ДОМАШНЯЯ РАБОТА №4

«Уравнения в полных дифференциалах»

Краткий теоретический материал:

- Уравнение вида $M(x;y)dx+N(x;y)dy=0$ называется *уравнением в полных дифференциалах,* если его левая часть является полным дифференциалом некоторой функции $u(x;y)$:

$M(x;y)dx+N(x;y)dy=du$

Для того чтобы это уравнение было уравнением в полных дифференциалах, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие $\dfrac{\partial M}{\partial y}=\dfrac{\partial N}{\partial x}$, тогда общий интеграл уравнения будет иметь вид $u(x;y)=\mathrm{C}$. Функция $u(x;y)$ может быть найдена из системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}=M(x;y), \\ \dfrac{\partial u}{\partial y}=N(x;y) \end{cases}.$$

1. Найти общий интеграл уравнения:

1.1. $(x^2+y)dx+(x-2y)dy=0$;

1.2. $(2x+ye^{xy})dx+(1+xe^{xy})dy=0$;

1.3. $2x\cos^2 ydx+(2y-x^2\sin 2y)dy=0$.

2. Найти частный интеграл уравнения:

2.1. $(x^2+y^2+y)dx+(2xy+x+e^y)dy=0, y(0)=0$;

2.2. $(2xy+\ln y)dx+\left(e^{x^2}+\dfrac{x}{y}\right)dy=0, y(0)=1$.