

ДОМАШНЯЯ РАБОТА №4

«Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами»

Краткий теоретический материал:

• Линейным неоднородным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида $ay'' + by' + cy = f(x)$, $a, b, c - const$, $f(x)$ – произвольного вида.

Общее решение имеет вид $y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2$, где y_1, y_2 – частные решения соответствующего однородного уравнения, т.е. $ay'' + by' + cy = 0$, а функции $C_1(x), C_2(x)$

находятся из решения системы уравнений
$$\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = 0, \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = f(x) \end{cases}$$

1. Найти общее решение уравнения:

1.1. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$;

1.2. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$;

1.3. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$.

2. Найти частное решение уравнения:

$y'' + y = -\sin 2x, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1$;