ДОМАШНЯЯ РАБОТА №1

«Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Краткий теоретический материал:

• Уравнение вида $y' = f(x;y)$ называется *ДУ с разделяющимися переменными*, если функцию, стоящую в правой части уравнения можно представить в виде $f(x;y) = f_1(x)\cdot f_2(y)$.

Метод решения: $y' = f_1(x)\cdot f_2(y) \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = f_1(x)\cdot f_2(y) \Rightarrow \dfrac{dy}{f_2(y)} = f_1(x)dx \Rightarrow$

$\displaystyle\int \frac{dy}{f_2(y)} = \int f_1(x)dx$, ($f_2(y) \neq 0$).

• Уравнение вида $M(x;y)dx + N(x;y)dy = 0$ называется ДУ с разделяющимися переменными, если функции $M(x;y), N(x;y)$ можно представить в виде $M(x;y) = M_1(x)\cdot M_2(y)$ и $N(x;y) = N_1(x)\cdot N_2(y)$.

Метод решения: $M(x;y)dx + N(x;y)dy = 0 \Rightarrow M_1(x)M_2(y)dx = -N_1(x)N_2(y)dy \Rightarrow$

$\dfrac{M_1(x)}{N_1(x)}dx = -\dfrac{N_2(\mathrm{y})}{M_2(\mathrm{y})}dy \Rightarrow \displaystyle\int \frac{M_1(x)}{N_1(x)}dx = -\int \frac{N_2(\mathrm{y})}{M_2(\mathrm{y})}dy$, ($N_1(x) \neq 0, M_2(y) \neq 0$).

1. Проверить, является ли функция $y = Ce^{-2x}$ решением уравнения $y' + 2y = 0$.

2. Найти общий интеграл ДУ с разделяющимися переменными:

2.1. $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$;

2.2. $y' = \sin^2 x$;

2.3. $(x+2x^3)dx + (y+2y^3)dy = 0$;

2.4. $\dfrac{dx}{\sqrt{x}} + \dfrac{dy}{\sqrt{y}} = 0$;

2.5. $2x\sqrt{1-y^2} + ydy = 0$.

3. Найти частный интеграл ДУ с разделяющимися переменными:

3.1. $(1-x)dy - ydx = 0, y(0) = 1$;

3.2. $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0, y(0,5) = 0,5$.