

ВАРИАНТ 1

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \left(\frac{x}{5} - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{5x} - 7\sqrt[4]{x} \right) dx; \quad 1.2. \int_1^2 \sqrt[6]{7x-3} dx; \quad 1.3. \int_2^3 \frac{e^{3x} dx}{\sqrt{e^{3x}-1}};$$

$$1.4. \int_{\pi}^{2\pi} \sin^2 2x dx \quad 1.5. \int_e^4 \frac{dx}{x \sin^2(\ln x)}; \quad 1.6. \int_{-13}^2 \frac{dx}{\sqrt{3-x}}; \quad 1.7. \int_3^8 \frac{dx}{\sqrt{1+x}};$$

$$1.8. \int_0^9 \sqrt{81-x^2} dx, \text{ замена } x = 9 \sin t; \quad 1.9. \int_{-5}^0 f(x) dx, f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq -4, \\ x-1, & \text{если } -4 < x \leq -2, \\ x^2, & \text{если } x > -2. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = x^2, y = 3x - x^2$.

2.2. $y = e^{2x}, y = 0, x = 0, x = 1$.

3. Найдите среднее значение функций на отрезке:

4. Решите уравнение

$$3.1. y = x^4 + 4x, \quad [-1; 1]; \quad 3.2. y = \frac{4x}{x^2 + 1}, \quad [0; 1]. \quad \int_0^x (4t + 1) dt = 0$$

5. Оцените интеграл $\int_{-1}^2 \frac{x^2 dx}{x+9}$

Вариант №2

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^4 \left(3x + \frac{1}{2} - \frac{4}{x} - \frac{5}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad 1.2. \int_0^1 x^2 \cdot \sqrt[3]{8-5x^3} dx; \quad 1.3. \int_0^{1/7} \frac{\arctg^4 7x}{1+49x^2} dx;$$

$$1.4. \int_{-2}^{-1} 2^{3x+7} dx; \quad 1.5. \int_0^{\pi} \cos^2 3x dx. \quad 1.6. \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{x^2 + 9}; \quad 1.7. \int_0^3 \sqrt{1+x} dx;$$

$$1.8. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx, \text{ замена } x = t^2; \quad 1.9. \int_{-6}^2 f(x) dx, f(x) = \begin{cases} 2 - x/2, & \text{если } x \leq -4, \\ 3, & \text{если } -4 < x \leq 0, \\ x^3, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. \begin{cases} y = 9 - x^2, \\ 3x - y = 1, \end{cases}; \quad 2.2. \begin{cases} y = e^x, \\ y = e^{2x}, x = 1. \end{cases};$$

3. Найдите среднее значение функций на отрезке:

$$3.1. y = \sqrt{x} + 1, \quad [0; 4]; \quad 3.2. y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad [\sqrt{3}; \sqrt{8}].$$

4. Решите уравнение $\int_0^x (3t - 2) dt = 0$

5. Оцените интеграл $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{x+4}$

Вариант №3

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{4}{x^2} - 2 + x^3 - 2\sqrt[5]{x} \right) dx$; 1.2. $\int_0^2 \cos(7-3x) dx$; 1.3. $\int_1^e \frac{\sin(\ln x) dx}{x}$;

1.4. $\int_{\pi}^{2\pi} \sin^2 7x dx$; 1.5. $\int_0^1 \frac{\arcsin^4 \frac{x}{3}}{\sqrt{9-x^2}} dx$; 1.6. $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{5x}{2} dx$; 1.7. $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3}$;

1.8. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-4x^2} dx$, замена $x = 0,5 \sin t$; 1.9. $\int_2^9 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ x/2, & \text{если } 4 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$; 2.2. $y = x^3$, $y = \frac{1}{3}x$, $y \geq 0$.

3. Найдите среднее значение функций:

4. Решите уравнение

3.1. $y = \frac{1}{x}$, $[1; e]$; 3.2. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$, $\left[0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$. $\int_3^x (1-2t) dt = 0$.

5. Оцените интеграл $\int_{-1}^0 \frac{x^3 dx}{x^2+1}$

Вариант №4

1. Вычислите определённые интегралы:

1.1. $\int_1^8 \left(\frac{3}{4x} + \frac{1}{x^3} - 4x^2 + 5\sqrt[3]{x} \right) dx$; 1.2. $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(7+3x)^4}$; 1.3. $\int_0^{\pi} \cos x \cdot 5^{\sin x} dx$;

1.4. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln^3 x}$; 1.5. $\int_0^1 \frac{x^6 dx}{\sqrt[5]{1-5x^7}}$; 1.6. $\int_{5\pi}^{7\pi} \sin \frac{x}{7} \cdot \sin \frac{x}{5} dx$. 1.7. $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x dx$;

1.8. $\int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1-9x^2} dx$, замена $x = \frac{1}{3} \sin t$; 1.9. $\int_{-1}^6 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq 0, \\ x+1, & \text{если } 0 < x \leq 4, \\ 2/x, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$. 2.2. $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = e$.

3. Найдите среднее значение функций: 3.1. $y = xe^{-x^2}$, $[0; 1]$ 3.2. $y = \frac{1}{(2x+3)^2}$, $[-1; 0]$.

4. Решите уравнение $\int_1^x (3-4t) dt = 0$.

5. Оцените интеграл $\int_{-2}^1 \frac{x^2 dx}{x+3}$

Вариант №5

1. Вычислите определённые интегралы:

1.1. $\int_1^8 \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 4x^3 \right) dx$; 1.2. $\int_1^2 \sin(3x-2) dx$; 1.3. $\int_0^\pi \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$;

1.4. $\int_\pi^{2\pi} \cos^3 \frac{x}{3} dx$; 1.5. $\int_0^2 x^4 \cdot \sqrt{x^5+3} dx$; 1.6. $\int_0^{0.5\pi} \sin 3x \cdot \sin \frac{x}{6} dx$ 1.7. $\int_1^2 \frac{e^{1/x} dx}{x^2}$;

1.8. $\int_0^{1/5} \sqrt{1-25x^2} dx$, замена $x=9\sin t$; 1.9. $\int_2^{16} f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 3, \\ 0, & \text{если } 3 < x \leq 9, \\ 4/\sqrt{x}, & \text{если } x > 9. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = 6 - 2x, y = 6 + x - x^2$. 2.2. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = 4^x, y = 4$.

3. Найдите среднее значение функций на отрезке:

3.1. $y = x^2 + 3, [-2, 0]$; 3.2 $y = \sin \frac{x}{2}, [-\pi, 0]$

4. Решите уравнение

.. $\int_{-2}^x (2t-3) dt = -6$

5. Оцените интеграл $\int_0^1 x e^{2x} dx$

Вариант №6

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_1^8 \left(x + 2 - \frac{3}{x^3} + \frac{1}{2\sqrt[3]{x}} \right) dx$; 1.2. $\int_0^2 x \cdot e^{2x^2-3} dx$; 1.3. $\int_{2\pi}^{3\pi} \frac{\cos x dx}{\sqrt{5-\sin x}}$;

1.4. $\int_0^\pi \sin^2 \frac{x}{3} dx$; 1.5. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt[3]{(3x^2-5)^5}}$; 1.6. $\int_0^{0.5\pi} \sin 2x \cdot \sin 11x dx$. 1.7. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\arctg^3 x dx}{1+x^2}$;

1.8. $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx$, замена $x=5\sin t$; 1.9. $\int_0^7 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{если } x \leq 2, \\ 4x, & \text{если } 2 < x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x > 6. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = 9 - x^2, y = x^2 - 2x + 5$. 2.2. $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 2, x = 6$;

3. Найдите среднее значение функций:

3.1. $y = 3^x, [-2; 3]$; 3.2. $y = \frac{1}{(2x-3)^2}, [2; 4]$.

4. Решите уравнение $\int_x^4 t^3 dt = 9$.

5. Оцените интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{x^3+4}$

Вариант №7

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_1^4 \left(3x^2 + 7 - \frac{5}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$; 1.2. $\int_0^{0,25\pi} \frac{dx}{\cos^2 x/2}$; 1.3. $\int_e^3 \frac{dx}{x \ln^6 x}$;

1.4. $\int_0^{7\pi} \sin^2 2x/7 dx$; 1.5. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{7x-5}}$; 1.6. $\int_{\pi}^{3\pi} \cos x/2 \cdot \cos^4 x/3 dx$. 1.7. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$;

1.9. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$, замена $x = 9 \sin t$;

1.8. $\int_1^e x^2 \ln x dx$; 1.9. $\int_{-3}^3 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 1-x/3 & \text{если } x \leq -2, \\ 4, & \text{если } -2 < x \leq 1, \\ x^2/3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = x^3$, $y = 8$, $x = 1$; 2.2. $y = \frac{1}{2x}$, $y = 0$, $x = \frac{1}{4}$, $x = 2$.

3. Найти среднее значение функций:

3.1. $y = 3x^2$, $[-1; 2]$; 3.2. $y = \frac{\ln x}{x}$, $[1; e]$.

4. Решить уравнение $\int_x^4 \frac{dt}{\sqrt{t}} = 0$.

5. Оцените интеграл $\int_{-1}^2 \frac{x dx}{x^3 + 4}$

Вариант №8

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_1^4 \left(3x^3 + 2 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$; 1.2. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{7x+2}}$; 1.3. $\int_0^{\pi} \frac{\cos x dx}{(\sin x + 5)^4}$;

1.4. $\int_{\pi}^{2\pi} \cos^2 2x/5 dx$; 1.5. $\int_0^{0,5} x^3 \cdot \sqrt{2-7x^4} dx$; 1.6. $\int_{\pi}^{4\pi} \cos x/4 \cdot \cos^4 x/5 dx$. 1.7. $\int_9^{16} \frac{dx}{x^2-4}$;

1.8. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$, замена $x = 2 \sin t$; 1.9. $\int_{-5}^5 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } x \leq -3, \\ 2x-3, & \text{если } -3 < x \leq 3, \\ -x^2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = x^2 + 4x + 4$, $y = 4 - x^2$. 2.2. $y = 2^x$, $y = 4^x$, $x = 2$.

3. Найдите среднее значение функций:

3.1. $y = e^x$, $[0; 2]$; 3.2. $y = \frac{x}{(x^2+1)^2}$, $[0; 1]$.

4. Решите уравнение $\int_3^x t dt = 8$.

5. Оцените интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+2x+4}$

Вариант №9

1. Вычислить определённые интегралы :

1.1. $\int_1^2 \left(4x^3 - \frac{1}{7} + \frac{5}{x^6} - 3\sqrt{x} \right) dx$; 1.2. $\int_0^1 5^{3x-2} dx$; 1.3. $\int_1^e \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{\ln x - 3}}$;

1.4. $\int_{0.5}^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\arcsin^3 x \cdot \sqrt{1-x^2}}$; 1.5. $\int_{4\pi}^{5\pi} \sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{5} dx$; 1.6. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx$; 1.7. $\int_2^5 \frac{dx}{(x-6)^2}$;

1.8. $\int_0^{1/4} \sqrt{1-16x^2} dx$, замена $x = \frac{1}{4} \sin t$; 1.9. $\int_{-4}^2 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} -x/4, & \text{если } x \leq -2, \\ 0, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = x^2 - 2x + 4, y = 3, x = -1$. 2.2. $y = -\frac{2}{x}, y = 0, x = -4, x = -1$.

3. Найти среднее значение функций:

3.1. $y = \cos 2x, \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$; 3.2. $y = \sqrt{1+x}, [0; 3]$.

4. Решить уравнение $\int_2^x t dt = 0$.

5. Оцените интеграл $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{x^3 + 4}$

Вариант №10

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_4^9 \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2x} + 2 - \frac{\sqrt{x}}{3} \right) dx$; 1.2. $\int_{-1}^1 (4+3x)^4 dx$; 1.3. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$; 1.9. $\int_0^1 \frac{xdx}{(2x^2 - 5)^2}$;

1.4. $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x \cdot \sqrt[5]{\sin x + 2} dx$; 1.5. $\int_0^{9\pi} \cos \frac{x}{9} \cdot \cos 2x dx$ 1.6. $\int_0^3 \frac{dx}{2x+5}$;

1.7. $\int_0^{1/9} \sqrt{1-81x^2} dx$, замена $x = 9 \sin t$; 1.8. $\int_{-10}^0 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 5, & \text{если } x \leq -5, \\ x^2, & \text{если } -5 < x \leq -1, \\ 3 - x/4, & \text{если } x > -1. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = x^2 - 4x + 5, y = 0, x = 0, x = 4$. 2.2. $y = 3 - \frac{1}{x}, y = 0, x = -6, x = -3$.

3. Найдите среднее значение функций:

3.1. $y = \sin x, \left[0; \frac{\pi}{2} \right]$; 3.2. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, [1; 4]$.

4. Решите уравнение $\int_1^x t dt = 5$.

5. Оцените интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{x^3 + x}$

Вариант №11

1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \left(\frac{4x}{5} - \frac{3}{x^3} + \frac{4}{x} - 7\sqrt[4]{x^3} \right) dx; \quad 1.2. \int_2^3 \sqrt[3]{9-4x} \cdot dx; \quad 1.3. \int_0^1 \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{2+e^{2x}}};$$

$$1.4. \int_0^{\pi} \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx; \quad 1.5. \int_1^e \frac{dx}{x \cos^2(\ln x)}; \quad 1.6. \int_0^{2\pi} \cos 3x \cdot \sin 2x dx.$$

$$1.7. \int_{-11}^4 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}; \quad 1.8. \int_0^5 \sqrt{25-x^2} \cdot dx, \text{ замена } x = 5 \sin t;$$

$$1.9. \int_{-4}^2 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{если } x \leq -2, \\ x^3, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ 4, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = x^2 + 2x + 5, y = 5 - 2x.$$

$$2.2. y = x^3, y = 0, x = 2, x = -1.$$

3. Найдите среднее значение функций на отрезке:

$$3.1. y = \cos^2 x, \quad \left[0; \frac{\pi}{4}\right];$$

$$3.2. y = \frac{1}{x\sqrt{x}}, \quad [0; 9].$$

$$4. \text{ Решите уравнение } \int_0^x (4t+1) dt = 0. \quad 5. \text{ Оцените интеграл } \int_{-1}^0 x e^{-2x} dx$$

Вариант №12

1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^4 \left(3\sqrt[4]{x^3} + \frac{3}{5} - \frac{4}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad 1.2. \int_2^3 x^4 \cdot \sqrt[4]{x^5-4} dx; \quad 1.3. \int_0^{0.25} \frac{\arcsin^3 2x dx}{\sqrt{1-4x^2}};$$

$$1.4. \int_0^{5\pi} \sin 2x \cdot \cos \frac{2x}{5} dx; \quad 1.5. \int_1^2 10^{5-4x} dx; \quad 1.6. \int_{\pi}^{2\pi} \cos^3 \left(\frac{x}{2} \right) dx.$$

$$1.7. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx, \text{ замена } x = t^2;$$

$$1.8. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \cdot \sin^3 x dx; \quad 1.9. \int_{-5}^4 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{если } x \leq -3, \\ 0, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 5 + 3x - 2x^2, y = x + 1.$$

$$2.2. y = \sqrt{x}, x = 4, y = 0, x = 1.$$

3. Найти среднее значение функций на отрезке:

$$3.1. y = x^2 + \sqrt{x}, [1; 4];$$

$$3.2. y = e^{5x+4}, \quad [0; 2].$$

$$4. \text{ Решить уравнение } \int_x^2 t dt = -4.$$

$$5. \text{ Оцените интеграл } \int_{-1}^2 \frac{dx}{x^3+8}$$

Вариант №13

1. . Вычислить определённые интегралы :

$$1.1. \int_1^2 \left(\frac{3}{x^4} - 2 + \frac{x^3}{2} - 3\sqrt[6]{x^5} \right) dx; \quad 1.2. \int_{-2}^{-1} \sin(9+4x) dx; \quad 1.3. \int_0^1 x \cdot e^{-2x^2+3} dx;$$

$$1.4. \int_0^{0.25} \frac{\arccos^2(x/2)}{\sqrt{1-4x^2}} dx; \quad 1.5. \int_{\pi}^{2\pi} \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{7x}{2} dx.$$

$$1.6. \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx; \quad 1.7. \int_1^e \frac{(2 \ln x + 5)^2 dx}{x}; \quad 1.8. \int_0^{\frac{1}{5}} \sqrt{1-25x^2} dx, \text{ замена } x = \frac{1}{5} \sin t;$$

$$1.9. \int_{-2}^8 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3x-4, & \text{если } x \leq 1, \\ 5, & \text{если } 1 < x \leq 4, \\ \sqrt{x^3}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = x^2 - 4x + 6, y = 4x - x^2. \quad 2.2. x + y = 5, y = \frac{4}{x}.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = \frac{2}{\sin^2 x}, \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]; \quad 3.2. y = \left(x + \frac{1}{x} \right), [1; e].$$

$$4. \text{ Решить уравнение } \int_x^1 t dt = -2. \quad 5. \text{ Оцените интеграл } \int_{-1}^1 \frac{xdx}{2x^3+4}$$

Вариант №14

1. Вычислить определённые интегралы :

$$1.1. \int_1^2 \left(\frac{3}{x} - \frac{2}{x^3} + \frac{x^2}{4} + 5\sqrt[3]{x^4} \right) dx; \quad 1.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{5-3x}}; \quad 1.3. \int_0^{\pi} \cos x \cdot e^{2\sin x} dx;$$

$$1.4. \int_{\pi}^{2\pi} \cos^4(x/2) dx; \quad 1.5. \int_{-1}^0 \frac{x^4 dx}{\sqrt[5]{2-3x^5}}; \quad 1.6. \int_{7\pi}^{14\pi} \cos(x/7) \cdot \sin(3x/7) dx. \quad 1.7. \int_{\pi/6}^{\pi/4} ctg x dx;$$

$$1.8. \int_{-2}^1 \frac{xdx}{\sqrt{2-x}}, \text{ замена } x = 2 - t^2; \quad 1.9. \int_{-3}^7 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2+1, & \text{если } 0 < x \leq 4, \\ 1/\sqrt{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = x^2 - 2x + 1, y = x^3. \quad 2.2. y = e^x, x = 0, x = 3, y = 0.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = \sin(x/2), [-\pi, 2\pi]; \quad 3.2. y = \sqrt{2x-3}, [2; 3.5].$$

$$4. \text{ Решите уравнение } \int_x^3 \frac{dt}{\sqrt{4-t}} = -2. \quad 5. \text{ Оцените интеграл } \int_{-2}^1 \arctg x dx$$

Вариант №15

1. Вычислить определённые интегралы :

$$1.1. \int_1^2 \left(\frac{3}{x^5} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^7}} + \frac{x^3}{5} - 2e \right) dx; \quad 1.2. \int_{-1}^0 \frac{dx}{4+9x^2}; \quad 1.3. \int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{3+x^4}};$$

$$1.4. \int_0^{\pi} \cos^2 \frac{x}{3} dx; \quad 1.5. \int_2^3 x^5 \cdot \sqrt[4]{2x^6-3} dx; \quad 1.6. \int_{\pi}^{3\pi} \cos 3x \cdot \sin \frac{2x}{3} dx.$$

$$1.8. \int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{3x+1}}, \text{ замена } x = \frac{1}{3}(t^2-1); \quad 1.9. \int_{-1}^{10} f(x)dx, \quad f(x) = \begin{cases} -2x+1, & \text{если } x \leq 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq 9, \\ 4\sqrt{x}, & \text{если } x > 9. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 1 - x, y = 3 - 2x - x^2. \quad 2.2. y = x^3, x = 0, y = 8.$$

3. Найдите среднее значение функций на отрезке:

$$3.1. y = x^2 + 3, [-2, 0]; \quad 3.2. y = \sin \frac{x}{2}, [-\pi, 0].$$

4. Решите уравнение $\int_x^1 \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2$.

5. Оцените интеграл $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{x^3+4}$

Вариант №16

1. Вычислите определённые интегралы :

$$1.1. \int \left(\frac{3}{x} + 2\sqrt[5]{x^4} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{4\sqrt[6]{x}} \right) dx; \quad 1.2. \int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx; \quad 1.3. \int \frac{\operatorname{tg}^3 4x dx}{\cos^2 4x};$$

$$1.4. \int \sin^2 \frac{7x}{3} dx; \quad 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[4]{(4-3x^3)^5}}; \quad 1.6. \int \cos 2x \cdot \sin 12x dx. \quad 1.7. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos x \cdot e^{-3\sin x} dx;$$

$$1.8. \int_4^9 \frac{dx}{x-\sqrt{x}}, \text{ замена } x = t^2; \quad 1.9. \int_{-4}^5 f(x)dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq -1, \\ 2-4x, & \text{если } -1 < x \leq 2, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 4x - x^2, y = 4 - x. \quad 2.2. y = e^x, y = e^{2x}, x = 1.$$

3. Найти среднее значение функций:

$$3.1. y = 5^x, [-2; 0]; \quad 3.2. y = \frac{1}{\cos^2 x}, \left[0; \frac{\pi}{4} \right].$$

4. Решить уравнение $\int_1^x \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{2}$.

5. Оцените интеграл $\int_0^2 \frac{xdx}{x^3+4}$

Вариант №17

1. Вычислить определённые интегралы:

1.1. $\int_1^2 \left(2x^4 - 7e + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} \right) dx$; 1.2. $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{dx}{\sin^2(2x/3)}$; 1.3. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln^3 x}}$;

1.4. $\int_0^{2\pi} \sin^3(x/2) dx$; 1.5. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt[4]{3x^2 - 4}}$; 1.6. $\int_0^{\pi} \sin x/2 \cdot \cos x/4 dx$.

1.7. $\int_1^{e^2} \frac{dx}{2x+1}$; 1.8. $\int_2^{18} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-2}}$, замена $x = t^3 + 2$;

1.9. $\int_{-4}^3 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} x/3 & \text{если } x \leq -1, \\ 4, & \text{если } -1 < x \leq 0, \\ x^2/2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = -\frac{2}{x}$, $y = 0$, $x = -4$, $x = -1$. 2.2. $y = \frac{6}{x}$, $x + y = 7$.

3. Найдите среднее значение функций:

3.1. $y = \sin 3x$, $[0; \pi/6]$; 3.2. $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, $[1; e]$.

4. Решите уравнение $\int_{-1}^x (t+3) dt = 5$. 5. Оцените интеграл $\int_{-2}^1 \frac{xdx}{x^4 + 6}$

Вариант №18

1. Вычислить определённые интегралы :

1.1. $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{x}{e} - 2 + \frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^5}} \right) dx$; 1.2. $\int_{-2}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-x)^4}}$; 1.3. $\int_0^{\pi} \frac{\sin 3x dx}{(2 \cos 3x + 5)^4}$;

1.4. $\int_{\pi}^{3\pi} \cos^2(x/3) dx$; 1.5. $\int_{-1}^0 x^2 \cdot \sqrt{2-5x^3} dx$; 1.6. $\int_{\pi}^4 \cos x/4 \cdot \sin x/6 dx$. 1.7. $\int_2^4 \frac{xdx}{3x^2 - 4}$

1.8. $\int_0^{14} \frac{xdx}{\sqrt[4]{x+2}}$, замена $x = t^4 - 2$; 1.9. $\int_{-5}^3 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } x \leq -3, \\ 1-2x, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

2.1. $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. 2.2. $y = 4^x$, $y = (0.5)^x$, $y = 4$.

3. Найдите среднее значение функций:

3.1. $y = e^{2x}$, $[0; 1]$; 3.2. $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, $[1; e]$.

4. Решите уравнение $\int_0^x (3t^2 + 1) dt = 0$ 5. Оцените интеграл $\int_1^e \ln x dx$

Вариант №19

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \left(5x^4 - \frac{e}{7} + \frac{4}{x^4} - 3\sqrt{x^7} \right) dx; \quad 1.2. \int_0^1 9^{2-5x} dx; \quad 1.3. \int_1^e \frac{dx}{x^3 \sqrt{(2 \ln x - 3)^4}};$$

$$1.4. \int_0^{\pi} \sin^2(x/2) \cdot \cos(x/2) dx; \quad 1.5. \int_{0,5}^1 \frac{dx}{\arctg^4 2x \cdot (1+4x^2)}; \quad 1.6. \int_0^4 e^{-2x+7} dx;$$

$$1.7. \int_{2\pi}^{4\pi} \sin 3x/4 \cdot \sin x/2 dx \quad 1.8. \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}, \text{ замена } x = \frac{t-1}{2};$$

$$1.9. \int_{-5}^6 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ 2, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ e^x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 2x^2 - x + 2, y = 0, x = 3, x = 0. \quad 2.2. y = \frac{6}{x}, y = 0, x = 1, x = 2.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = \sin x, \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]; \quad 3.2. y = \sqrt{2+3x}, [0; 3].$$

$$4. \text{Решите уравнение } \int_1^x (1-2t) dt = 1. \quad 5. \text{Оцените интеграл } \int_0^2 \sqrt{2x-x^2} dx$$

Вариант №20

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_2^4 \left(\frac{3x}{2} - \frac{5}{x} + e^2 - \frac{\sqrt[5]{x^3}}{5} \right) dx; \quad 1.2. \int_0^{\pi} \cos x \cdot (4-3 \sin x)^4 dx; \quad 1.3. \int_0^1 \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x};$$

$$1.4. \int_{0,5\pi}^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx; \quad 1.6. \int_0^{0,5\pi} \sin(x/5) \cdot \cos 2x dx.$$

$$1.7. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\operatorname{ctg}^3 x dx}{\sin^2 x}; \quad 1.8. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}; \quad 1.8. \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx, \text{ замена } x = \sqrt{3} \sin t;$$

$$1.9. \int_{-9}^0 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{если } x \leq -7, \\ x^3, & \text{если } -7 < x \leq -1, \\ \frac{x-4}{4}, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 5 - 2x^2, y = 3x^2. \quad 2.2. y = x^3, y = 8, x = 0.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = x\sqrt{x}, [1; 9]; \quad 3.2. y = \frac{\ln^2 x}{x}, [1; e].$$

$$4. \text{Решите уравнение } \int_2^x (2t+1) dt = 0. \quad 5. \text{Оцените интеграл } \int_0^1 x e^{-2x} dx$$

ВАРИАНТ21

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \left(5x^4 - \frac{e}{7} + \frac{4}{x^4} - 3\sqrt{x^7} \right) dx; \quad 1.2. \int_0^1 9^{2-5x} dx; \quad 1.3. \int_1^e \frac{dx}{x^3 \sqrt{(2 \ln x - 3)^4}};$$

$$1.4. \int_0^{\pi} \sin^2(x/2) \cdot \cos(x/2) dx. \quad 1.5. \int_{0,5}^1 \frac{dx}{\arctg^4 2x \cdot (1+4x^2)}; \quad 1.6. \int_0^4 e^{-2x+7} dx; \quad 1.7. \int_0^1 \frac{xdx}{(3x^2+1)^2};$$

$$1.8. \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}, \text{ замена } x = \frac{t-1}{2}; \quad 1.9. \int_{-5}^6 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ 2, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ e^x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 2x^2 - x + 2, y = 0, x = 3, x = 0. \quad 2.2. y = \frac{6}{x}, y = 0, x = 1, x = 2.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = \sin x, \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]; \quad 3.2. y = \sqrt{2+3x}, [0; 3].$$

$$4. \text{ Решите уравнение } \int_1^x (1-2t) dt = 1. \quad 5. \text{ Оцените интеграл } \int_{-2}^1 \arctg x dx$$

Вариант №22

1. Вычислите определённые интегралы:

$$1.1. \int_2^4 \left(\frac{3x}{2} - \frac{5}{x} + e^2 - \frac{\sqrt[5]{x^3}}{5} \right) dx; \quad 1.2. \int_0^{\pi} \cos x \cdot (4-3 \sin x)^4 dx; \quad 1.3. \int_0^1 \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x};$$

$$1.4. \int_{0,5\pi}^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin^3 x dx; \quad 1.5. \int_0^1 x^2 \cdot \sqrt[5]{(4-3x^3)^2} dx;$$

$$1.6. \int_0^{0,5\pi} \sin(x/5) \cdot \cos 2x dx.$$

$$1.7. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}; \quad 1.8. \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx, \text{ замена } x = \sqrt{3} \sin t;$$

$$1.9. \int_{-9}^0 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{если } x \leq -7, \\ x^3, & \text{если } -7 < x \leq -1, \\ \frac{x-4}{4}, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 5 - 2x^2, y = 3x^2. \quad 2.2. y = x^3, y = 8, x = 0.$$

3. Найдите среднее значение функций:

$$3.1. y = x\sqrt{x}, [1; 9]; \quad 3.2. y = \frac{\ln^2 x}{x}, [1; e].$$

$$4. \text{ Решите уравнение } \int_2^x (2t+1) dt = 0. \quad 5. \text{ Оцените интеграл } \int_0^1 \arctg 2x dx$$