

ДОМАШНИЕ РАБОТЫ ПО МОДУЛЮ

«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Домашняя работа №1

Для выполнения домашней работы необходимо повторить:

- определение матрицы и её размерности
- линейные операции над матрицами

1. Приведите пример квадратной матрицы третьего порядка. Запишите чему равны элементы a_{21} , a_{12} ; выпишите элементы, стоящие на главной диагонали.

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти $3A - 2B, A + 3B - C$.

3. Решите уравнение $2A + X = B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$.

4. Запишите ответы на следующие вопросы:

- что называется матрицей размерности $m \times n$?
- какая матрица называется квадратной?
- какая матрица называется единичной?
- какая матрица называется нулевой?
- можно ли сложить две матрицы разной размерности?

Домашняя работа №2

Для выполнения домашней работы необходимо повторить темы:

- определение транспонированной матрицы
- произведение матриц

1. Найти $A \cdot B^T + 2$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Найдите $P(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $P(x) = x^2 - 2x - 1$.

3. . Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$. Найти:
а) $A \cdot A^T$; б) $A \cdot (B + C)$.

Домашняя работа №3

Для выполнения домашней работы необходимо повторить темы:

- вычисление определителей второго порядка
- вычисление определителей третьего порядка
- свойства определителей

1. Вычислить определители второго порядка:

$$1.1. \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}; \quad 1.2. \begin{vmatrix} x & xy \\ 1 & y \end{vmatrix}; \quad 1.3. \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

2. Решить уравнения:

$$2.1. \begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 2.2. \begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = -6; \quad 2.3. \begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определители третьего порядка

$$3.1. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}; \quad 3.2. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}; \quad 3.3. \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}; \quad 3.4. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Решить уравнения

$$4.1. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & x-3 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 0; \quad 4.2. \begin{vmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 4.3. \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2x+3 \\ 3-x & 1 & 1 \\ 2x+1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

5. Решить неравенства

$$5.1. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ x+2 & 0 & 1 \\ -2 & 3-x & 1 \end{vmatrix} < 0; \quad 5.2. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & x+5 & 2-x \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} \leq 4; \quad 5.3. \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2-3x & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \leq 0.$$

Домашняя работа №4

Для выполнения домашней работы необходимо повторить темы:

- метод Крамера
- определение совместной системы уравнений
- определение определённой системы уравнений

1. Решите систему уравнений методом Крамера и сделайте проверку:

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = 3, \\ x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$$

2. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти решение

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Выяснить является система уравнений совместной и определённой

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0. \end{cases}$$

Домашняя работа №5

Для выполнения домашней работы необходимо повторить темы:

- определение обратной матрицы
- схему нахождения обратной матрицы
- способы решения матричных уравнений

1. Найти A^{-1} и сделать проверку, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Найти A^{-1} и сделать проверку, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

3. Решить матричным методом систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

4. Решить уравнение $AX + B = C$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$,

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$