



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Материальные балансы и линии рабочих концентраций фаз
Движущие силы

**к.т.н., старший преподаватель
НОЦ им. Кижнера
Богданов Илья Александрович**

вторник, 16 сентября 2025 г.



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Запишем уравнения материального баланса для массообменного аппарата непрерывного действия, работающего в режиме идеального вытеснения при противотоке фаз. В рассматриваемом примере примем, что взаимодействуют газовая и жидкая фазы. Газовая фаза является отдающей, а жидкая – принимающей.

По потокам фаз в целом для аппарата уравнения материального баланса имеют вид:

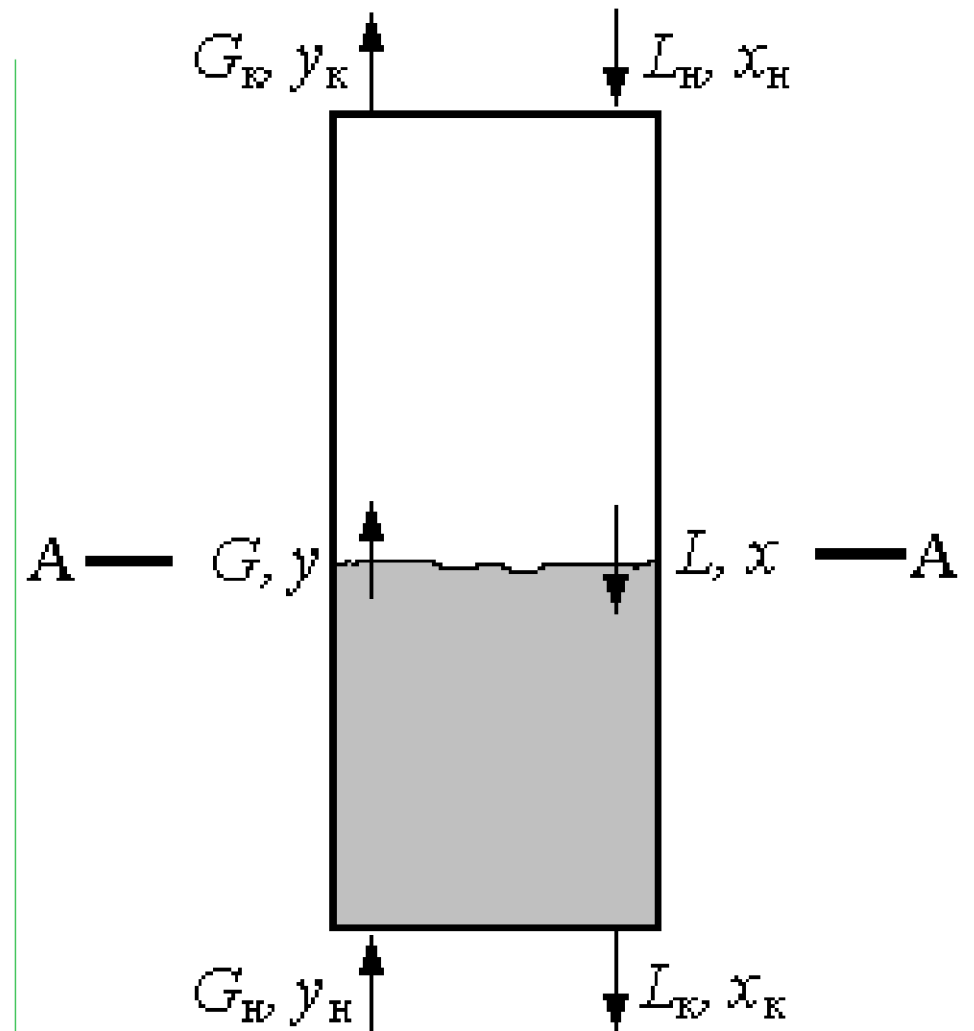
$$G_H + L_H = G_K + L_K$$

$$M = G_H - G_K = L_K - L_H$$

где G_H и G_K – расходы газовой фазы на входе и выходе из аппарата соответственно, кмоль/с

и L и L_K – расходы жидкой фазы на входе и выходе из аппарата соответственно, кмоль/с

M – расход распределяемого компонента, переходящего из газовой фазы в жидкую, кмоль/с



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

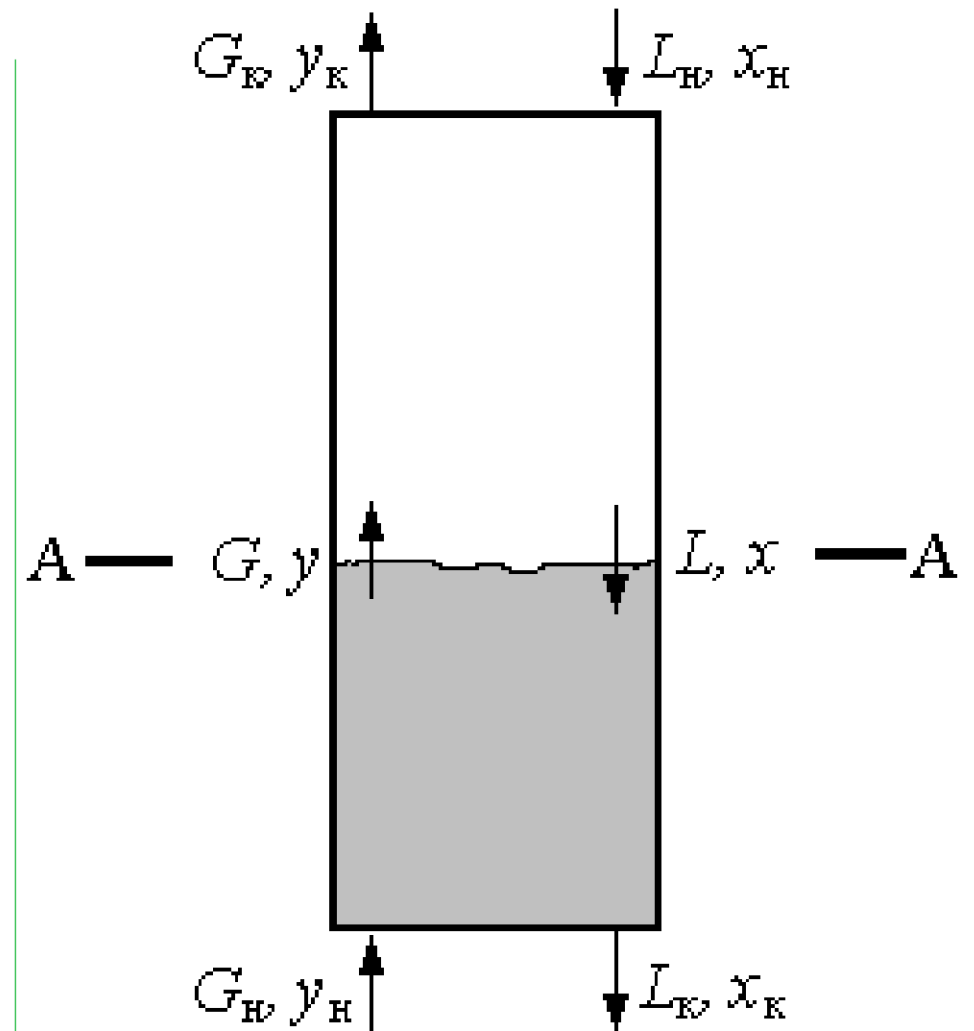
Запишем уравнения материального баланса для массообменного аппарата непрерывного действия, работающего в режиме идеального вытеснения при противотоке фаз. В рассматриваемом примере примем, что взаимодействуют газовая и жидкая фазы. Газовая фаза является отдающей, а жидкая – принимающей.

Уравнения материального баланса по распределяемому компоненту записываются следующим образом:

$$G_n y_n + L_n x_n = G_k y_k + L_k x_k$$

$$M = G_n y_n - G_k y_k = L_k x_k - L_n x_n$$

где y_n и y_k – молярная доля распределяемого компонента в газовой фазе на входе и выходе из аппарата соответственно, кмоль/кмоль
 x_n и x_k – молярная доля распределяемого компонента в жидкой фазе на входе и выходе из аппарата соответственно, кмоль/кмоль



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Запишем уравнения материального баланса для части аппарата от его низа (вход газовой фазы) до сечения А – А (серая часть). Упомянутые уравнения имеют вид:

$$G_H + L = G + L_K$$

$$G_H y_H + Lx = Gy + L_K x_K$$

где L и G – текущие расходы жидкой и газовой фазы через сечение А – А аппарата соответственно, кмоль/с;

x и y – молярная доля распределяемого компонента в жидкой и газовой фазах в сечении А – А аппарата соответственно, кмоль/кмоль.

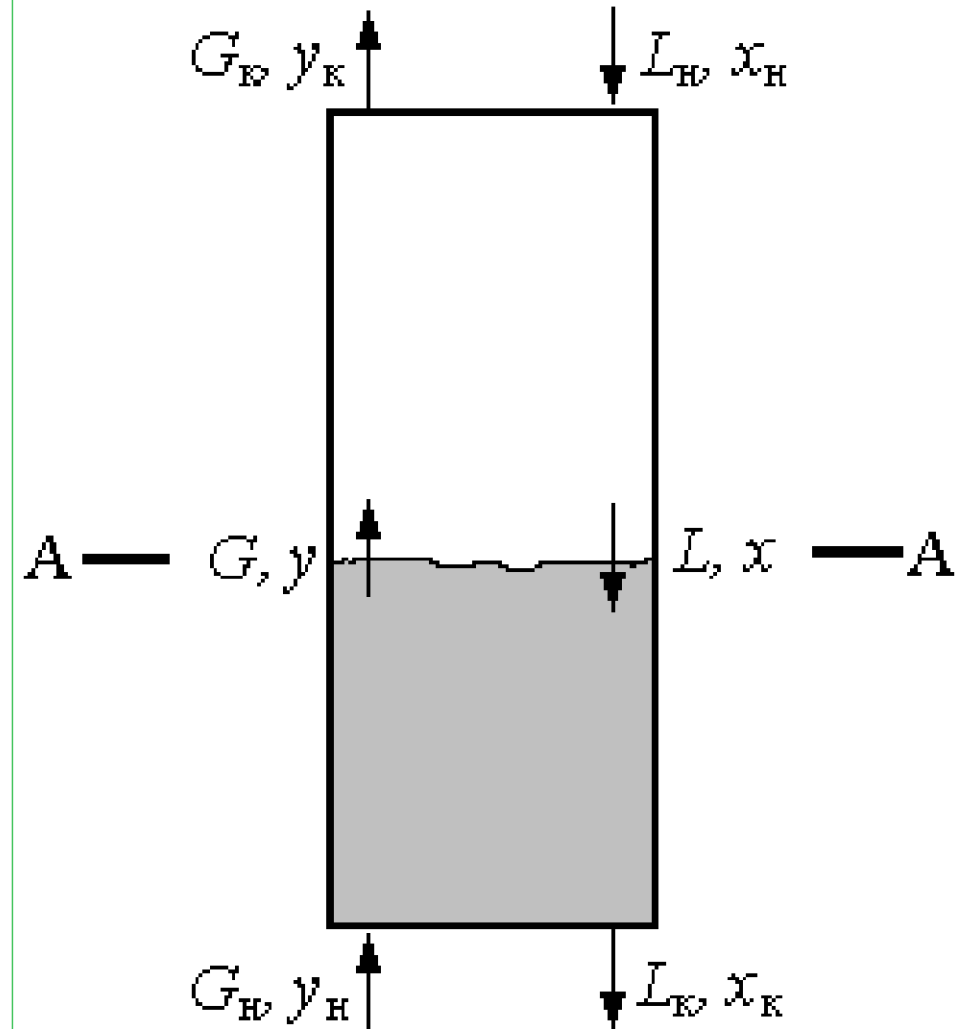
Далее получаем уравнение взаимосвязи текущих составов взаимодействующих в аппарате фаз – уравнение рабочей линии:

$$y = \frac{L}{G}x + \frac{G_H y_H - L_K x_K}{G}$$

Данное уравнение является в общем случае уравнением кривой, т.к. текущие расходы фаз L и G тоже зависят от текущего значения x



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Если содержание распределяемого компонента во взаимодействующих фазах мало, то расходы этих фаз по длине аппарата изменяются незначительно. В таком случае можно считать справедливыми приближенные зависимости:



$$G_H = G_K = G = \text{const}$$

$$L_H = L_K = L = \text{const}$$

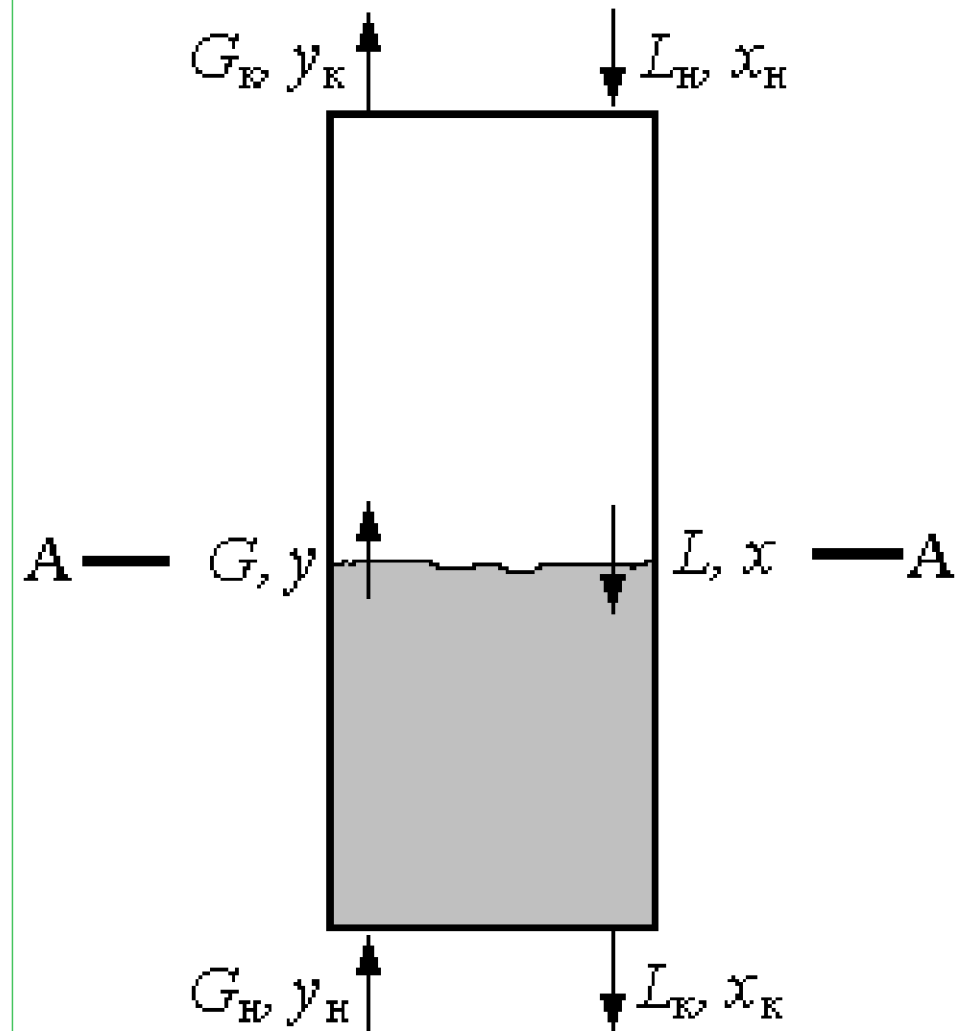
При выполнении данного условия получим уравнение :

$$y = \frac{L}{G}x + \left(y_H - \frac{L}{G}x_K \right)$$

Поскольку уравнение линейное введем константы:

$$a = \frac{L}{G} \text{ и } b = y_H - \frac{L}{G}x_K$$

И получим линейное уравнение вида $y = ax + b$



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Если содержание распределяемого компонента во взаимодействующих фазах мало, то расходы этих фаз по длине аппарата изменяются незначительно. В таком случае можно считать справедливыми приближенные зависимости:



$$G_H = G_K = G = \text{const}$$

$$L_H = L_K = L = \text{const}$$

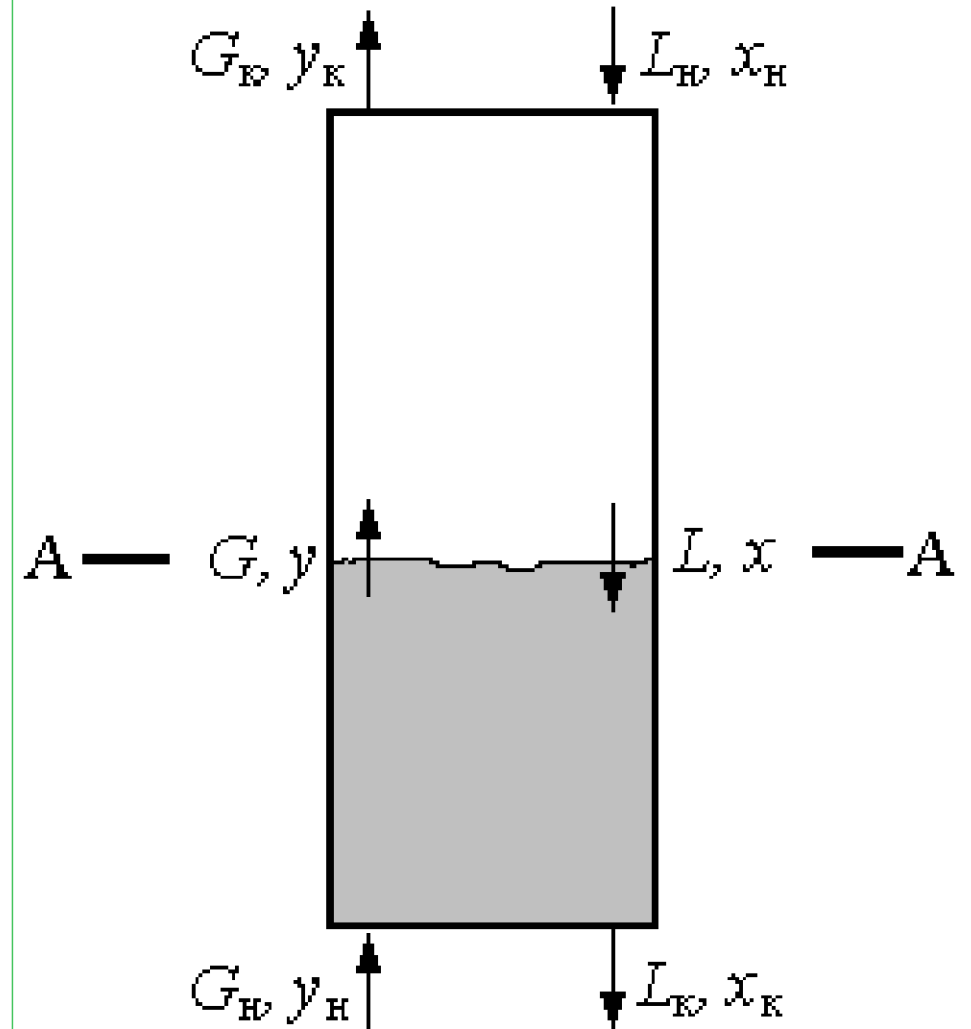
При выполнении данного условия получим уравнение :

$$y = \frac{L}{G}x + \left(y_H - \frac{L}{G}x_K \right)$$

Поскольку уравнение линейное введем константы:

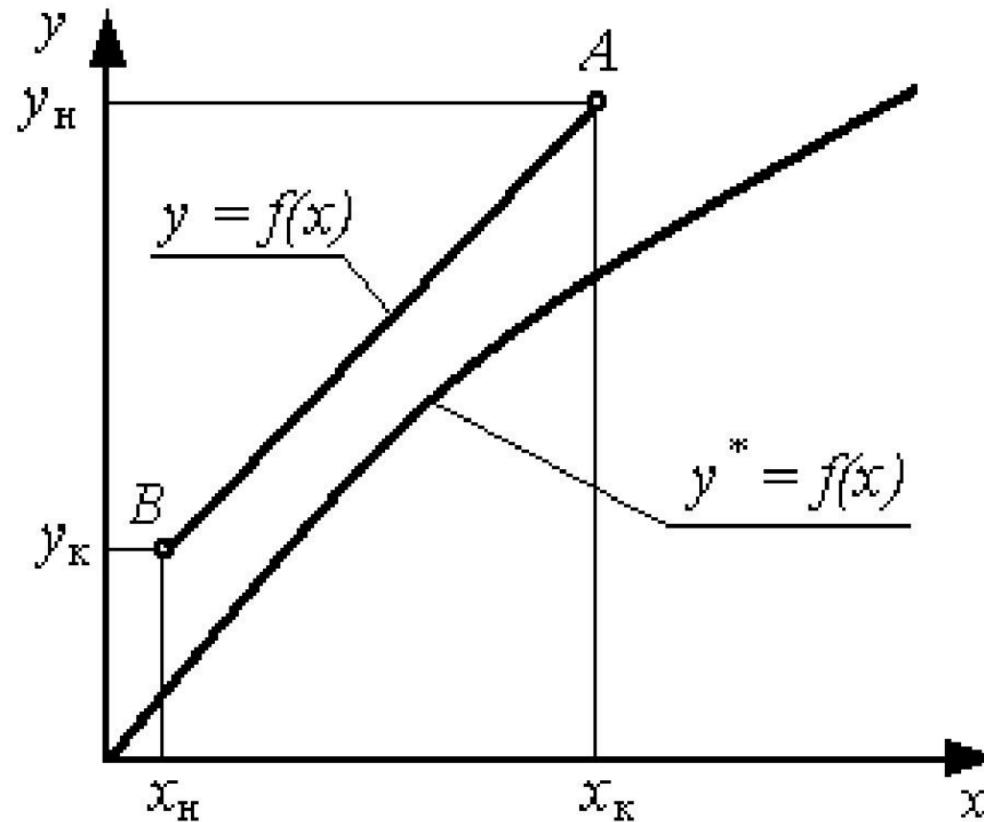
$$a = \frac{L}{G} \text{ и } b = y_H - \frac{L}{G}x_K$$

И получим линейное уравнение вида $y = ax + b$



МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Для рассматриваемого случая рабочая линия массообменного процесса в виде отрезка прямой АВ на $x - y$ -диаграмме, будет выглядеть следующим образом:



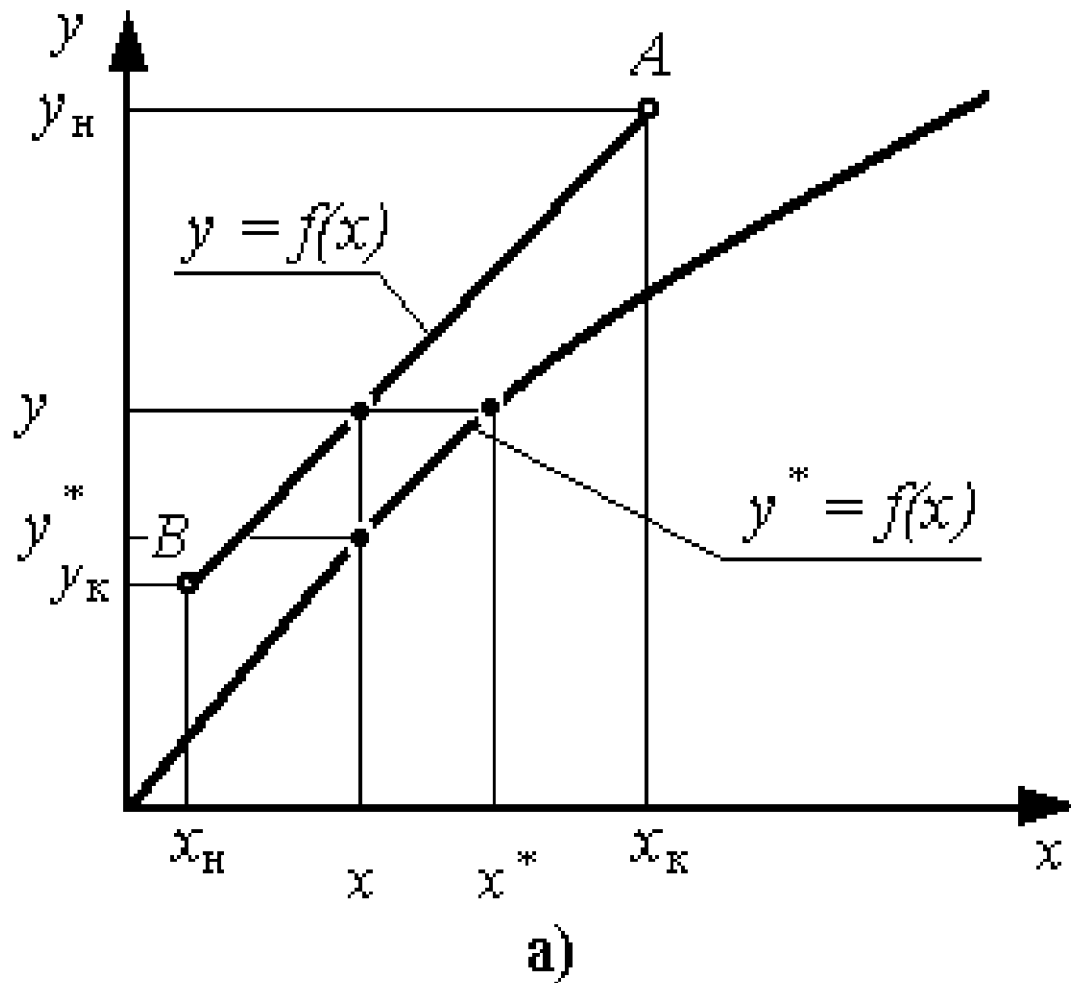
Представление уравнения рабочей линии в линейном виде упрощает расчеты и анализ массообменного процесса (аппарата).

НАПРАВЛЕНИЕ МАССОПЕРЕДАЧИ

Направление переноса распределяемого компонента при протекании массообменного процесса – направление массопередачи, удобно и просто определять с помощью $x - y$ -диаграммы с нанесенными на ней линиями равновесия и рабочей.



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

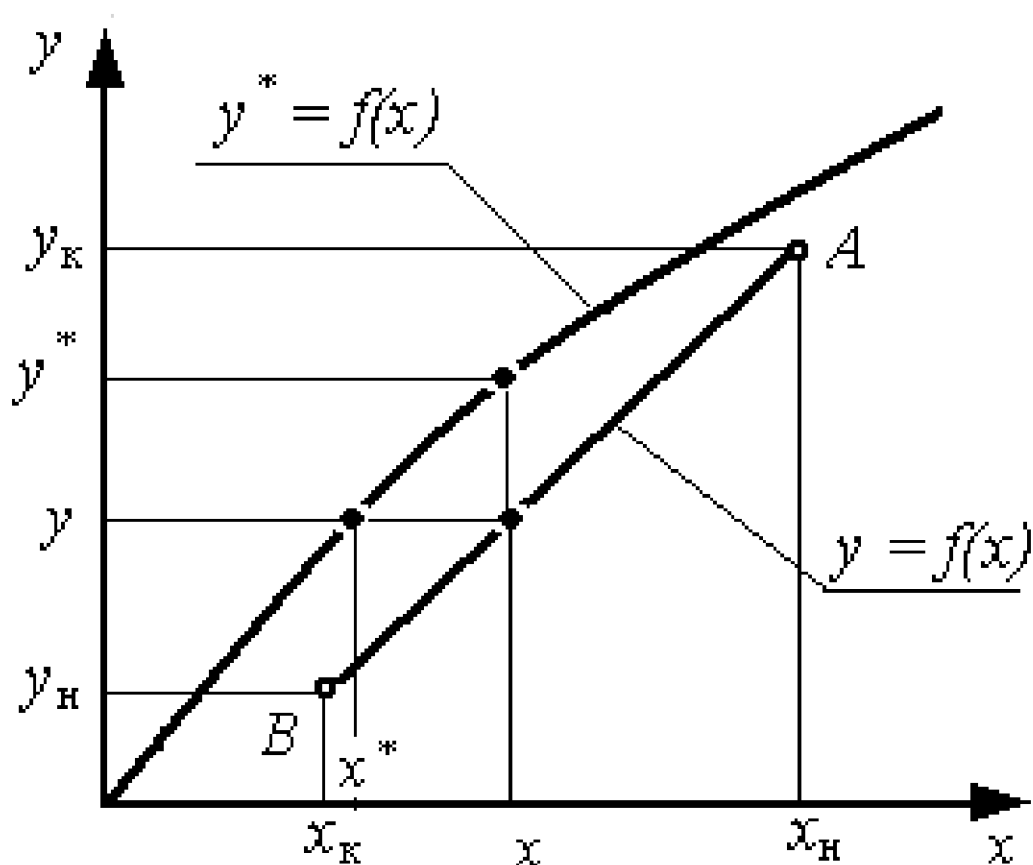


Примем, что массообмен протекает между газовой и жидкой фазами.

Рабочая линия **AB** расположена выше линии равновесия. В таком случае рабочая концентрация распределяемого компонента в газовой фазе y для произвольно выбранной точки рабочей линии (произвольно выбранного поперечного сечения массообменного аппарата) больше равновесной y^* . Соответственно при этом рабочая концентрация распределяемого компонента в жидкой фазе x меньше равновесной x^* . Следовательно, по распределяемому компоненту газовая фаза является пересыщенной, а жидкая – ненасыщенной.

НАПРАВЛЕНИЕ МАССОПЕРЕДАЧИ

Направление переноса распределяемого компонента при протекании массообменного процесса – направление массопередачи, удобно и просто определять с помощью $x - y$ -диаграммы с нанесенными на ней линиями равновесия и рабочей.



б)

Перенос распределяемого компонента протекает из газовой фазы в жидкую. Для представленного рисунка характерно, что рабочая линия **AB** лежит ниже линии равновесия. При этом $y < y^*$, $x > x^*$. В таком случае перенос распределяемого компонента осуществляется из жидкой фазы в газовую.

СКОРОСТЬ МАССОПЕРЕДАЧИ

Скорость процесса массопередачи связана с механизмом переноса вещества. Вещество может переноситься за счёт:



1. **Молекулярной диффузии**
2. **Молекулярной диффузии** и **конвекции** совместно.

Молекулярная диффузия – это перенос вещества за счёт хаотического теплового движения атомов, молекул, ионов, коллоидных частиц. Перенос вещества исключительно молекулярной диффузией осуществляется в неподвижной среде, например, в твёрдых телах.

В подвижной, текучей среде вещество переносится как за счёт **молекулярной диффузии**, так и за счёт **конвекции** – перемещения макрочастиц вещества. С ростом турбулентности потока среды возрастает интенсивность конвективного переноса вещества (турбулентной диффузии), турбулентная диффузия преобладает в ядре потока. У границы раздела, в ламинарном подслое преобладает молекулярная диффузия.

Совместный перенос вещества молекулярной диффузией и конвекцией еще называют **конвективной диффузией**.



МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ

Скорость переноса вещества молекулярной диффузией описывает первый закон Фика, который гласит: «Количество вещества, перенесённого за счёт молекулярной диффузии за время через поверхность площадью, пропорционально времени переноса, площади поверхности и градиенту концентраций».



Уравнение первого закона Фика записывается следующим образом:

$$dM = -DdF d\tau \frac{dc}{dn}$$

Коэффициент молекулярной диффузии (**D**) – физическая константа, характеризующая способность вещества проникать через неподвижную среду определённого состава при определённых условиях. Он показывает, какое количество вещества проходит при молекулярной диффузии через единичную поверхность, перпендикулярную градиенту концентраций, в единицу времени при единичном градиенте концентраций.

Величина коэффициента молекулярной диффузии не зависит от гидродинамических условий, а зависит от природы и свойств распределяемого (диффундирующего) вещества **A**, природы и свойств среды (в т.ч. фазового состояния) **B**, в которой происходит диффузия, температуры **T** и давления **P**.

Давление существенно влияет на величину **D** только при молекулярной диффузии в газовой фазе. Величина его уменьшается при росте давления, т.к. газовая среда уплотняется. **D** увеличивается при увеличении температуры вследствие возрастания активности движения атомов и молекул. Молекулярная диффузия с наибольшей скоростью протекает в газовых средах (на 3 – 5 порядков больше, чем для того же вещества в жидкостях).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ/КОНВЕКТИВНЫЙ МАССООБМЕН

Для стационарного процесса массообмена первый закон Фика можно представить в следующем виде:



$$M = -DF\tau \frac{dc}{dn}$$

Откуда получим, что удельный поток вещества, передаваемого молекулярной диффузией, вычисляется как:

$$q_m = \frac{M}{F\tau} = -D \frac{dc}{dn} = -D \cdot \text{grad } c$$

Конвективный перенос вещества в ходе массообмена осуществляется по направлению движения самой фазы. Удельный поток вещества, переносимого за счёт конвекции, определяется по зависимости:

$$q_k = Cw$$

где C – коэффициент пропорциональности
 w – скорость потока

**Знак минус перед правой частью уравнений указывает, что перенос вещества при молекулярной диффузии осуществляется в направлении, противоположном градиенту концентраций диффундирующего компонента.*

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ/КОНВЕКТИВНЫЙ МАССООБМЕН

Суммарный совместный перенос вещества за счёт конвекции и молекулярной диффузии называют конвективной диффузией. Распределение вещества (концентраций) при конвективной диффузии описывают дифференциальным уравнением конвективного массообмена. При его записи в трехмерных декартовых координатах рассматривают приращение массы возникающее за счет переноса этого вещества вследствие молекулярной диффузии и конвекции за промежуток времени.

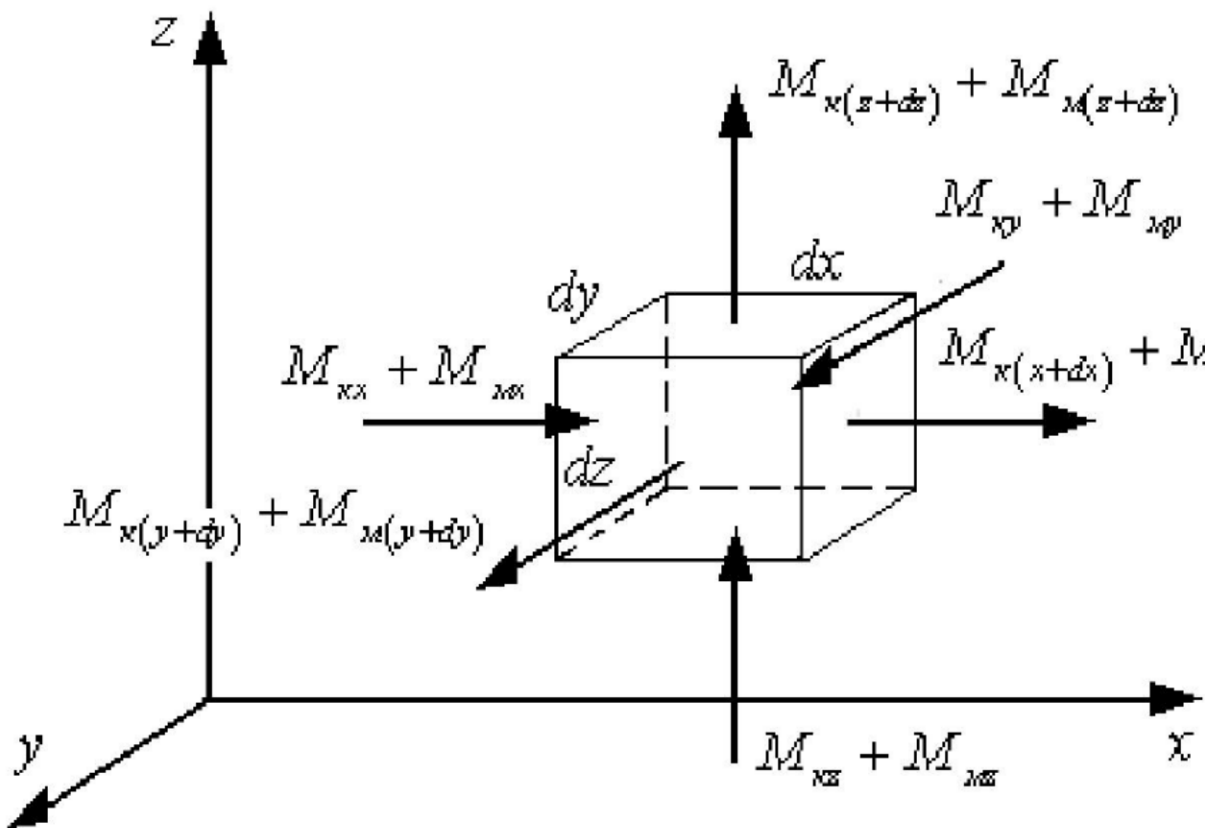
После установления приращений массы распределяемого компонента через все грани, перпендикулярные осям координат x , y и z , а также суммирования проекций этих приращений получим:

приращение массы этого компонента в элементарном объеме за счёт молекулярной диффузии равно:

$$dM_m = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

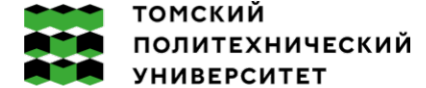
приращение массы компонента в элементарном объеме за счёт конвекции равн

$$dM_k = - \left(w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) dV d\tau$$



МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ/КОНВЕКТИВНЫЙ МАССООБМЕН

Общее изменение массы распределяемого компонента в элементарном объёме происходит за счёт изменения его концентрации в этом объеме и равно:



$$dM = dM_{\text{м}} + dM_{\text{к}} = \frac{\partial c}{\partial \tau} dV d\tau$$

Обобщив рассмотренные ранее выражения и проведя преобразования, получаем **дифференциальное уравнение конвективного массообмена**:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right)$$

В краткой форме уравнение получим: $\frac{\partial c}{\partial \tau} + w \cdot \text{grad } c = D \nabla^2 c$

При установившемся массообмене изменение концентрации во времени равно нулю и в таком случае уравнение приобретает следующий вид:

$$w \cdot \text{grad } c = D \nabla^2 c$$

Для неподвижной среды изменения по осям координат равны нулю в таком случае Запишем уравнение в виде второго закона Фика:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \nabla^2 c$$

Дифференциальное уравнение конвективного массообмена и уравнение второго закона Фика являются уравнениями материального баланса для элементарного объема подвижной и неподвижной сред соответственно при протекании в них массообмене. Эти уравнения описывают возникающее в результате процесса распределение концентраций компонента в фазе.