ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

к.т.н., старший преподаватель
НОЦ им. Кижнера
Богданов Илья Александрович

пятница, 16 мая 2025 г.

ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ. ЗАКОН ФУРЬЕ

Основным законом передачи тепла теплопроводностью является закон Фурье

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

количество тепла **dQ**, *передаваемое посредством теплопроводности через элемент поверхности* **dF**, *перпендикулярный тепловому потоку, за время* **dτ** *прямо пропорционально температурному градиенту* $\frac{\partial t}{\partial n}$ *поверхности* **dF** *и времени* **dτ**:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau$$

количество тепла, передаваемое через единицу поверхности в единицу времени

$$q = \frac{Q}{F\tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$$

Величина **q** *называется плотностью теплового потока. Знак минус, стоящий перед правой частью рассмотренных уравнений, указывает на то, что тепло перемещается в сторону падения температуры.*

ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ. ЗАКОН ФУРЬЕ

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Коэффициент пропорциональности **λ** называется коэффициентом теплопроводности*

$$[\lambda] = \left[\frac{dQ\,\partial n}{\partial t\,dF\,d\tau}\right] = \left[\frac{\text{дж}\cdot\text{м}}{\text{град}\cdot\text{м}^2\cdot\text{сек}}\right] = \left[\frac{\text{вт}}{\text{м}\cdot\text{град}}\right]\text{или}\left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{град}}\right]$$

*Коэффициент теплопроводности **λ** показывает какое количество тепла проходит вследствие теплопроводности в единицу времени через единицу поверхности теплообмена при падении температуры на 1 град на единицу длины нормали к изотермической поверхности.*

*Величина **λ**, характеризующая способность тела проводить тепло путем теплопроводности, зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов.*

При обычных температурах и давлениях лучшими проводниками тепла являются металлы, худшими — газы

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Выделим в однородном и изотропном теле элементарный параллелепипед объемом ***dV*** ребрами ***dx, dy, dz***. Физические свойства тела — плотность **р**, теплоемкость ***с*** и теплопроводность ***λ*** — одинаковы во всех точках параллелепипеда и не изменяются во времени. Температура на левой грани ***dydx*** равна ***t***, на противоположной грани $t + \frac{\partial t}{\partial x} dx$.

Количество тепла, входящего в параллелепипед через его грани за промежуток времени **dτ**:

по оси **x** через грань **dydz:**

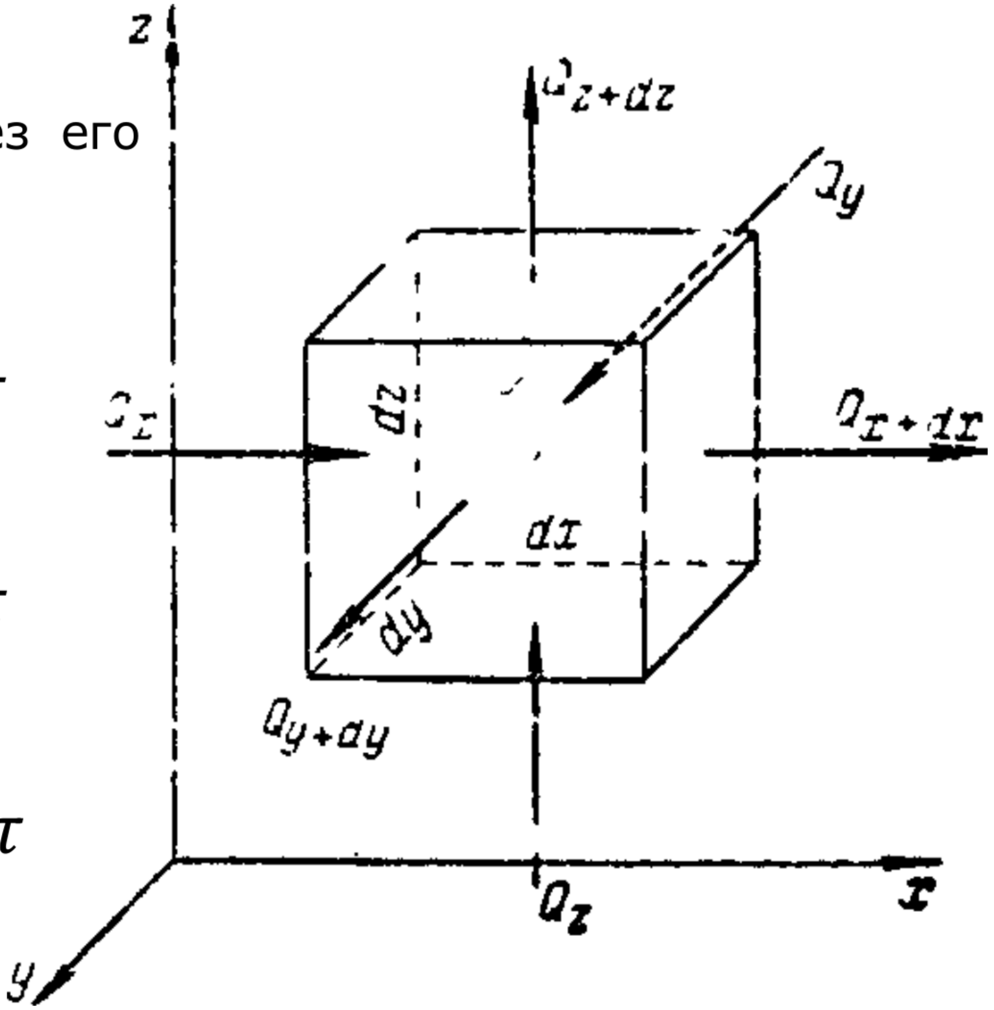
$$Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau$$

по оси **y** через грань **dxdz:**

$$Q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau$$

по оси **z** через грань **dxdy:**

$$Q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdyd\tau$$



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Количество тепла, выходящее из параллелепипеда через противоположные грани за тот же промежуток времени:

по оси **x:**

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) dxdydzd\tau \right]$$

по оси **y:**

$$Q_{y+dy} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right) dydxdzd\tau \right]$$

по оси **z:**

$$Q_{z+dz} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdyd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right) dzdxdyd\tau \right]$$

Количество тепла, входящее через соответствующую грань параллелепипеда, не равно количеству тепла, выходящему через противоположную грань, так как часть тепла **расходуется на повышение температуры в объеме** параллелепипеда.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Разность между количествами вошедшего в параллелепипед и вышедшего из него тепла за промежуток временb **dτ** составит:

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

по оси **x:**

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dxdydzd\tau$$

по оси **y:**

$$dQ_y = Q_y - Q_{y+dy} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dydxdzd\tau$$

по оси **z:**

$$dQ_z = Q_z - Q_{z+dz} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dzdxdyd\tau$$

По закону сохранения энергии приращение количества тепла в параллелепипеде равно изменению энтальпии параллелепипеда:

$$dQ = dI = c\rho dV \frac{\partial t}{\partial \tau} \partial \tau$$

$$c\rho dV \frac{\partial t}{\partial \tau} \partial \tau = \lambda \nabla^2 t dV d\tau$$

Полное приращение тепла в параллелепипеде за промежуток времени **dτ**:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + \mathrm{d}Q_z = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dxdydzd\tau =$$

$$= \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dVd\tau = \lambda \nabla^2 t dV d\tau$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Обозначив $\frac{\lambda}{cp} = a$ и произведя сокращения, получим окончательно:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t$$

Полученное уравнение определяет температуру в любой точке тела, через которое тепло передается теплопроводностью, и называется дифференциальным **уравнением теплопроводности** в неподвижной среде, или **уравнением Фурье**.

Коэффициент пропорциональности ***a*** в уравнении носит название коэффициента температуропроводности:

$$[\mathrm{a}] = \left[\frac{\lambda}{cp}\right] = \left[\frac{\frac{\text{вт}}{\text{м}\cdot\text{град}}}{\frac{\text{дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}\cdot\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}\right] = \left[\frac{\frac{\text{дж}}{\text{сек}\cdot\text{м}\cdot\text{град}}}{\frac{\text{дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}\cdot\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}\right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{сек}}\right]$$

Коэффициент температуропроводности **a** характеризует теплоинерционные свойства тела: при прочих равных условиях быстрее нагреется или охладится то тело, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности

ЗАКОН ТЕПЛООТДАЧИ

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Количество тепла **dQ** отдаваемое за время **dτ** поверхностью стенки **dF**, имеющей температуру $t_{ст}$, жидкости с температурой $t_ж$, прямо пропорционально **dF** и разности температур $t_{ст} - t_ж$

$$dQ = \alpha dF(t_{ст} - t_ж)d\tau$$

Коэффициент пропорциональности **α** называется коэффициентом теплоотдачи, он характеризует интенсивность переноса тепла между поверхностью тела, например твердой стенки, и окружающей средой (капельной жидкостью или газом).

$$[\alpha] = \left[\frac{Q}{F(tст - tж)}\right] = \left[\frac{\text{дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}}\right] = \left[\frac{\text{вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}\right] = \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град}}\right]$$

коэффициент теплоотдачи показывает, какое количество тепла передается от 1 м² поверхности стенки к жидкости (или от жидкости к 1 м² поверхности стенки) в течение 1 сек при разности температур между стенкой и жидкостью 1 град

$$\alpha = f(\omega, \mu, \rho, \lambda, \beta, \varepsilon, d, L)$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена, которое называется также уравнением **Фурье-Кирхгофа**.

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial t}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial t}{\partial z}\omega_z = \alpha \nabla^2 t$$

выражает в наиболее общем виде распределение температур в движущейся жидкости