ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Введение в гидродинамику. Основные характеристики движения жидкостей

к.т.н., старший преподаватель
НОЦ им. Кижнера
Богданов Илья Александрович

среда, 20 ноября 2024 г.

ГИДРОДИНАМИКА

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Изучает законы перемещения жидкостей, газов и паров

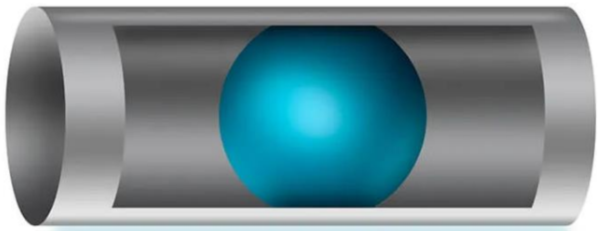
Движущей силой при движении жидкостей/газов/паров является разность давлений, которая создается с помощью насосов, компрессоров, разностей уровней жидкостей (движение самотеком), разностей плотностей. Для газов можно использовать энергию сжатого газа.

Основная задача гидродинамики – определение энергетических затрат с целью подбора аппаратуры (по мощности)

Задачи гидродинамики

Внутренняя задача
связана с анализом движения жидкостей внутри труб и каналов

Смешанная

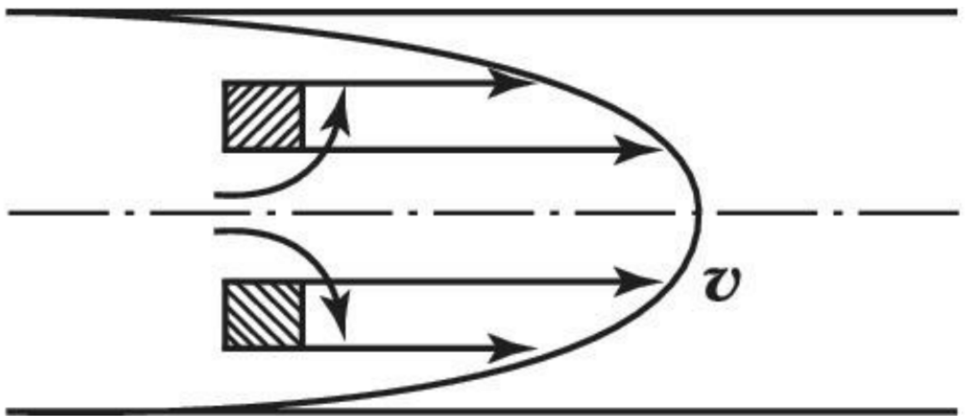


Внешняя задача
изучает закономерности обтекания жидкостями различных тел (при механическом перемешивании, осаждении твердых частиц в жидкости и т. п.)

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

Количество жидкости, протекающей через поперечное сечение потока (его «живое» сечение, т. е. затопленное сечение трубопровода) в единицу времени, называют ***расходом жидкости***.

Различают ***объемный*** расход, измеряемый, например, в ***м³/сек*** или ***м³/ч,*** и ***массовый*** расход, измеряемый в ***кг/сек, кг/ч***



В разных точках живого сечения потока скорость частиц жидкости неодинакова. Около оси трубы скорость максимальна, а по мере приближения к стенкам она уменьшается. Однако во многих случаях закон распределения скоростей в поперечном сечении потока неизвестен или его трудно учесть. Поэтому в расчетах обычно используют не истинные (локальные) скорости, а ***фиктивную среднюю скорость***.

СКОРОСТЬ И РАСХОД ЖИДКОСТИ

Средняя скорость ***ω (м/сек)*** выражается отношением объемного расхода жидкости ***Q*** (***м³/сек***) к площади живого сечения ***S (м²) потока***

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

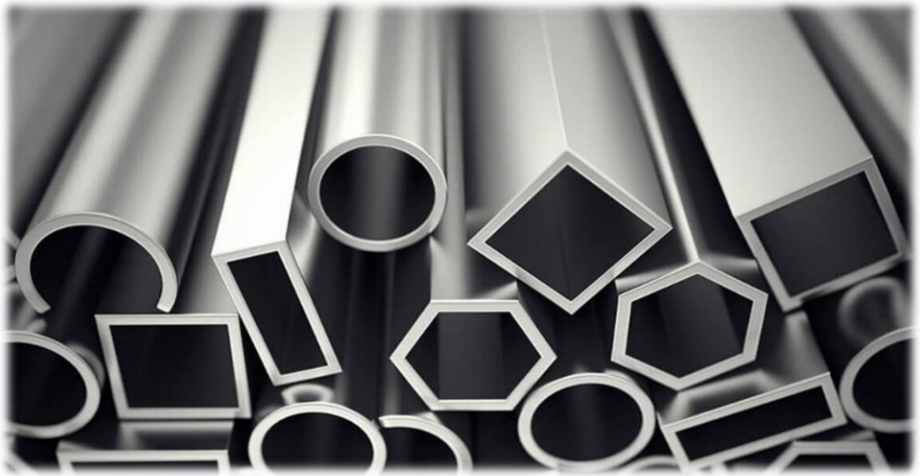
Параметр	Формула	Ед. изм.
Скорость	$\omega = \dfrac{Q}{S}$	м/сек
Объемный расход	$Q = \omega \cdot S$	$м^3$/сек
Массовый расход	$M = \rho\omega S$	кг/сек
Массовая скорость	$W = \rho\omega$	кг/($м^2$*сек)

Приведенные основные характеристики движения жидкостей относятся к их перемещению в каналах с сечением любой формы

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАДИУС И ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ДИАМЕТР

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

При движении жидкости через сечение любой формы, отличной от круглой, в качестве расчетного линейного размера принимают ***гидравлический радиус*** или ***эквивалентный диаметр***



Под гидравлическим радиусом $\boldsymbol{r_г}$ (м) понимают отношение площади затопленного сечения трубопровода или канала, через которое протекает жидкость, т. е. живого сечения потока, к смоченному периметру

$$r_{\text{г}} = \frac{S}{\Pi}$$

где S — площадь сечения потока жидкости, м^2; П — смоченный периметр, м

Для круглой трубы с внутренним диаметром ***d*** и, значит, площадью свободного сечения ***S = πd²/4*** при сплошном заполнении его жидкостью ***П = πd,*** откуда гидравлический радиус равен:

$$r_{\text{г}} = \frac{S}{\Pi} = \frac{\pi d^2/4}{\Pi} = \frac{d}{4}$$

Диаметр, выраженный через гидравлический радиус, представляет собой эквивалентный диаметр:

$$d = d_{\text{э}} = 4r_{\text{г}}$$

$$\downarrow$$

$$d_{\text{э}} = \frac{4S}{\Pi}$$

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАДИУС И ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ДИАМЕТР

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Эквивалентный диаметр равен диаметру гипотетического трубопровода круглого сечения, для которого отношение площади ***S*** к смоченному периметру ***П*** то же, что и для данного трубопровода некруглого сечения.

Для канала прямоугольного сечения со сторонами ***a*** и ***Ь,*** полностью заполненного жидкостью

Гидравлический радиус

$$r_{\text{г}} = \frac{S}{\Pi} = \frac{ab}{2a+2b} = \frac{ab}{2(a+b)}$$

Эквивалентный диаметр

$$d_{\text{э}} = 4r_{\text{г}} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

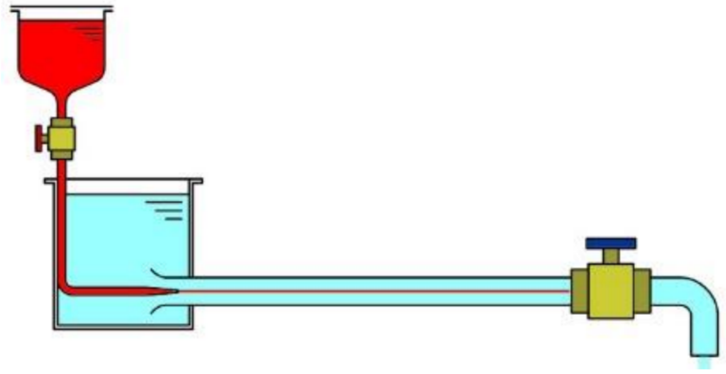
Для канала кольцевого поперечного сечения, в котором жидкость ограничена внутренней и наружной окружностями с диаметрами $\boldsymbol{d_{в}}$ и $\boldsymbol{d_{н}}$ соответственно, эквивалентный диаметр равен:

$$d_{\text{э}} = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4\left(\frac{\pi d_{\text{н}}^2}{4} - \frac{\pi d_{\text{в}}^2}{4}\right)}{\pi d_{\text{н}} + \pi d_{\text{в}}} = \frac{d_{\text{н}}^2 - d_{\text{в}}^2}{d_{\text{н}} + d_{\text{в}}} = d_{\text{н}} - d_{\text{в}}$$

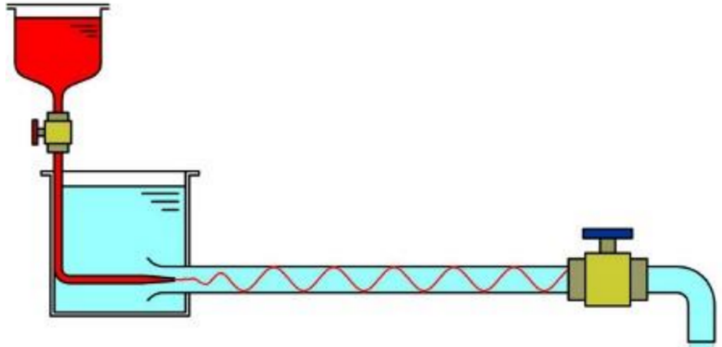
РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ. ОПЫТЫ РЕЙНОЛЬДСА

Существование двух принципиально различных режимов движения жидкости было экспериментально доказано и изучено Рейнольдсом

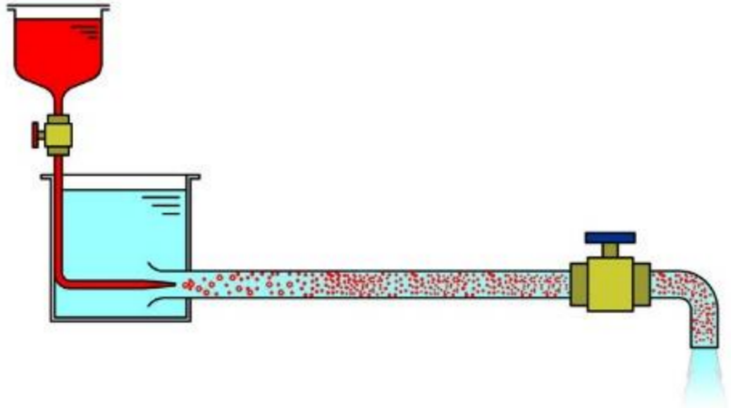
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



Re<2320



2320<Re<10000



Re>10000

Рейнольдс установил, что физические величины, определяющие режим движения жидкости, можно объединить безразмерным комплексом (комплекс позже получил его имя – критерий Рейнольдса Re), который записывается в виде следующей формулы:

$$\mathrm{Re} = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{wd}{\nu}$$

где w – средняя скорость жидкости в трубе, м / с

d – эквивалентный диаметр трубы (канала)

ρ – плотность жидкости, кг / м^3;

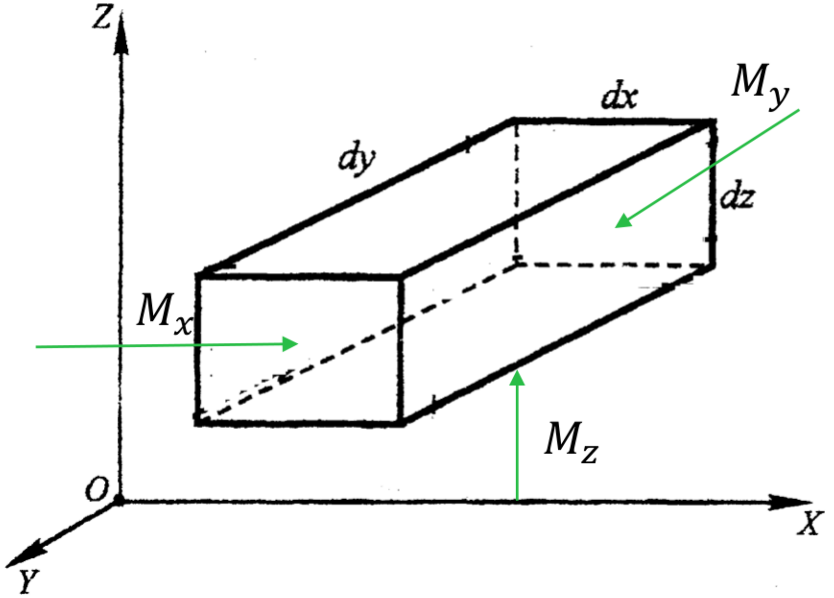
μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с

ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м^2 / с

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ (СПЛОШНОСТИ) ПОТОКА

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Установим общую зависимость между скоростями в потоке жидкости, для которого соблюдается условие сплошности, или неразрывности, движения, не образуется пустот, незаполненных жидкостью.



В объеме поющийся жидкости выделим элементарный объем, ребра которого ориентированы параллельно осям координат

$$dV=dxdydz$$

Пусть составляющая скорости потока вдоль оси ***x*** в точках, лежащих на <u>левой</u> грани параллелепипеда площадью ***dS = dydz***, равна $\boldsymbol{\omega_x}$. Тогда, через эту грань в параллелепипед войдет вдоль оси ***x*** за единицу времени масса жидкости $\boldsymbol{\rho\omega_x dydz}$, а за промежуток времени ***dτ*** — масса жидкости равная:

$$M_x = \rho\omega_x dydzd\tau$$

На противоположной <u>правой</u> грани параллелепипеда скорость и плотность жидкости могут отличаться от соответствующих величин на левой грани и будут равны:

$$M_{x+dx} = \left[\rho\omega_x + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x}dx\right]dydzd\tau$$

Приращение массы жидкости в параллелепипеде вдоль оси ***x:***

$$dM_x = M_x - M_{x+dx} = \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x}dxdydzd\tau$$

dM_y dM_z - аналогично

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ (СПЛОШНОСТИ) ПОТОКА

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Общее накопление массы жидкости в параллелепипеде за время ***dτ*** равно сумме ее приращений вдоль всех осей координат:

$$dM = \left[\frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z}\right] dxdydzd\tau$$

Вместе с тем изменение массы в полностью заполненном жидкостью объеме параллелепипеда возможно только вследствие изменения плотности жидкости в этом объеме. Поэтому:

$$dM = \frac{\partial\rho}{\partial\tau} dxdydzd\tau$$

Приравняем, перенесем и сократим, после чего получим:

$$dM = \frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} = 0$$

дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости

Для капельных жидкостей, как и для газов в условиях изотермического потока при скоростях, значительно меньших скорости звука, плотность постоянна, а для установившегося потока изменение плотности во времени на происходит поэтому переменной с плотностью в уравнении не будет

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ (СПЛОШНОСТИ) ПОТОКА

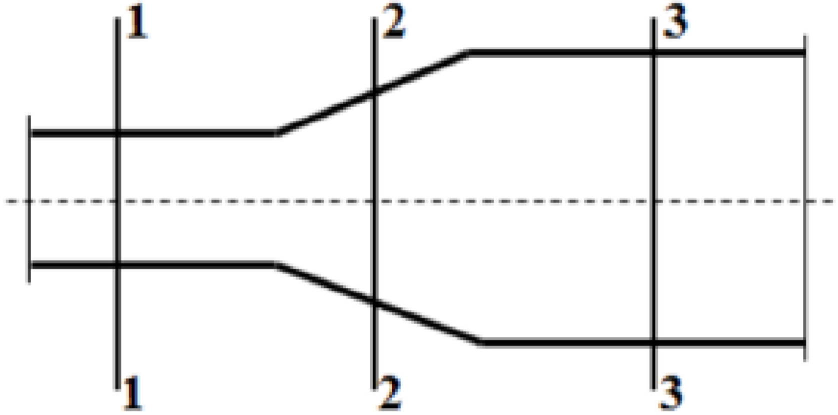
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Если бы площадь сечения трубопровода изменяется, то для установившегося однонаправленного движения (в направлении ***оси х***) интегрирование дифференциального уравнения неразрывности потока дает зависимость:

$$\rho\omega = const$$

Если же площадь сечения ***S*** трубопровода переменна, то, интегрируя также по площади, получим:

$$\rho\omega S = const$$



Для трех различных сечении (1-1, *2-2* и *3-3)* трубопровода, изображенного на рисунке, имеем:

$$\rho_1\omega_1 S_1 = \rho_2\omega_2 S_2 = \rho_3\omega_3 S_3$$

$$M_1 = M_2 = M_3$$

уравнение неразрывности потока в интегральной форме для установившегося движения/ уравнение постоянства расхода

Согласно уравнению постоянства расхода, ***при установившемся движении жидкости, полностью заполняющей трубопровод, через каждое его поперечное сечение проходит в единицу времени одна и та же масса жидкости***

Для капельных жидкостей плотность постоянна поэтому:

$$\omega_1 S_1 = \omega_2 S_2 = \omega_3 S_3 = const$$

СКОРОСТИ КАПЕЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В РАЗЛИЧНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДА ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ ПЛОЩАДЯМ ЭТИХ СЕЧЕНИЙ!

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЙЛЕРА

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Рассмотрим установившийся поток идеальной жидкости. Она не обладает вязкостью, т. е. движется без трения.

Выделим в потоке элементарный параллелепипед объемом ***dV=dxdydz***, ориентированный относительно осей координат. Проекции на оси координат сил тяжести и давления, действующих на параллелепипед, составляют:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz \qquad -\frac{\partial p}{\partial y}dxdydz \qquad -(\rho g+\frac{\partial p}{\partial z})dxdydz$$

Согласно основному принципу динамики, ***сумма проекций сил, действующих на движущийся элементарный объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение.***

Если жидкость движется со скоростью $\boldsymbol{\omega}$, то ее ускорение равно $\frac{d\omega}{d\tau}$ а проекции ускорения на оси координат: $\frac{d\omega_x}{d\tau}$ $\frac{d\omega_y}{d\tau}$ $\frac{d\omega_z}{d\tau}$ где $\boldsymbol{\omega}$ — составляющие скорости вдоль осей. При этом соответствующие производные по времени не означают изменений во времени составляющих скорости в какой-либо фиксированной точке пространства. Такие изменения равны нулю в рассматриваемом случае установившегося потока. Производные же $\frac{d\omega_x}{d\tau}$ $\frac{d\omega_y}{d\tau}$ $\frac{d\omega_z}{d\tau}$ отвечают изменению во времени значений ω_x, ω_y, ω_z при перемещении частицы жидкости из одной точки пространства в другую (наблюдатель в данном случае связан с движущейся частицей потока).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЙЛЕРА

В соответствии с основным принципом динамики

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

$$\rho dxdydz\frac{d\omega_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz$$

$$\rho dxdydz\frac{d\omega_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y}dxdydz$$

$$\rho dxdydz\frac{d\omega_z}{d\tau} = -(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z})dxdydz$$

$$\Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned}\rho\frac{d\omega_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x}\\ \rho\frac{d\omega_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y}\\ \rho\frac{d\omega_z}{d\tau} &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\right\}$$

дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Эйлера

$$+\quad\left.\begin{aligned}\frac{d\omega_x}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_x}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_y}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\omega_z\\ \frac{d\omega_y}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_y}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_y}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_y}{\partial z}\omega_z\\ \frac{d\omega_z}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_z}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_z}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\omega_z\end{aligned}\right\}$$

для установившегося потока

$$+\quad\left.\begin{aligned}\frac{d\omega_x}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_x}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_x}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_y}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\omega_z\\ \frac{d\omega_y}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_y}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_y}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_y}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_y}{\partial z}\omega_z\\ \frac{d\omega_z}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_z}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_z}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_z}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\omega_z\end{aligned}\right\}$$

для неуотановившегеся потока