ДОМАШНЯЯ РАБОТА №2

«Линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами»

Краткий теоретический материал:

Общий вид ЛОДУ с постоянными коэффициентами имеет вид $ay'' + by' + cy = 0$. Для его решения необходимо составить характеристическое уравнение $ak^2 + bk + c = 0$, которое является квадратным уравнением относительно k. В зависимости от корней характеристического уравнения общее решение ДУ будет иметь разный вид .

1 случай: дискриминант квадратного уравнения больше нуля $D = b^2 - 4ac > 0$, т.е. квадратное уравнение имеет два различных действительных корня $k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$. В этом случае общее решение уравнения будет иметь вид $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$, где $k_1, k_2 -$ корни квадратного уравнения.

2 случай: дискриминант квадратного уравнения равен нулю $D = b^2 - 4ac = 0$, т.е. квадратное уравнение имеет два одинаковых действительных корня $k_1 = k_2 = k = \frac{-b}{2a}$. В этом случае общее решение уравнения будет иметь вид $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$.

3 случай: дискриминант квадратного уравнения меньше нуля $D = b^2 - 4ac < 0$, т.е. корни квадратного уравнения являются комплексными $k_{1,2} = \alpha \pm \beta i$. В этом случае общее решение уравнения будет иметь вид $y = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$.

1. Найти общее решение уравнения:

1.1. $3y'' - 2y' - 8y = 0$;

1.2. $y'' - 6y' = 0$;

1.3. $9y'' - 4y = 0$;

1.4. $y'' - 2y' + y = 0$;

1.5. $y'' + 9y = 0$;

1.6. $y'' + 3y' + 2y = 0$;

1.7. $y'' - 6y' + 34y = 0$.

2. Найти частное решение уравнения:

2.1. $y'' + 4y' + 29y = 0, y(0) = 0; y'(0) = 15$;

2.2. $y'' - y' = 0, y(0) = 2; y'(0) = 0$;

2.3. $y'' - 4y' + 4y = 0, y(0) = 3; y'(0) = -1$.