



ТОМСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Гидростатика. Основные законы. Прикладные задачи гидростатики.

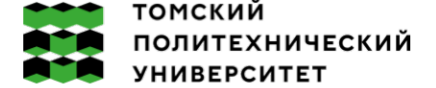
**к.т.н., старший преподаватель  
НОЦ им. Кижнера  
Богданов Илья Александрович**

среда, 20 ноября 2024 г.



# ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Законы равновесия и движения жидкостей изучает наука **гидравлика**.



*К жидкостям в гидравлике относят собственно жидкости, газы и пары.*

Общими свойствами этих сред является:

- текучесть (способность принимать форму сосуда, в который они помещены, а также перемещаться под действием ничтожных сил)
- сплошность (неделимость на отдельные части в гомогенном состоянии)

***Поэтому законы равновесия и движения этих сред практически одинаковы***

Гидравлика состоит из двух разделов: гидростатики и гидродинамики.

Гидростатика изучает законы равновесия жидкости



Гидродинамика рассматривает законы движения жидкости



# СВОЙСТВА И ПАРАМЕТРЫ СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

В химической промышленности многие процессы связаны с движением жидкостей, их перемешиванием, отделением от них взвешенных частиц. Скорость этих процессов определяется законами **гидромеханики**, а процессы, соответственно, называются **гидромеханическими**. При рассмотрении явлений и процессов в гидравлике жидкости считают сплошными средами, т.е. **анализ осуществляется на уровне макрочастиц, а не микрочастиц** (молекул, атомов и т.д.).



## Реальные жидкости

### Идеальная жидкость

- Несжимаемая под давлением
- Плотность не зависит от  $t$
- Не обладает вязкостью

### Капельные

- Практически несжимаемы
- Обладают коэфф. объемного расширения

### Упругие

- Объем сильно зависит от  $T$  и  $P$   
(в основном газы и пары)

# ГИДРОСТАТИКА

Изучает законы равновесия жидкостей находящихся в общем случае в состоянии относительного покоя

Силы внутреннего трения отсутствуют, что позволяет считать жидкость идеальной



Независимо от вида покоя на жидкость действуют силы тяжести и/или давление



Соотношение между силами действующими на жидкость в состоянии покоя и и определяет условия равновесия жидкости

## Основные параметры статики

$V$  – объем

$G$  – масса

$\rho$  – плотность

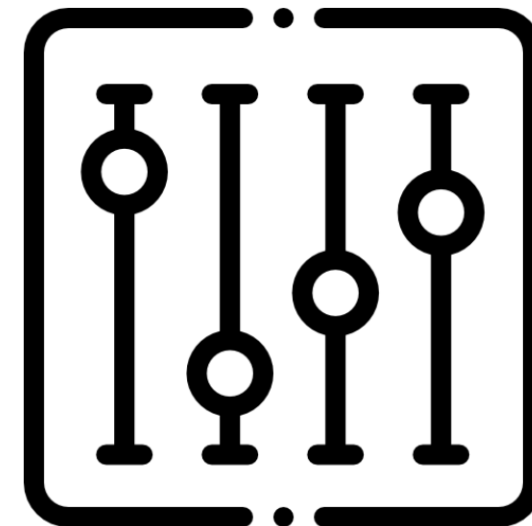
$\gamma$  – удельный вес

$P$  – давление

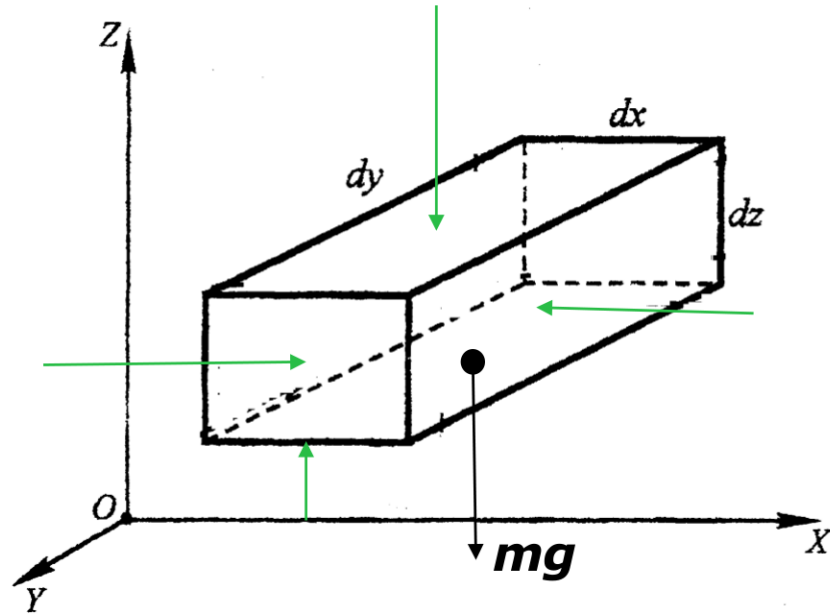
$\sigma$  – поверхностное натяжение

$\mu$  – вязкость

$T$  – температура



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА



В объеме поющийся жидкости выделим элементарный объем

$$dV = dx dy dz$$

1. Сила тяжести направлена вниз.
2. Сила давления действует на поверхности всех граней по нормали к ним.
3. В соответствии со вторым законом Ньютона сила тяжести будет равна  **$dmg$** .
4. Или  **$dmg = \rho dVg$**

Сила гидростатического давления

$$P^* = p dx dy$$

$$P = f(x, y, z)$$

$\tau = 0$ , так как рассматриваем статику **движение!**

Согласно основному принципу статики сумма проекций на оси координат всех сил действующих на элементарный объем, находится в равновесии и равна нулю **(в противном случае будет наблюдаться движение!)**

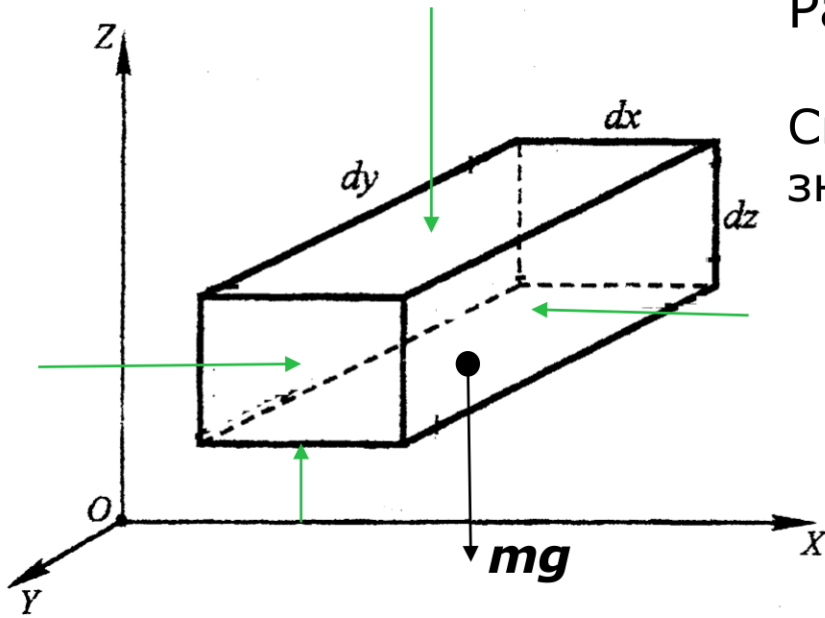
# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА

Рассмотрим сумму проекций сил на ось  $Z$

Сила тяжести направлена вниз поэтому проецируется на ось со знаком «минус»:

$$-gdm = -g\rho dV = -g\rho dx dy dz$$

Сила гидростатического давления действует на нижнюю грань **по нормали** к ней и ее проекция на ось  $Z$  будет равна:  $p dx dy$



Изменение гидростатического давления в точке на оси  $Z$  выражается частной производной  $\frac{dp}{dz}$ ,

то по всей длине ребра  $dz$  оно составит  $\frac{dp}{dz} dz$

Тогда гидростатическое давление на противоположную (верхнюю) грань  $dx dy$  равно:

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right)$$

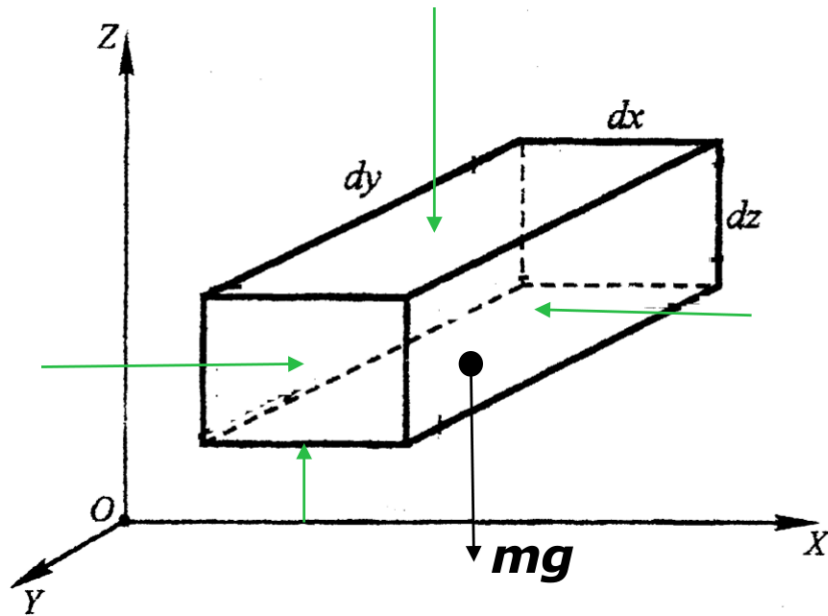
Проекция силы гидростатического давления на ось  $Z$ :

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx dy$$

Проекция равнодействующей силы давления на ось  $Z$ :

$$p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx dy = -\frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА



Сумма проекций сил на ось  $Z$  равна нулю:

$$-\rho g dx dy dz - \frac{dp}{dz} dx dy dz = 0$$

Учитывая, что объем параллелепипеда  $dV = dx dy dz \neq 0$ :

$$-\rho g - \frac{dp}{dz} = 0$$

Проекции сил тяжести на оси  $x$  и  $y$  равны нулю. Поэтому сумма проекций сил на ось  $x$ :

$$p dy dz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = 0$$

Раскроем скобки сократим и получим соответственно для осей  $x$  и  $y$ :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0 \quad -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0$$

Таким образом, условия равновесия элементарного параллелепипеда выражаются системой уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

**Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера**

# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Из **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА** следует, что давление в покоящейся жидкости изменяется только по вертикали (вдоль оси  $Z$ ), оставаясь одинаковым во всех точках любой горизонтальной плоскости, так как изменения давлений вдоль осей  $x$  и  $y$  равны нулю

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \rightarrow \end{array} -\rho g - \frac{dp}{dz} = 0 \longrightarrow -dp - \rho g dz = 0 \xrightarrow{\text{делим}} \frac{1}{\rho g} dz + dp = 0$$

Для несжимаемой однородной жидкости плотность постоянна и, следовательно:

$$dz + d\left(\frac{p}{\rho g}\right) = 0 \longrightarrow d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0 \xrightarrow{\text{интегрируем}} z + \frac{p}{\rho g} = \text{const}$$

**Основное уравнение гидростатики**

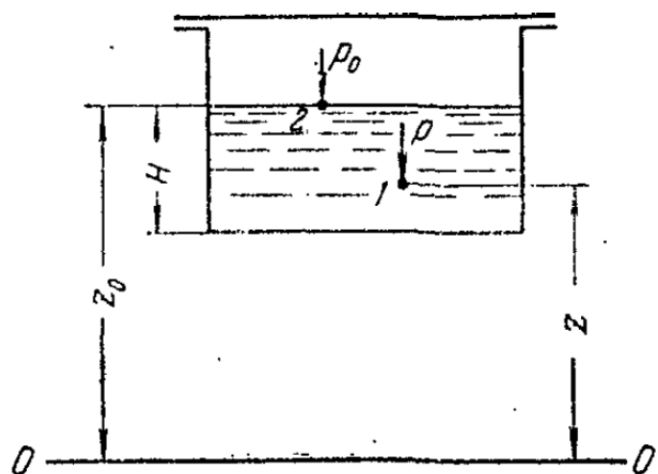
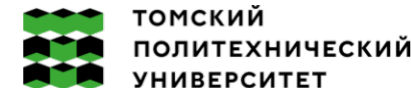


# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ

Для двух произвольных горизонтальных плоскостей 1 и 2 уравнение выражают в форме:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

В этом уравнении  $z_1$  и  $z_2$  - высоты расположения двух точек внутри покоящейся однородной капельной жидкости над произвольно выбранной горизонтальной плоскостью отсчета (плоскостью сравнения), а  $p_1$  и  $p_2$  - гидростатические давления в этих точках.



Рассмотрим две частицы жидкости, одна из которых расположена в точке **1** внутри объема жидкости на высоте  $z$  от произвольно выбранной плоскости сравнения  $0-0$  а другая находится в точке **2** на поверхности жидкости — на высоте  $z_0$  от той же плоскости. Пусть  $p$  и  $p_0$  — давления в точках **1** и **2** соответственно. При этих обозначениях получим уравнение:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} \quad \longrightarrow \quad \frac{p - p_0}{\rho g} = z_0 - z$$

$Z$  в уравнении гидростатики представляющий собой высоту расположения данной точки над произвольно выбранной плоскостью сравнения, называется **нивелирной высотой**. Величину  $\frac{p}{\rho g}$  называют **напором давления**, или **пьезометрическим напором**.

# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ

## Физический смысл



*Для каждой точки покоящейся жидкости сумма нивелирной высоты и пьезометрического напора есть величина постоянная*

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

## Энергетический смысл

$$\left[ \frac{p}{\rho g} \right] = \left[ \frac{p}{\gamma} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^3}{\text{М}^2 \cdot \text{Н}} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{М}}{\text{Н}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} \right]$$

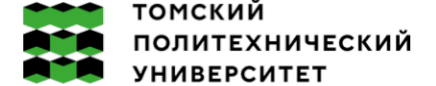
$$[z] = [M] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{М}}{\text{Н}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} \right]$$

**Нивелирная высота**  $z$ , называемая также геометрическим (высотным) напором и характеризует удельную потенциальную энергию положения данной точки над выбранной плоскостью сравнения, а **пьезометрический напор** - удельную потенциальную энергию давления в этой точке. Сумма указанных энергий, называемая полным гидростатическим напором, или просто статическим напором, равна общей потенциальной энергии, приходящейся на единицу веса жидкости.

Основное уравнение гидростатики представляет собой частный случай закона сохранения энергии: **удельная потенциальная энергия во всех точках покоящейся жидкости есть величина постоянная.**

# ЗАКОН ПАСКАЛЯ

## Закон Паскаля



$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} \longrightarrow p + \rho g z = p_0 + \rho g z_0 \longrightarrow p = p_0 + \rho g (z_0 - z)$$

**Давление, создаваемое в любой точке покоящейся несжимаемой жидкости, передается одинаково всем точкам ее объема**

### **Некоторые практические приложения основного уравнения гидростатики**

- Принцип сообщающихся сосудов
- Пневматическое измерение количества жидкости в резервуарах
- Гидростатические машины
- Давление жидкости на дно и стенки сосуда

