

ДОМАШНЯЯ РАБОТА №2

«Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами. Признак сравнения. Признак Даламбера»

Краткий теоретический материал:

- *Предельный признак сравнения*

Если существует конечный, отличный от нуля предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n}$, то оба ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ сходятся или расходятся одновременно.

Эталонные ряды :

- Обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$. При $s \leq 1$ ряд расходится, при $s > 1$ ряд сходится.

- Ряд, составленный из членов геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$. При $|q| \geq 1$ этот ряд расходится, а при $|q| < 1$ - сходится.

- *Признак Даламбера*

Если для числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ($u_n > 0$) существует предел, то ряд сходится при $l < 1$ и расходится при $l > 1$.

Если $l = 1$, то признак Даламбера не даёт ответа на вопрос о сходимости ряда.

Признак Даламбера используется для исследования числового ряда на сходимость, если его общий член содержит знак факториала (!) или a^n ($a > 0$).

1. Исследовать числовые ряды на сходимость, с помощью признаков сравнения:

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2n - 1}$;

1.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{(n+3)^2}$;

1.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}$;

1.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{2n^2 + 5n}}$.

2. Исследовать числовые ряды на сходимость, с помощью признаков сравнения:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n-1}$;

2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$;

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{3^n}$;

2.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 2^{2n-1}}$.

