов, а также предлагаются сетевые образовательные ресурсы, представленные в корпоративном портале ТПУ (на сайте кафедры ВМ, персональных сайтах преподавателей)

7. Средства текущей и итоговой оценки качества освоения дисциплины (фонд оценочных средств)

Оценка текущей и промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется на основе Рейтинг-плана по результатам выполнения лабораторных работ и контрольных работ, защите отчетов по лабораторным работам, взаимного рецензирования бакалаврами работ друг друга, анализа подготовленных бакалаврами рефератов, устного опроса при сдаче выполненных индивидуальных заданий. При изучении учебной дисциплины проводится 5 рубежных контрольных работ по следующим разделам курса:

1. Линейная алгебра.
2. Аналитическая геометрия прямых и плоскостей.
3. Нахождение и применение производных.
4. Неопределенный интеграл.
5. Дифференциальные уравнения.

Итоговый контроль по дисциплине осуществляется по результатам выполнения лабораторных, контрольных работ и сдачи экзамена. Для получения

итоговой оценки качества освоения дисциплины проводится зачёт и экзамен. Экзаменационные билеты включают два типа заданий:

1. Теоретический вопрос.
2. Проблемный вопрос или расчетная задача.

Образцы домашних заданий, индивидуальных домашних заданий, заданий контрольных работ и экзаменационных билетов приведены в приложении 1.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература.

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - М.: Наука, 1988, 175с.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисления. - М.: Наука, 1980, 432с.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. - М.: Наука, 1985, 464с.
4. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. - М.: Наука, 1985, 464с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М.: Наука, т.т.1,2, 1976, 456с, 576с.
6. Берман Г.Н. Сборник задач по высшей математике. - М.: Наука, 1971, 703с.

Вспомогательная литература

1. Арефьев К.П., Ивлев Е.Т., Тарбокова Т.В. Системы линейных уравнений. - Томск: Ротапринт ТПУ, 1996.
2. Арефьев К.П., Ивлев Е.Т., Тарбокова Т.В. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. - Томск: Ротапринт ТПУ, 1996.
3. Кан Ен Хи. Дифференциальные уравнения первого порядка. - Томск: Ротапринт ТПУ, 1996.
4. Лучини А.А., Никольская Г.А., Рожкова В.И. Определенный интеграл. Методические указания и индивидуальные задания. - Томск: Ротапринт ТПУ, ч. I, II 1988.
5. Лучинин А.А., Пестова Н.Ф., Подскребко Э.Н., Кан Е.Х., Новоселова Г.П., Кожухова Н.В., Рожкова С.В. Высшая математика. Материалы по подготовке к экзамену на степень магистра и бакалавра. Учебное пособие. - Томск: Изд. ТПУ, 1998.
6. Подскребко Э.Н. Пестова Н.Ф. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. - Томск: Ротапринт ТПУ, 1997.

7. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П. Высшая математика. ч.Ш. Интегрирование. Учебное пособие. - Томск: ТПУ, 1999.
8. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П., Харлова А.Н. Высшая математика. ч.І. Учебное пособие. - Томск: ТПУ, 1998.
9. Шерстнёва А.И., Янущик О.В., Пахомова Е.Г., Имас О.Н. Лекции по высшей алгебре. Учебное пособие. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2010. – 88 с.

Интернет-ресурсы:

- учебно-методические материалы, размещённые на сайтах преподавателей кафедры ВМ в рамках корпоративного портала ТПУ

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Кафедра имеет компьютерный класс (16 рабочих мест, Pentium IV(MB S-478 Bayfield D865GBFL i865G 800 MHz, Celeron 2.4GHz, 2 Dimm 256 Mb, HDD 40 Gb), Операционная система Windows Vista, Windows 7 Corporative) для проведения лабораторных работ по курсу математики, предусмотренных рабочими программами. Лекционные занятия проводятся в специализированных аудиториях, оснащённых мультимедийной техникой.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС-2010 по направлению и профилю подготовки «Нефтегазовое дело», профили: «Бурение нефтяных и газовых скважин»

Авторы: профессор, к.ф.-м.н. Е.Т. Ивлев

Программа одобрена на заседании кафедры Высшей математики, ФТИ

(протокол № 7 от 04. 02. 2010 г.).

Рецензент:

д.т.н., профессор ТГУ А.М. Горцев.

Приложение 1

ТР №1.

Вычислить произведение матриц $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу $B = A^2 - 3A + 4E$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Решить матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти решение системы линейных уравнений матричным методом и по формулам Крамера.

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

Найти общее и одно из частных решений системы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1 \end{cases}$$

Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы линей-

$$\text{ных однородных уравнений} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

Вычислить угол между векторами $\bar{a} = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2$ и $\bar{b} = \bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$, где $|\bar{e}_1| = |\bar{e}_2| = 1$, $(\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_2) = 120^\circ$.

Найти вектор \bar{x} , зная, что он перпендикулярен векторам $\bar{a} = \{-1; 2; 1\}$, $\bar{b} = \{2; 1; -1\}$ и удовлетворяет условию $(\bar{x}, 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) = 1$.

Даны вершины тетраэдра $A(1;-1;2)$, $B(2;1;-1)$, $C(-1;2;0)$, $D(0;-1;2)$. Найти его объем и длину высоты, опущенной из вершины D .

Выяснить, лежат ли данные точки $A(2;-1;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-4;5)$ на одной прямой.

Через точку $A(1;2)$ провести прямую так, чтобы она отсекала от координатного угла треугольник, площадь которого равна 6 кв.ед.

Найти расстояние от точки $P(2;4;-5)$ до прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

ТР №2.

Вычислить пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 4n}}{\sqrt[3]{3n^3 - 1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 2x^2 - 9x + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x);$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{4x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{arctg} x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$$

Исследовать на непрерывность функцию

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ x+2, & x \geq 1; \end{cases} \quad \text{б) } y = \frac{2^{1-x}}{1 + 2^{\frac{1}{1-x}}}; \quad \text{в) } y = \frac{1+x}{|x|}.$$

ТР №3.

Найти производную $\frac{dy}{dx}$ функции

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}; \quad y = e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x); \quad y = \cos \ln 2 - \frac{1}{2} \frac{\cos^2 3x}{\sin 6x};$$

$$y = (\sin x)^{e^x}; \quad y = 4 \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1-4x^2}}; \quad y = x \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \ln \sin(x - \alpha), \quad \alpha = \text{const}.$$

Найти первую и вторую производную $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически

$$x = t + \sin t, \quad y = 2 - \cos t.$$

Найти производную указанного порядка

$$y = (5x - 1)\ln^2 x, \quad y''' = ?$$

Найти дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{1 + 2x} - \ln(x + \sqrt{1 + 2x}).$$

5. Найти уравнения касательной и нормали к кривой в точке $t = t_0$

$$x = a \sin^3 t, \quad y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3.$$

Используя правило Лопиталя, вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^n - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln \frac{1}{x}.$$

Найти интервалы монотонности и экстремум функции

$$y = x - \ln(1 - x).$$

На отрезке $[a, b]$ найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt{x} - x, \quad a = 0, b = 4.$$

Найти асимптоты кривой $y = \frac{x^2 - 1}{4x - 3}$.

Провести полное исследование функции и построить ее график $y = x(12 - x^2)$.

ТР №4.

Вычислить неопределенный интеграл

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x^5} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad \int (3x^5 + x^2 - 2)(15x^4 + 2x) dx; \quad \int 5 \sin 3x \cdot \cos 3x dx;$$

$$\int \frac{\arctg^3 x}{5 + 5x^2} dx; \quad \int \frac{\sin x}{(3 + \cos x)^5} dx; \quad \int \frac{0.5x}{5 - x^2} dx; \quad \int 3e^{5 \cos x} \sin x dx;$$

$$\int x \cos x^2 dx; \quad \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}; \quad \int \frac{1 + \ln(1 + x)}{x + 1} dx; \quad \int \cos x \sin 2x dx;$$

$$\int x 2^x dx; \quad \int x^2 \cos 2x dx; \quad \int \sqrt{1 - 4x^2} dx; \quad \int e^x \sin 2x dx;$$

$$\int \frac{2x^2 - 7x + 3}{(x - 2)^2(x - 5)} dx; \quad \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 24}{16 - x^4} dx; \quad \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}; \quad \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 13} dx;$$

$$\int \frac{x^4 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 3x - 2} dx;$$

$$\int \cos 2x \sin^3 2x dx; \quad \int \cos^4 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x};$$

$$\int \frac{4x-6}{x^2-4x} dx; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2+x+x^2}}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-3x^2}}; \quad \int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{(x+1)^2-2\sqrt{x+1}}} dx.$$

ТР №5.

Найти область задания функции $z = \ln \cos x + \sqrt{y}$.

Найти частные производные первого порядка функции $z = \frac{2xy}{x-y}$;

$$z = \ln(y + 2\sqrt{2+x^2}); \quad z = (1+3y)^{x+1}; \quad z = \cos \frac{xy}{1+x} \sin \frac{x}{y}.$$

Вычислить первый и второй дифференциалы dz и d^2z функции $z = e^{2xy^2+1}$.

Найти угол между градиентами скалярных полей $U = x^2yz^3$ и $V = \frac{4\sqrt{6}}{x} - \frac{\sqrt{6}}{9y} + \frac{3}{2}$ в точке $M_0\left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.

Найти уравнение нормали и касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - x + 2y + 4z - 13 = 0$ в точке $M_0(2;1;2)$.

Найти экстремум функции

$$z = -x^2 - y^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{y}.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$ в области $D: \begin{cases} x=0, & y=0, \\ x+y=1. \end{cases}$

ТР №6

Вычислить определенные интегралы

$$\int_3^6 x^5 dx; \quad \int_5^{10} (e^{3x+1} + 1) dx; \quad \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{5dx}{\sqrt{9-9x^2}}.$$

2. Вычислить несобственные интегралы I рода или доказать их расходимость

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx; \quad \int_2^{\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$$

Вычислить несобственные интегралы II рода или доказать их расходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}; \quad \int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}.$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) $y = x^2 - 2$, $y = x$;

б) $\rho = 6$, вне кардиоиды $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$;

в) первой аркой $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ и осью OX .

Найти длину дуги кривой

а) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$, $1 \leq y \leq e$;

б) $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$;

в) $\rho\varphi = 1$ от точки $A(2;0.5)$ до точки $B(0.5;2)$.

6. Найти объем тела, полученного вращением площадки $y = -2x^2 + 2$, $y = 0$ вокруг оси OX .

ТР №8.

Найти решение дифференциального уравнения

$$y' + xy = xy^3;$$

$$x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2, \quad y(1) = 1;$$

$$(x + y + 1)dy + (2x + 3y - 1)dx = 0;$$

$$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2;$$

$$2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \quad y(0) = 1;$$

$$y' + 4x^3 y = (4x^3 + 4)e^{-4x} y^2, \quad y(0) = 1;$$

$$(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0;$$

$$xy''' + y'' = 1;$$

$$y'' = 128y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8;$$

$$y''' - 2y'' + y' = 0;$$

$$y'' + 12y' + 36y = 0;$$

$$y'' - 6y' + 25y = 0;$$

$$y'' + 3y' = 9e^{3x}/(1 + e^{3x}), \quad y(0) = \ln 4; \quad y'(0) = 3 - 3\ln 2;$$

$$y'' + y = 2 \sin x - 6 \cos x + 2e^x;$$

$$y''' - y'' = 6x^2 + 3x;$$

$$y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x$$

$$y'' - 4y' + 4y = e^{-2x} \sin 6x;$$

Найти решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x'(t) = 3x - y, \\ y'(t) = -x + 5y. \end{cases}$

Найти кривую, у которой отрезок касательной, заключенной между осями координат делится пополам в точке касания.

Даны три силы $\bar{L} = \{2; -1; -3\}$, $\bar{N} = \{3; 2; -1\}$, $\bar{P} = \{-4; 1; 3\}$ приложенные к точке $C(-1; 4; -2)$. Определить момент \bar{M} равнодействующей этих сил относительно точки $D(2; 4; 0)$.

Возможные ответы:

$$\bar{M} = \{-4; 5; 6\}; \quad 2) \bar{M} = \{1; -4; 7\}; \quad 3) \bar{M} = \{-1; -5; 10\}.$$

Дана матрица $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$. Каковы размеры матрицы A , если матрица C произведения $A \cdot B$ имеет размеры 2×1 ?

Возможные ответы:

$$1) 4 \times 1; \quad 2) 1 \times 4; \quad 3) 2 \times 4; \quad 4) 4 \times 2.$$

3. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$.

Возможные ответы:

$$1) 0; \quad 2) -0.5; \quad 3) \infty; \quad 4) -2.$$

Могут ли пересекаться разные линии уровня плоского скалярного поля? Ответ обосновать.

Возможные ответы:

$$1) \text{ да}; \quad 2) \text{ нет}.$$

Как отыскать множество первообразных для интеграла $J = \int \frac{dx}{x^2 e^{3/x}}$? Ответ поясните.

Возможные ответы:

по частям $U = \frac{1}{x^2}$, $dV = \frac{dx}{e^{3/x}}$;

неберущийся интеграл;

заменой $t = \frac{3}{x}$; $\frac{dx}{x^2} = -\frac{dt}{3}$.

Среди заданных уравнений укажите однородные дифференциальные уравнения. Ответ поясните.

1) $(2e^y - x)y' = 1$; 2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; 3) $(2x + 1)y' = 4x + 2y$;

4) $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$; 5) $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$.