

ДОМАШНЯЯ РАБОТА №3

«Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами»

Краткий теоретический материал:

• Линейным неоднородным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида $ay'' + by' + cy = f(x)$, $a, b, c - const$.

Его общее решение имеет вид $y = y_0 + \tilde{y}$, где y_0 – общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $ay'' + by' + cy = 0$, а \tilde{y} – частное решение неоднородного уравнения. Если функция, стоящая в правой части уравнения имеет вид $f(x) = P_n(x)$ т.е. является многочленом степени n ($P_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$) и число 0 не является корнем характеристического уравнения, то $\tilde{y} = Q_n(x)$, где $Q_n(x)$ – общий вид многочлена степени n , т.е. ($Q_n(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$). Если же один из корней характеристического уравнения равен нулю, то $\tilde{y} = x \cdot Q_n(x)$.

1. Найти общее решение уравнения:

1.1. $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1$;

1.2. $y'' - y' = 2(1 - x)$;

1.3. $y'' - 7y' = (x - 1)^2$;

1.4. $y'' - y' + y = x^3 + 6$.

2. Найти частное решение уравнения:

2.1. $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3, y(0) = \frac{4}{3}; y'(0) = \frac{1}{27}$;

2.2. $y'' + 25y = -2x, y(0) = 0; y'(0) = 1$.