

ДОМАШНЯЯ РАБОТА №3

«Оценка определённого интеграла»

Краткий теоретический материал:

Для оценки определённого интеграла $\int_a^b f(x)dx$ необходимо использовать следующие свойства:

- Если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ непрерывны на отрезке $[a;b]$ и $f_1(x) \neq f_2(x)$, то из равенства

$$f_1(x) \leq f_2(x) \text{ следует неравенство } \int_a^b f_1(x)dx < \int_a^b f_2(x)dx .$$

- Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$ и M, m – наибольшее и наименьшее

$$\text{значения этой функции на отрезке } [a;b], \text{ то } m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M \cdot (b-a) .$$

1. Доказать, что интеграл $\int_0^{10} \frac{xdx}{x^3+16}$ меньше чем $\frac{5}{6}$.

2. Доказать, что интеграл $\int_0^2 e^{x^2-x} dx$ заключён между $\frac{2}{\sqrt[4]{e}}$ и $2e^2$.

3. Оценить интеграл $\int_{1,5}^{3,5} \frac{x^2 dx}{x-1}$.

4. Оценить интеграл $\int_{0,5}^{2,5} \frac{xdx}{x^2+1}$.

5. Оценить интеграл $\int_{\frac{1}{e}}^e x^2 e^{-x^2} dx$.