

Лекция № 13 (2 часа). Разъемные соединения

3.1.2 Разъемные соединения

3.1.2.1 Резьбовые соединения

3.1.2.1.1 Резьбы и их классификация

Рассмотрим образование резьбы.

Винтовая линия atn образуется гипотенузой прямоугольного треугольника abc при его навивании на круглый цилиндр диаметра d_2 (рис. 5.1.16, а).

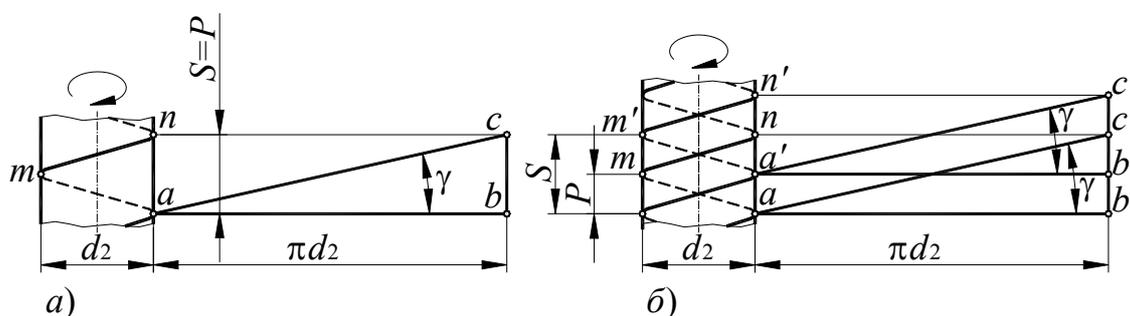


Рис. 5.1.16

Винтовая линия за один оборот треугольника abc вокруг цилиндра опишет траекторию atn (рис. 5.1.16, а). Следовательно, *ходом* винтовой линии S (расстояние между витками одной и той же винтовой линии в осевом направлении цилиндра) является отрезок образующей цилиндра an . *Шагом* винтовой линии P называется расстояние между двумя соседними витками в осевом направлении цилиндра. Очевидно, что если винтовая линия *единственная* (рис. 5.1.16, а), то выполняется условие:

$$S = P. \quad (5.1.47)$$

Если вокруг цилиндра образованы две (или более) винтовых линии, то, при *равном* расстоянии между витками (рис. 5.1.16, б) связь между *ходом* S и *шагом* винтовой линии P определится уравнением:

$$S = zP, \quad (5.1.48)$$

где z – число параллельных винтовых линий (число заходов).

Если *плоскую* фигуру перемещать вокруг *круглого* цилиндра по *винтовой* линии так, чтобы ее плоскость при движении постоянно проходила через *геометрическую ось цилиндра*, то *боковые* стороны плоской фигуры опишут поверхность *резьбы* (рис. 5.1.17).

В зависимости от вида выбранной плоской фигуры (треугольник, прямоугольник, трапеция, прямоугольная трапеция, полукруг) получит-

ся соответствующая резьба – *треугольная* (рис. 5.1.17, а), *прямоугольная* (рис. 5.1.17, б), *трапецидальная* (рис. 5.1.17, в), *упорная* (рис. 5.1.17, г) или *круглая* (рис. 5.1.17, д).

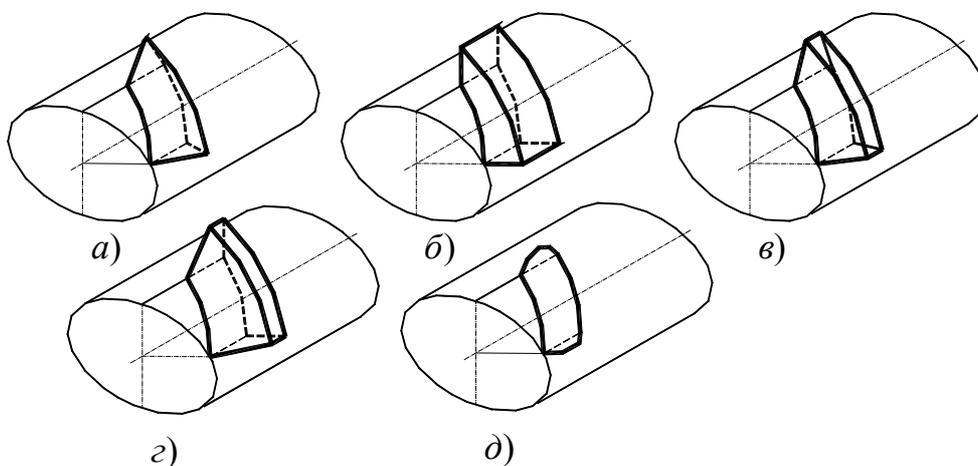


Рис. 5.1.17

Две детали, образующие резьбовое соединение, имеют соответственно на наружной и внутренней поверхностях *наружную* и *внутреннюю* резьбу (рис. 5.1.18).

Основными геометрическими параметрами *цилиндрической* резьбы являются:

d – наружный диаметр резьбы (номинальный);

d_1 – внутренний диаметр резьбы (расчетный);

d_2 – средний диаметр резьбы (диаметр воображаемого цилиндра, на котором ширина витка равна ширине впадины);

P – шаг резьбы (расстояние между одноименными сторонами двух соседних витков в осевом направлении);

S – ход резьбы (расстояние между одноименными сторонами одного и того же витка в осевом направлении);

z – число заходов резьбы;

α – угол профиля резьбы;

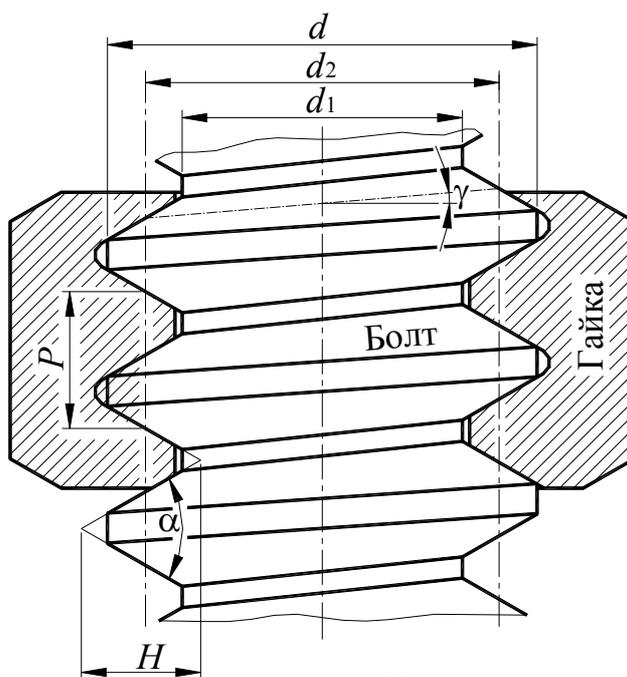


Рис. 5.1.18

γ – угол подъема резьбы (угол, образованный касательной к винтовой линии по среднему диаметру резьбы и плоскостью, перпендикулярной к оси винта).

Из рис. 5.1.16:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{S}{\pi d_2} = \frac{Pz}{\pi d_2}. \quad (5.1.49)$$

По направлению винтовой линии различают *правую*, которая используется в подавляющем большинстве, и *левую* резьбы. *Правая* резьба получается при винтовой линии, идущей по направлению движения часовой стрелки, если смотреть в торец винта; в этом случае болты и гайки завинчиваются по ходу часовой стрелки. Наоборот, *левая* резьба получается, когда винтовая линия идет в обратном направлении, а болты и гайки завинчиваются против хода часовой стрелки.

Рассмотрим классификацию резьб в зависимости от ее *профиля* (рис. 5.1.17).

В метрической резьбе профилем для ее образования принят *равносторонний треугольник* с углом при вершине $\alpha = 60^\circ$ (ГОСТ 9150-81). Все размеры метрической резьбы измеряются в *миллиметрах* и для *цилиндрической* резьбы определяются ГОСТ 24705-81 (рис. 5.1.19).

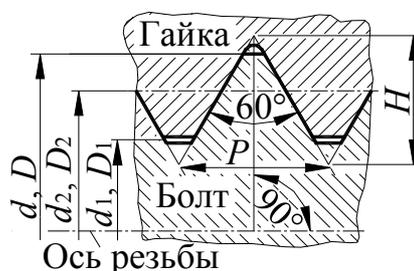


Рис. 5.1.19

По величине шага метрическую резьбу подразделяют делится на резьбу с *крупным* шагом; и *ряд резьб с мелким шагом*.

На чертежах и в технических текстах метрические резьбы с *крупным* шагом обозначаются буквой *M*, например, метрическая резьба с *крупным* шагом, *наружный диаметр* 14 мм: *M14*. Шаг резьбы в этом случае не указывается, так как он определен стандартом.

Метрические резьбы с *мелким* шагом обозначаются буквой *M* с обязательным указанием не только *наружного диаметра* резьбы, но и *шага* резьбы.

Например:

метрическая резьба с *мелким* шагом, *наружный диаметр* 12 мм, шаг резьбы 1,0 мм: *M12×1*.

Условное обозначение для *левой* резьбы дополняется буквами *LH*:

метрическая левая резьба с *мелким* шагом, *наружный диаметр* 12 мм, шаг резьбы 1,0 мм: *M12×1 LH*.

Метрическая коническая резьба с конусностью 1:16 (ГОСТ 25229-82) (рис. 5.1.20) применяется для конических резьбовых соединений, а также в

соединениях наружной конической резьбы с внутренней цилиндрической резьбой с профилем по ГОСТ 9150-81.

Обозначение *метрической конической* резьбы должно состоять из букв *МК*, номинального диаметра, шага и номера стандарта (для внутренней цилиндрической резьбы), например: *МК 20 × 1,5*.

Условное обозначение для *левой* резьбы дополняется буквами *ЛН*: *МК 20 × 1,5 ЛН*.

Дюймовая резьба (рис. 5.1.21) образована равнобедренным треугольником с углом при вершине α , равным 55° . Наружный диаметр дюймовой резьбы измеряется в *дюймах*, шаг определяется числом *нитек* винтовой линии на один дюйм (1") длины нарезанного стержня (1"=25,4 мм). В России эту резьбу допускается применять только при *ремонте старых* и *импортных* машин.

Трубная цилиндрическая резьба (ГОСТ 6357-81) представляет собой *мелкую дюймовую* резьбу с закругленными выступами и впадинами и имеет треугольный профиль с $\alpha = 55^\circ$. Для большей плотности соединения трубная резьба выполняется без зазора между вершинами выступов и впадин резьбы скрепляемых деталей. Трубная резьба применяется для соединения труб. *Номинальным размером трубной резьбы* считается *внутренний диаметр* самой трубы в *дюймах*.

В условное обозначение *трубной цилиндрической* резьбы должны входить буква *G*, обозначение размера резьбы и класс точности среднего диаметра, например, $G 1 \frac{1}{2} - A$.

Условное обозначение для *левой* резьбы дополняется буквами *ЛН*. Например, для *левой* резьбы класса точности *B*: $G 1 \frac{3}{4} ЛН - B$.

Наиболее высокую плотность соединения дает *трубная коническая* резьба (ГОСТ 6211-81).

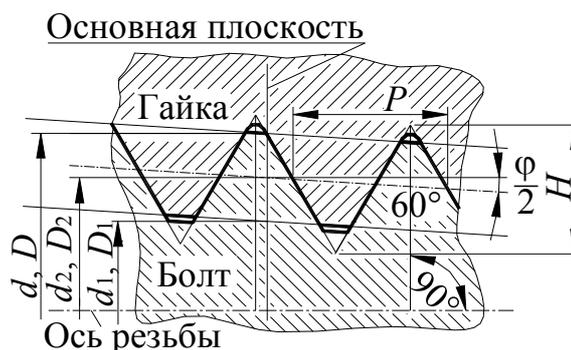


Рис. 5.1.20

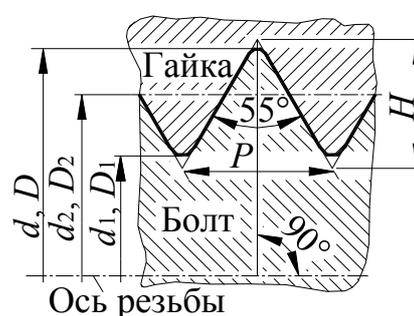


Рис. 5.1.21

В условное обозначение резьбы должны входить буквы (R – для конической наружной резьбы; R_c – для конической внутренней резьбы;) и обозначение размера резьбы в дюймах.

Условное обозначение для *левой* резьбы дополняется буквами LH .

Примеры обозначения резьбы:

внутренняя трубная коническая
резьба: $R_c 1\frac{1}{4}$.

левая наружная коническая резьба: $R 1\frac{1}{4} LH$.

Соединение *внутренней трубной цилиндрической* резьбы класса точности А по ГОСТ 6357-81 с *наружной трубной конической* резьбой

по ГОСТ 6211-81: $\frac{G}{R} 1\frac{1}{4} - A$.

Трапецидальная резьба (ГОСТ 9484-81) (рис. 5.1.22) является основной для *передачи реверсивного движения* под нагрузкой.

Профиль резьбы – равнобедренная трапеция с углом $\alpha = 30^\circ$.

Пример *условного обозначения трапецидальной* резьбы: $Tr. 40 \times 6$.

Упорная резьба (ГОСТ 10177-82) (рис. 5.1.23) имеет профиль в виде *неравнобокой трапеции*, причем рабочий угол профиля равен 3° , задний – 30° (ГОСТ 10177-62).

В *условное обозначение упорной* резьбы должны входить буква S , номинальный диаметр и шаг, например: $S80 \times 10$.

Для *левой* резьбы после условного обозначения размера резьбы указывают буквы LH , например: $S80 \times 10 LH$.

В условное обозначение *многозаходной* резьбы должны входить: буква S , номинальный диаметр, значение хода и (в скобках) буква P и значение шага, например:

для *двухзаходной* резьбы с шагом 10 мм и значением хода 20 мм: $S80 \times 20(P10)$;

для *двухзаходной левой* резьбы с шагом 10 мм и значением хода 20 мм: $S80 \times 20(P10)LH$.

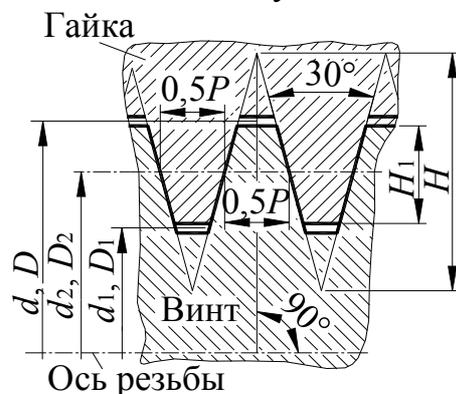


Рис. 5.1.22

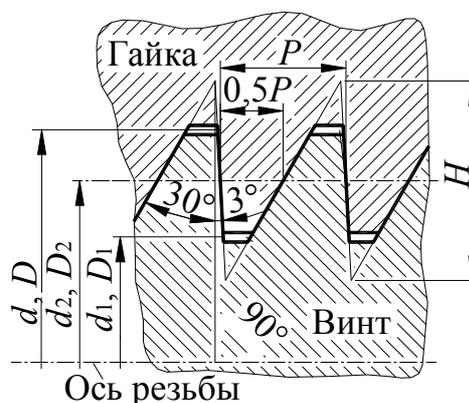


Рис. 5.1.23

Прямоугольная резьба (рис. 5.1.24) обычно делается квадратной ($\alpha = 0$).

Прямоугольная резьба не стандартизована.

Размеры прямоугольной резьбы выбираются расчетным путем:

$$P = 0,25d_1$$

$$d = 1,25d_1.$$

Круглая резьба (рис. 5.1.25) имеет профиль, образованный двумя дугами, соединенных сопряженными прямыми отрезками.

Угол профиля α равен 30° .

Круглая резьба в общем машиностроении применяется редко и поэтому не стандартизована. Ее размеры принимаются по стандартам предприятия.

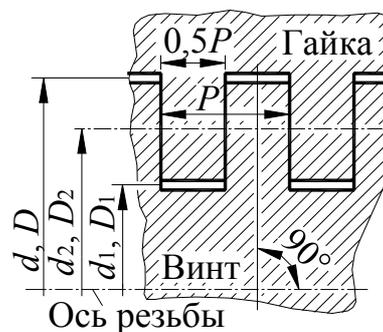


Рис. 5.1.24

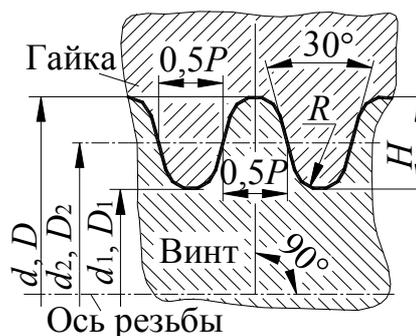


Рис. 5.1.25

3.1.2.1.2 Области применения резьб

На основе опыта эксплуатации резьбовых соединений созданы следующие рекомендации по применению резьб.

Для *неподвижных* (крепёжных) соединений обычно применяют *метрические* и *дюймовые* резьбы с крупным или мелким шагом.

При равных наружных диаметрах, в соответствии с формулой (5.1.49) угол подъема резьбы γ *мелких* резьб меньше угла подъема *основных* резьб, следовательно, у *мелких* резьб приведенный коэффициент трения выше. На основании этого очевидно, что *мелкие* резьбы более надежны по критерию самоотвинчивания в сравнении с *основными* метрическими резьбами. Кроме того, резьбы с *мелким* шагом имеют меньшую глубину впадины и, следовательно, меньше ослабляют сечение детали. Поэтому их применяют для соединения *тонкостенных* деталей и при действии *динамических* нагрузок. *Мелкие* метрические резьбы находят наибольшее применение в электромашиностроении, приборостроении, авиастроении и там, где недопустимы большие усилия при затяжке резьбового соединения.

Трубные резьбы, кроме перечисленных выше свойств, обладают повышенной герметичностью.

Коническая трубная резьба обеспечивает быстроту сборки и разборки соединений.

Для *подвижных* резьбовых соединений преимущественно используют *трапецеидальные, упорные и прямоугольные* резьбы, имеющие повышенные КПД и износостойкость.

Прямоугольную резьбу применяют в грузовых винтах, так как она обладает более высоким КПД по сравнению с трапецеидальной и упорной резьбами, но ее применение ограничено ее недостатками, основными из которых являются появление больших как радиальных, так и осевых зазоров при износе, вызывающих «мертвый ход», и недостаточно точная центровка сопрягаемых деталей соединения.

Трапецеидальная резьба широко применяется в станкостроении для *ходовых* винтов, то есть таких механизмов, где винт должен передавать усилие и движение. Такие резьбы, по сравнению с прямоугольными, более технологичны и, следовательно, менее дороги в изготовлении, и, по условиям прочности, требует меньшей высоты гайки.

Упорная резьба, при одинаковых габаритах с прямоугольной, имеет прочность выше, поэтому она применяется для восприятия больших усилий при передвижении одной части машины или устройства относительно другой (колонны гидравлических прессов, домкраты и др.) при *одностороннем* направлении нагрузки.

Круглая резьба по сравнению с вышеперечисленными резьбами, менее чувствительна к загрязнению (песок, пыль и др.), к толчкам, хорошо воспринимает ударные нагрузки, поэтому ее применяют в винтах водопроводной и паровой арматуры, в винтовых стяжках, ручных тормозах и других подобных устройствах.

3.1.2.1.3 Основные конструкции резьбовых соединений

Все резьбовые соединения в зависимости от назначения можно разделить на две основные группы:

— резьбовые соединения для скрепления деталей друг с другом (*крепежные*);

— резьбовые соединения для передачи сил и движения (*ходовые*).

Наибольшее распространение среди резьбовых деталей получили *крепежные*: болты, винты, шпильки и гайки (рис. 5.1.26), все размеры которых определены стандартами.

Болт (винт) представляет собой цилиндрический или конический стержень, на одном конце которого имеется головка, а на другом – резьба для навинчивания гайки (рис. 5.1.26, *a – e*).

Крепежные винты в зависимости от *типа резьбового соединения* (рис. 5.1.27) применяют следующих исполнений:

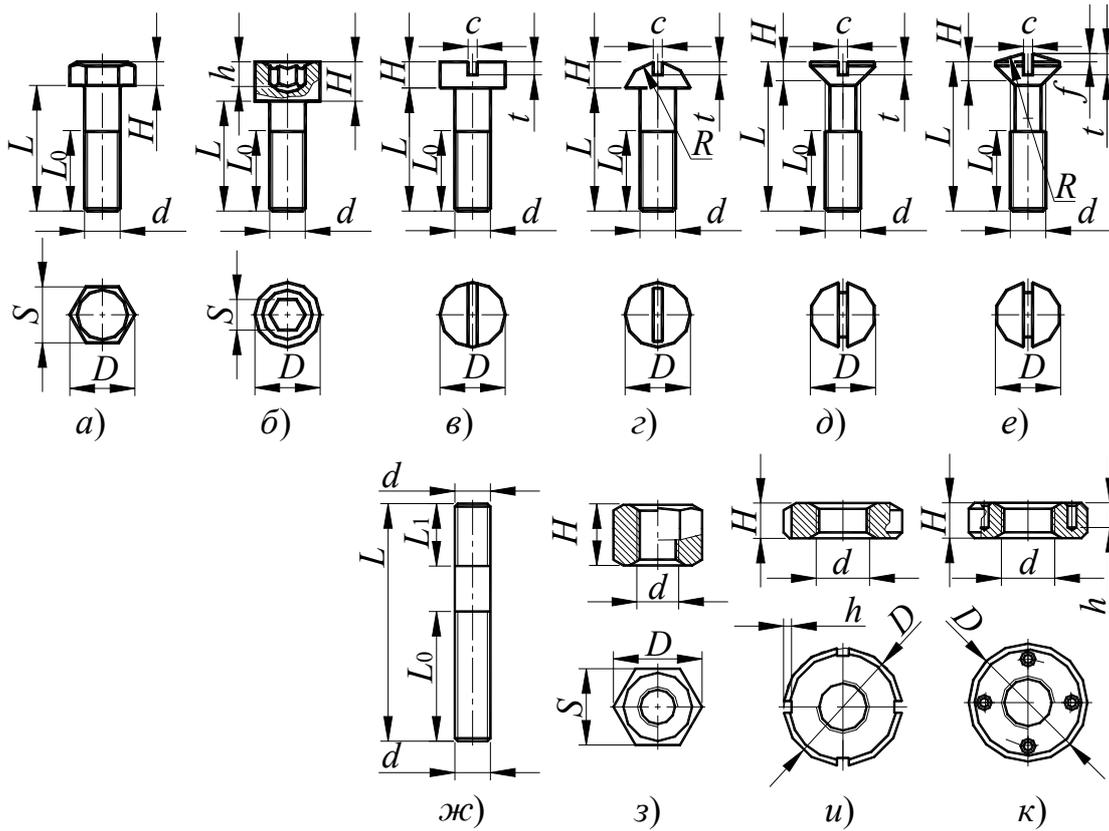


Рис. 5.1.26

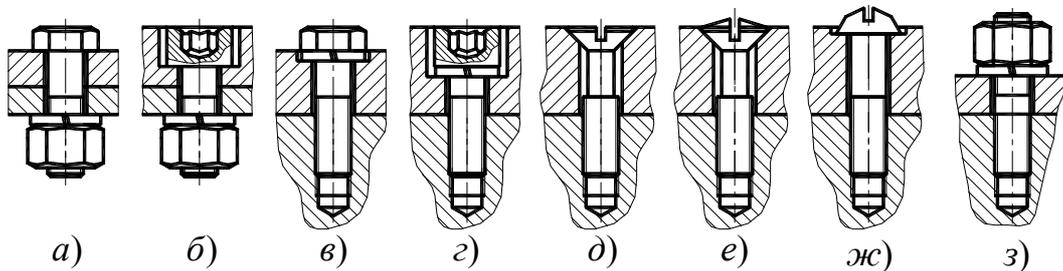


Рис. 5.1.27

— винты с гайками, обычно называемые болтами (рис. 5.1.27, а, б); наиболее распространенным видом которых являются болты с шестигранной головкой под ключ (рис. 5.1.26, а, б, 5.1.27, а, б) из-за большого допускаемого усилия затяжки и небольшого угла поворота ключа до перехвата;

— винты, ввинчиваемые в одну из скрепляемых деталей (рис. 5.1.26, а–е, 5.1.27, в–ж).

Шпилька (рис. 5.1.26, ж, 4.2.27, з) имеет два резьбовых конца. Одним (посадочным) концом шпилька ввертывается в одну из соединяемых деталей, на другой конец шпильки навинчивается гайка.

Болтовые соединения (рис. 5.1.27, а, б) применяют при свободном доступе к гайке и головке болта для скрепления деталей сравнительно небольшой толщины (например, при наличии фланцев), а также при многократной разборке и сборке соединений. В последнем случае при большой толщине соединяемых деталей предпочтение отдается соединениям *шпильками*.

Соединения *винтом* (рис. 5.1.27, в–ж) и *шпилькой* (рис. 5.1.27, з) применяют для скрепления деталей при наличии доступа монтажного инструмента лишь с одной стороны. При этом шпильки используют обычно для соединения деталей корпусов из материалов с невысокой прочностью (чугуна, алюминиевых и магниевых сплавов, композиционных материалов), а винты – для соединения деталей корпусов из высокопрочных материалов (сталей и сплавов). *Шпильки* в корпусной детали фиксируют (стопорят) (посадкой на резьбе с натягом, завинчиванием на сбег резьбы, с помощью клея и т.д.) для предотвращения вывинчивания их при отвинчивании гаек.

Область применения соединений *винтом* с головкой со *шлицом* (рис. 5.1.27, в–е, 4.2.27, д–ж) в силовых конструкциях ограничена.

Для предотвращения отвинчивания крепежных деталей при завинчивании *гаек* (рис. 5.1.27, а, б, з) или *винтов* (рис. 5.1.27, в, г), под них подкладывают *пружинные шайбы*. Размеры пружинных шайб определены стандартами.

Для более равномерного распределения усилий на большей площади соединяемых деталей и предохранения поверхности детали от повреждения под гайку или головку болта (винта) закладываются *плоские шайбы*. Если в соединении используется пружинная шайба, то плоская шайба прокладывается между пружинной шайбой и соединяемой деталью. Размеры плоских шайб так же стандартизованы.

Ходовые резьбовые соединения применяются в домкратах, прессах, металлорежущих станках и других механизмах.

3.1.2.1.4 Материалы крепежных деталей

Крепежные детали изготовляют из углеродистых сталей обыкновенного качества (Ст3, Ст4, Ст5), качественных конструкционных сталей (10-45), автоматных сталей (А12, А20, А30), легированных конструкционных сталей (35Х, 40Х и др.), бронз, латуней, красной меди, пластмасс.

Для защиты крепежных деталей из углеродистых сталей от коррозии на них наносят окисные пленки или гальванические *покрытия* (цинковое, кадмиевое, фосфатное, медное и др.). Толщина покрытий выбирается в зависимости от шага резьбы и имеет следующие значения:

- (3-6) мкм для шага до 0,4 мм,
- (6-9) мкм для шага (0,4-0,8) мм;
- (9-12) мкм для шага свыше 0,8 мм.

Основные механические характеристики (предел прочности σ_B , предел текучести σ_T , относительное удлинение ε и др.) материалов болтов, винтов, шпилек и гаек нормированы ГОСТ 1759-82. В зависимости от механических характеристик крепежные детали подразделяют на классы прочности. Для болтов установлены 12 классов прочности, для гаек – 7 классов прочности.

Выбор материала определяется условиями работы (прочностью деталей, технологией изготовления деталей и др.). В специальных конструкциях, к которым предъявляются жесткие требования по массе, тепло- и коррозионной стойкости, используют крепежные детали, изготовленные из титановых и бериллиевых сплавов, а также коррозионно-стойких, жаростойких и жаропрочных сталей).

3.1.2.1.5 Виды резьбовых крепежных соединений

Резьбовые соединения бывают двух видов:

- *ненапряженные* (усилие предварительной затяжки отсутствует);
- *напряженные* (болты, винты или шпильки предварительно затянуты).

Причины, по которым резьбовое соединение затягивают, различны. Для ряда конструкций она должна создавать требуемую *герметичность* соединения, например, при соединении головки цилиндров с самим цилиндром двигателя внутреннего сгорания, крышек паровых котлов или автоклавов с их корпусами.

В других конструкциях предварительная затяжка предотвращает *разъединение* узла при действии переменных нагрузок.

В *ненапряженных* резьбовых соединениях предварительная затяжка отсутствует.

Напряженные болты (винты или шпильки) могут подвергаться деформациям растяжения (сжатия), сдвига, изгиба и кручения.

3.1.2.1.6 Силовые параметры при затяжке резьбового соединения

Крутящий момент T_1 , который необходимо приложить к гайке для преодоления трения между витками гайки и болта, может быть определен из уравнения:

$$T_1 = F_{03} \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi'), \quad (5.1.50)$$

где F_{03} – осевая сила затяжки;

γ — угол подъема винтовой линии;

φ' — приведенный угол трения в резьбе, определяемый по формуле:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} f',$$

где, на основании формулы (1.6.20):

$$f' = \frac{f}{\cos(0,5\alpha)}.$$

В последней формуле:

f — коэффициент трения пары материалов болта и гайки;

α — угол профиля резьбы.

Для определения момента на ключе необходимо учесть дополнительное сопротивление от трения торцевой поверхности о деталь (момент T_2).

Для случая, показанного на рис. 5.1.28, имеем:

$$T_2 = \frac{1}{3} F_{\text{оз}} f \frac{D^3 - d_0^3}{D^2 - d_0^2}, \quad (5.1.51)$$

где D — диаметр опорной поверхности гайки, равный размеру гайки;

f — коэффициент трения торцевой поверхности гайки о деталь;

d_0 — диаметр отверстия под болт.

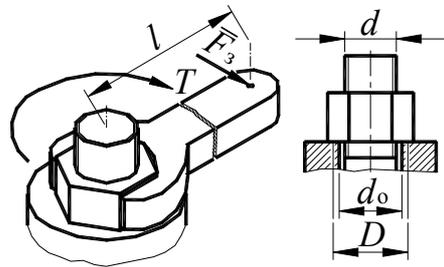


Рис. 5.1.28

Затягивая гайку болта ключом, прикладывая силу затяжки F_3 , создаем момент затяжки T_3 :

$$T_3 = F_3 l, \quad (5.1.52)$$

где l — расстояние от точки приложения силы F_3 до геометрической оси болта, вокруг которой вращается гайка.

Приложенному моменту затяжки T_3 противодействуют два момента трения:

T_1 — момент от сил трения в резьбе;

T_2 — момент трения на поверхности соприкосновения гайки с деталью, в которую гайка упирается, растягивая болт.

Условие равновесия моментов в общем виде можно записать:

$$T_3 = T_1 + T_2, \quad (5.1.53)$$

где T_1 и T_2 определяются по уравнениям (5.1.50) и (5.1.51).

Результирующий момент затяжки для схемы на рис. 5.1.28 можно приближенно определить по уравнению:

$$T_3 \approx 0,2 F_{\text{оз}} d. \quad (5.1.54)$$

3.1.2.1.7 Расчеты резьбовых соединений на прочность

Расчет болтовых соединений состоит из:

определения величины, направления и вида нагрузки, действующей на болт (если она не задана);

выбора допускаемого напряжения;

определения геометрических размеров элементов резьбового соединения.

Методы расчета болтов определяются видами их нагружения, наиболее часто встречающимися из которых являются:

растяжение или сжатие центральной осевой нагрузкой при отсутствии предварительной затяжки;

растяжение или сжатие центральной осевой нагрузкой и одновременно кручение (с предварительной затяжкой);

изгиб, срез и смятие или растяжение поперечной нагрузкой;

растяжение центральной осевой нагрузкой совместно с изгибом (болты с эксцентричной нагрузкой).

3.1.2.1.7.1 Ненапряженное болтовое соединение, нагруженное осевой силой

В этом случае (рис. 5.1.29) болт испытывает только деформацию растяжения. Его расчет производится по внутреннему диаметру резьбы, исходя из условия прочности по растяжению (см. формулу (2.3.27)), из которого для данного случая, на основании рис. 5.1.18 и 5.1.29, получаем:

$$A = \frac{\pi d_1^2}{4} \geq \frac{F}{\sigma_{pp}} \quad (5.1.55)$$

или

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_{pp}}} \quad (5.1.56)$$

В формулах (5.1.55) и (5.1.56):

F – осевая нагрузка;

σ_{pp} – допускаемое растягивающее напряжение.

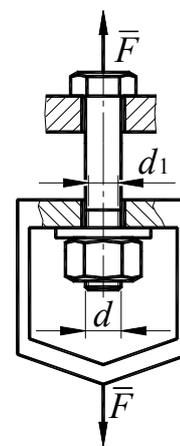


Рис. 5.1.29

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра d_1 является ближайшим большим по отношению к значению диаметра d_1 , определенному по формуле (5.1.56).

3.1.2.1.7.2 Болтовое соединение, нагруженное осевой силой с затягиванием под нагрузкой

Болт нагружен осевой силой F и может подтягиваться под нагрузкой (рис. 5.1.30).

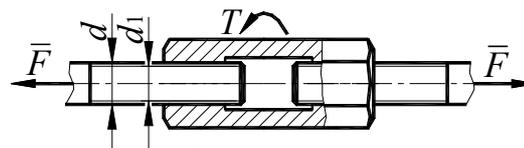


Рис. 5.1.30

В этом случае стержень болта работает на растяжение от силы F и на кручение от момента трения в резьбе T . Поэтому болт рассчитывают по эквивалентному напряжению, используя четвертую теорию прочности.

Нормальные напряжения растяжения для данного случая будут равны:

$$\sigma_p = \frac{4F}{\pi d_1^2}, \quad (5.1.57)$$

а касательные от кручения:

$$\tau_k = \frac{T}{W_p} = \frac{8F}{\pi d_1^2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') d_2. \quad (5.1.58)$$

Тогда:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{4F}{\pi d_1^2} \sqrt{1 + 3 \left[\frac{2d_2}{d_1} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \right]^2} = \frac{4F}{\pi d_1^2} \beta \leq \sigma_{pp}. \quad (5.1.59)$$

В формуле (5.1.59):

β – коэффициент, учитывающий влияние касательных напряжений на прочность болта.

Из формулы (5.1.59) получаем:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F\beta}{\pi\sigma_{pp}}}. \quad (5.1.60)$$

При среднем диаметре $d_2 \approx 1,12d_1$, угле подъема винтовой линии $\gamma = 2^\circ 30'$ и коэффициенте трения $f = 0,15$ получим:

$$\beta \approx 1,3. \quad (5.1.61)$$

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра d_1 является ближайшим большим по отношению к значению диаметра d_1 , определенному по формуле (5.1.60).

3.1.2.1.7.3 Ненапряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой

Болт, поставленный в отверстие с зазором, будет подвергаться деформации *изгиба*, после того как скрепляемые детали окажутся сдвинутыми относительно друг друга (рис. 5.1.31). Такой случай работы болта

наиболее неблагоприятен. Условие прочности в этом случае описывается уравнением, известным из курса сопротивления материалов:

$$\sigma_F = \frac{M_n}{W} \leq \sigma_{Fp}. \quad (5.1.62)$$

Величина *изгибающего момента* M_n и *осевой момент сопротивления* W в этом случае равны:

$$M_n = F \frac{s_1 + s_2}{2}, \quad (5.1.63)$$

$$W = \frac{\pi d_1^3}{32} \approx 0,1 d_1^3.$$

Подставляя выражения (5.1.63) в (5.1.62), после преобразования получим:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16(s_1 + s_2)}{\pi \sigma_{Fp}}}, \quad (5.1.64)$$

где σ_{Fp} – допускаемые изгибные напряжения материала болта.

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра d_1 является ближайшим большим по отношению к значению диаметра d_1 , определенному по формуле (5.1.64).

Если болты ставят в отверстия *без зазора* то, как правило, в плоскости разреза соединяемых деталей болт не имеет резьбы и диаметр ненарезанной части болта равен наружному диаметру резьбы d (рис. 5.1.32). В этом случае расчет болта ведется на срез по условию прочности на *срез* (2.6.2), которое при решении данной задачи имеет вид:

$$F \leq \frac{\pi d^2}{4} \tau_{срп}, \quad (5.1.65)$$

или

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{i\pi\tau_{срп}}}, \quad (5.1.66)$$

где i – число плоскостей среза;

$\tau_{срп}$ – допускаемые напряжения на *срез* материала болта.

Кроме того, болт подвергают проверке на *смятие* аналогично заклепке (уравнение (5.1.4) и рис. 5.1.33).

При расчете болта приняты те же *упрощения*, что и при расчете заклепки.

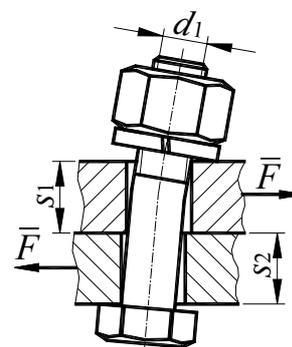


Рис. 5.1.31

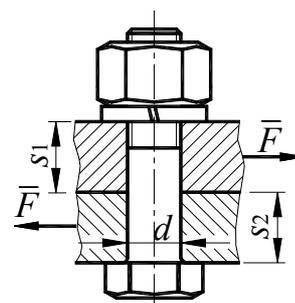


Рис. 5.1.32

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{ds_{\text{min}}} \leq \sigma_{\text{см}p}, \quad (5.1.67)$$

где s_{min} – длина сминаемой поверхности; она определяется, как меньшая из сравнения s_2 и l_{min} .

Из уравнения (5.1.67) очевидно:

$$d \geq \frac{F}{s_{\text{min}} \sigma_{\text{см}p}}. \quad (5.1.68)$$

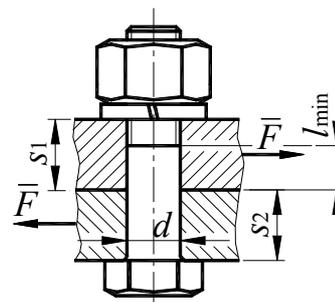


Рис. 5.1.33

3.1.2.1.7.4 Соединение призонными болтами

Подгонка цилиндрических болтов к отверстиям в соединяемых деталях удорожает изготовление и монтаж болтов. Поэтому для восприятия поперечных нагрузок болты изготавливают коническими и вставляют их в конические отверстия, предварительно обработанные разверткой, что обходится дешевле, чем подгонка цилиндрических болтов к цилиндрическим отверстиям. Такие болты называются *призонными* (рис. 5.1.34).

Расчет призонных болтов проводится аналогично расчету цилиндрических болтов.

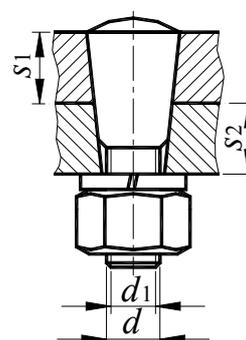


Рис. 5.1.34

3.1.2.1.7.5 Напряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой

Если болт поставлен в отверстие *с зазором*, но предварительно затянут, то под действием силы затяжки $F_{\text{оз}}$ (рис. 5.1.35) соединяемые детали окажутся взаимно прижатыми, вследствие чего на поверхностях сопряжения деталей возникнут силы трения $F_{\text{т}}$, препятствующие относительно сдвигу деталей. Для сохранения исходного положения деталей друг относительно друга при наличии *поперечной* нагрузки F должно выполняться условие:

$$F \leq F_{\text{т}} = F_{\text{оз}} f, \quad (5.1.69)$$

где $F_{\text{оз}}$ – осевая сила затяжки;

f – коэффициент трения соединяемых деталей.

Из уравнения (5.1.69) получаем:

$$F_{\text{оз}} \geq \frac{F}{f}. \quad (5.1.70)$$

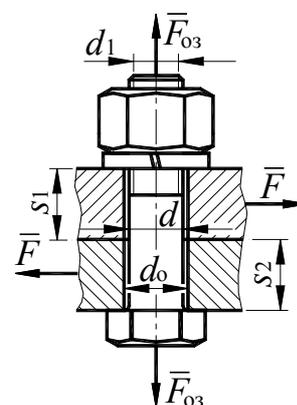


Рис. 5.1.35

Так как при данной схеме соединения болт одновременно испытывает растяжение силой F_{03} и кручение от момента трения в резьбе, то для его расчета можно применить формулу (5.1.60), которая в этом случае, с учетом (5.1.70), будет иметь вид:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F\beta}{\pi f \sigma_{pp}}} \quad (5.1.71)$$

С учетом замечаний к формуле (5.1.60) по величине β получим:

$$d_1 \geq 1,3 \sqrt{\frac{F}{f \sigma_{pp}}} \quad (5.1.72)$$

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра d_1 является ближайшим большим по отношению к значению диаметра d_1 , определенному по формуле (5.1.72).

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра d_1 является ближайшим большим по отношению к значению диаметра d_1 , определенному по формуле (5.1.78).

Лекция № 14 (2 часа). Разъемные соединения

3.1.2.2 Шпоночные соединения

3.1.2.2.1 Общие сведения

Шпоночным называется соединение зацеплением *соосных* деталей, имеющих цилиндрические или конические поверхности контакта, с помощью промежуточной детали (*шпонки*). Шпонка размещается в совмещенных пазах сопряженных деталей.

Шпоночные соединения разделяют на виды в зависимости от *формы* шпонки, наиболее применяемыми из которых являются *призматические* (рис. 5.1.37) и *сегментные* (рис. 5.1.38). Форма и размеры этих шпонок определены соответствующими стандартами.

Достаточно часто применяются и *цилиндрические* шпонки (рис. 5.1.39).



Рис. 5.1.37

Кроме передачи вращающего момента между соосными деталями в *неподвижных* соединениях, шпонки применяются для направления относительного осевого перемещения сопряженных деталей в *подвижных* соединениях (*направляющие* шпонки).

Направляющие шпонки, в связи со значительной их длиной, закрепляют винтами в пазу вала. Их применяют при небольших относительных перемещениях сопряженных деталей.

При больших относительных перемещениях сопряженных деталей применяют *скользящие* шпонки, которые соединяют с охватываемой деталью с помощью выступов, и они скользят по пазу вместе с этой деталью.

Призматические шпонки создают ненапряженные соединения. Они работают боковыми гранями, которыми сопрягаются с пазами по посадкам с зазором или по переходным посадкам. Такой характер соединения обеспечивает достаточную точность центрирования и не вызывает заметных внутренних напряжений в деталях в процессе их сборки. Недостатками являются повышенные требования к точности изготовления и сборки.

Сегментные шпонки по принципу работы подобны призматическим, но они из-за глубокого паза в валу значительно ослабляют последние и поэтому их применяют при небольших нагрузках. Однако глубокий паз в валу не позволяет сегментной шпонке перекашиваться под нагрузкой. Еще одним из их достоинств является простота и дешевизна изготовления.

Цилиндрические шпонки достаточны просты в изготовлении, но обладают малой нагрузочной способностью.

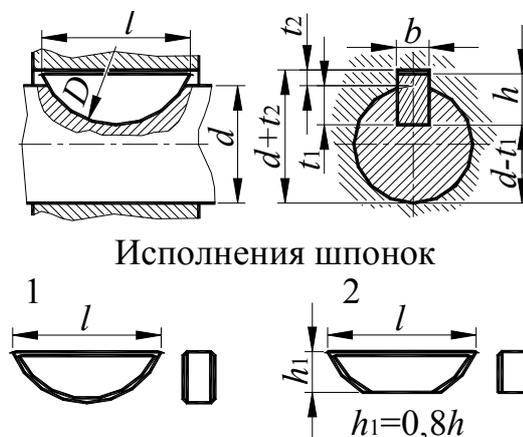


Рис. 5.1.38

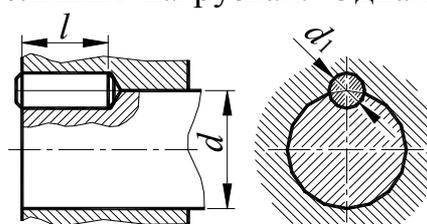


Рис. 5.1.39

3.1.2.2.2 Расчеты шпоночных соединений

3.1.2.2.2.1 Материалы шпонок

Шпонки изготавливают из сталей, имеющих временное сопротивление на разрыв не менее 590 МПа (наиболее часто используется стали 45 и 50) с твердостью (30-40) HRC_э.

3.1.2.2.2 Шпоночное соединение с призматической шпонкой

Поперечные размеры шпонок и шпоночных пазов в соединяемых деталях определяются по стандартам в зависимости от диаметра вала. В технически обоснованных случаях (например, для валов со сквозным осевым отверстием при малой толщине стенки) *допускается* применять меньшие размеры сечений стандартных шпонок на валах больших диаметров, за исключением выходных концов валов.

Длина шпонки определяется из расчета на *смятие*. В особо ответственных случаях шпоночное соединение проверяют по напряжениям *сдвига*.

При расчетах нагружение шпонки по длине принимают равномерным.

Рассмотрим расчет шпоночного соединения с *призматической шпонкой исполнения 1* (рис. 5.1.37, рис. 5.1.40).

Расчет на смятие боковых поверхностей шпонки и соединяемых деталей.

Из рис. 5.1.40 очевидно, что для левой площадки контакта шпонки с охватываемой деталью условие прочности при *смятии* (2.10.14) примет вид:

$$\sigma_{см2} = \frac{F_2}{t_2 l_p} = \frac{T}{r_2 K l_p} \leq \sigma_{см p}, \quad (5.1.79)$$

а для правой (по чертежу) площадки контакта:

$$\sigma_{см1} = \frac{F_1}{t_1 l_p} = \frac{T}{r_1 t_1 l_p} \leq \sigma_{см p}. \quad (5.1.80)$$

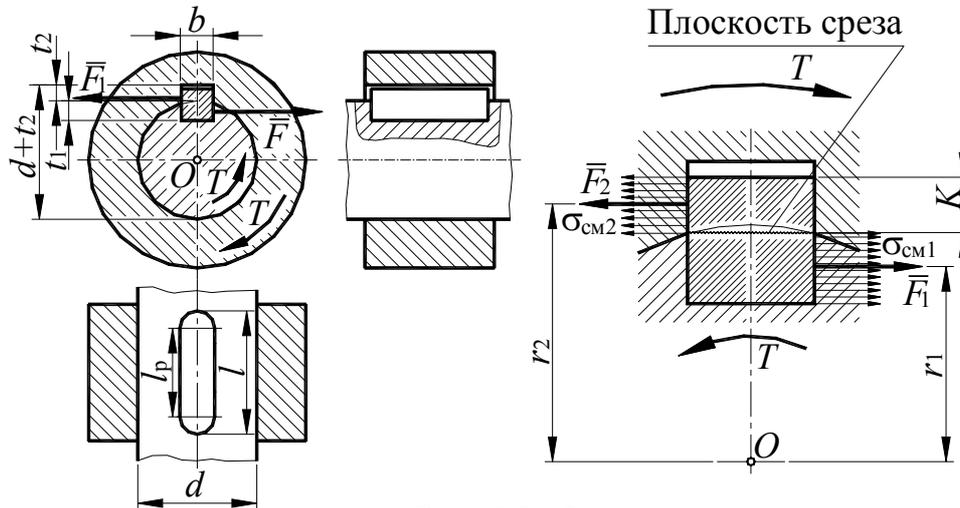


Рис. 5.1.40

Для упрощения расчетов принимают, что:

$$r_2 \approx r_1 \approx \frac{d}{2} \text{ и } K \approx t_1 \approx \frac{h}{2}. \quad (5.1.81)$$

Тогда можно записать единое уравнение прочности по напряжениям смятия:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{4kT}{dhl_p} \leq \sigma_{\text{см}p}. \quad (5.1.82)$$

В уравнении (5.1.80):

k – поправочный коэффициент, учитывающий принятое выше упрощение расчетной схемы, обычно принимаемый равным 1,1;

l_p – рабочая длина шпонки;

$\sigma_{\text{см}p}$ – допускаемые напряжения смятия материалов соединяемых деталей или шпонки (в зависимости от того, какая деталь проверяется по условиям недопущения смятия).

Шпонка контактирует с прямолинейным пазом охватывающей детали по плоской поверхности, имеющей размер в осевом направлении, равный рабочей длине шпонки l_p . Из рис. 5.1.37 очевидно, что рабочая длина l_p призматической шпонки исполнения 1 при закруглении ее концов радиусом, равным половине ширины шпонки, равна:

$$l_p = l - b, \quad (5.1.83)$$

На основании уравнения (5.1.82) с учетом (5.1.83), получаем:

$$l \geq \frac{4kT}{dh\sigma_{\text{см}p}} + b. \quad (5.1.84)$$

Длина шпонки, после определения ее минимально допускаемой величины по формуле (5.1.84), должна быть округлена до ближайшей большей из ряда величин, определяемых стандартом.

Проверочный расчет шпонки по напряжениям сдвига.

Расчет производится по условию прочности по напряжениям сдвига (2.4.5). На основании рис. 5.1.40 очевидно, что площадь сечения $A_{\text{ср}}$ при срезе равна:

$$A_{\text{ср}} = bl_p. \quad (5.1.85)$$

Сила сдвига, с принятием допущений (5.1.81), будет равна:

$$F = \frac{2kT}{d}. \quad (5.1.86)$$

Окончательно условие прочности по напряжениям сдвига для призматической шпонки исполнения 1 с учетом (5.1.85), (5.1.86) и (5.1.83) примет вид:

$$\tau = \frac{2kT}{db(l-b)} \leq \tau_p. \quad (5.1.87)$$

Расчеты шпоночных соединений с призматическими шпонками исполнений 2 и 3 производятся аналогично с учетом того, что:

при исполнении шпонки 2:

$$l_p = l - 0,5b, \quad (5.1.88)$$

при исполнении шпонки 3:

$$l_p = l. \quad (5.1.89)$$

В случае установки *двух противоположно* расположенных шпонок вводят *поправочный* коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки между шпоночными соединениями, равный 0,75. В этом случае формулы (5.1.84) и (5.1.87) принимают вид:

$$l \geq \frac{3kT}{dh\sigma_{смр}} + b. \quad (5.1.90)$$

$$\tau = \frac{1,5kT}{db(l-b)} \leq \tau_p. \quad (5.1.91)$$

Рассмотрим *особенности* выбора шпонок для *ступенчатых* валов (рис. 5.1.41). Схема расчета представлена с упрощениями, определяемыми уравнениями (5.1.81).

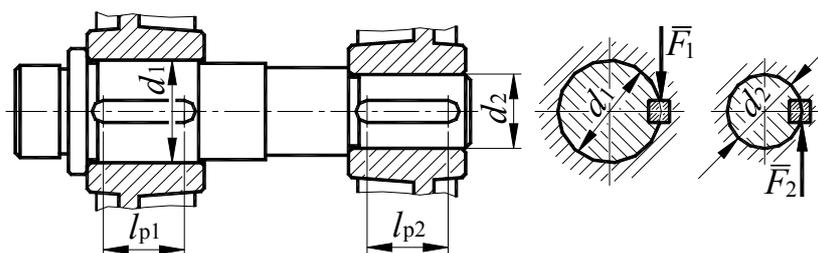


Рис. 5.1.41

Шпоночными соединениями передается постоянный вращающий момент T . Силы F_1 и F_2 , действующие на шпонки и приложенные на плече, равном половине диаметра соответствующей ступени вала, равны:

$$F_1 = \frac{2T}{d_1}, \quad (5.1.92)$$

$$F_2 = \frac{2T}{d_2}. \quad (5.1.93)$$

Диаметр вала d_1 больше его диаметра d_2 , следовательно:

$$F_1 < F_2. \quad (5.1.94)$$

По соображениям прочности и работоспособности шпоночных соединений нет оснований к назначению для ступени с диаметром d_1 шпонки большей, чем для ступени с диаметром d_2 . Целесообразно при-

нять для этих двух участков вала шпонки, одинаковые по поперечным размерам и одинаковой длины, так как наличие на одном валу шпоночных пазов, одинаковых по сечению и длине, улучшает технологичность конструкции вала.

Таким образом, рекомендуется назначать одинаковые шпонки для всех ступеней вала исходя из ступени *наименьшего* диаметра, имеющего шпоночный паз.

3.1.2.2.2.3 Шпоночное соединение с сегментной шпонкой

Схема шпоночного соединения с сегментной шпонкой представлена на рис. 5.1.38. Расчеты такого соединения аналогичны расчету шпоночного соединения с призматической шпонкой.

Расчет по напряжениям смятия.

Величины параметров шпоночного соединения с сегментной шпонкой D , b , h , l определяется по стандарту на сегментные шпонки в зависимости от величины диаметра вала d .

Расчет проводится по соединению сегментной шпонки с охватываемой деталью. При расчете допускаются упрощения, аналогичные упрощениям, принятым при расчете шпоночного соединения с призматической шпонкой и определяемые уравнениями (5.1.81):

$$r_2 \approx r_1 \approx \frac{d}{2}, \quad (5.1.95)$$

$$l_p \approx l. \quad (5.1.96)$$

Тогда, на основании условия прочности по напряжениям смятия (2.10.14) можно записать:

$$\sigma_{см} = \frac{2kT}{dl(h-t_1)} \leq \sigma_{см p}. \quad (5.1.97)$$

Расчет по напряжениям сдвига.

На основании условия прочности по напряжениям сдвига (2.4.5) и рис. 5.1.38 получаем:

$$\tau = \frac{2kT}{db} \leq \tau_p. \quad (5.1.98)$$

3.1.2.2.2.4 Шпоночное соединение с цилиндрической шпонкой

Схема шпоночного соединения с цилиндрической шпонкой представлена на рис. 5.1.39.

Длина шпонки l определяется из расчета боковых поверхностей соединяемых деталей и шпонки на смятие.

Для упрощения расчетных формул в этом случае, аналогично расчету *заклепочных* соединений на смятие, за площадь *смятия* принята половина площади *диаметрального сечения* шпонки на ее длине l .

Кроме того, принято упрощение, определяемое уравнением (5.1.95). Тогда, на основании *условия прочности* по напряжениям *смятия* (2.10.14):

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{4kT}{dd_1l} \leq \sigma_{\text{см}p}. \quad (5.1.99)$$

Из уравнения (5.1.99) получаем:

$$l \geq \frac{4kT}{dd_1\sigma_{\text{см}p}}. \quad (5.1.100)$$

По напряжениям *сдвига* проверяют *диаметральное сечение* цилиндрической шпонки. На основании *условия прочности* по напряжениям *сдвига* (2.4.5) и рис. 5.1.39 получаем:

$$\tau = \frac{2kT}{dd_1l} \leq \tau_p. \quad (5.1.101)$$

3.1.2.3 Шлицевые соединения

3.1.2.3.1 Общие сведения

Шлицевыми называют соединения, которые образуются между выступами (*шлицами*) вала и соответствующими по форме впадинами ступицы, насаженной на вал (рис. 5.1.42). Соединения выполняют *подвижными* и *неподвижными* (относительно оси вала).

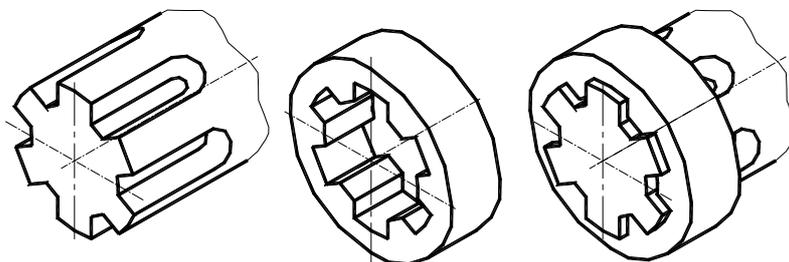


Рис. 5.1.42

Шлицевые соединения по сравнению со шпоночными отличаются высокой точностью центрирования и перемещения ступиц (в подвижных соединениях), имеют значительно большую нагрузочную способность.

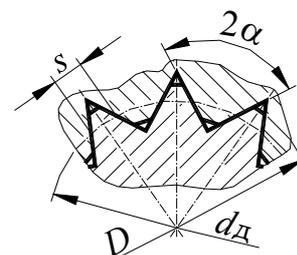


Рис. 5.1.43

По форме *поперечного сечения* шлицы делятся на:

- *треугольные* (рис. 5.1.43),
- *прямобоочные* (рис. 5.1.44),
- *эвольвентные* (рис. 5.1.45).

Шлицевые соединения с *треугольным* профилем применяют в неподвижных соединениях тонкостенных втулок или пустотелых валов (вместо соединений с натягом), передающих небольшие вращающие моменты.

Центрирование при треугольных шлицах осуществляют по *боковым* граням.

Прямоугольные шлицевые соединения изготавливают трех серий: *легкой, средней и тяжелой*.

В таких соединениях *центрирование* осуществляют по *наружному* диаметру (рис. 5.1.44, а), *внутреннему* диаметру (рис. 5.1.44, б) или по *боковым сторонам* (рис. 5.1.44, в). Центрирование по одному из диаметров (D или d) применяют в тех случаях, когда необходима повышенная точность совпадения геометрических осей сопрягаемых деталей.

Шлицевое соединение с *эвольвентными* шлицами (рис. 5.1.45) отличается от прямоугольного более совершенной технологией изготовления (аналогичной технологии нарезания зубчатых колес), повышенной прочностью самих шлицев и валов и точностью центрирования.

Центрирование при эвольвентных шлицах осуществляют по *боковым сторонам* (рис. 5.1.45, а), по *наружному* диаметру (рис. 5.1.45, б) и *внутреннему* диаметру (рис. 5.1.45, в). Наиболее распространенными являются первые два способа, причем центрирование по *боковым сторонам* является наиболее экономичным, а по D – наиболее точным.

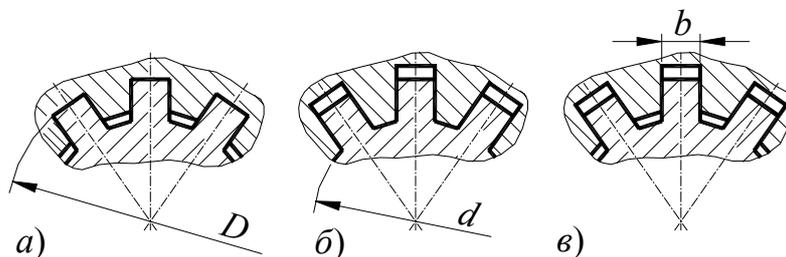


Рис. 5.1.44

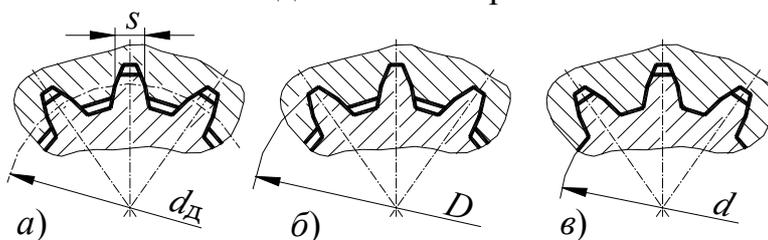


Рис. 5.1.45

3.1.2.3.2 Расчеты шлицевых соединений

На *боковых поверхностях* шлицев под нагрузкой возникают напряжения *смятия*. В *сечениях у оснований* возникают напряжения *сдвига* и *изгиба*, пропорциональные напряжениям смятия.

Как показала практика эксплуатации шлицевых соединений, критичными являются напряжения *смятия*, поэтому при проектировании шлицевых соединений, как правило, ограничиваются расчетом по этим напряжениям.

3.1.2.3.2.1 Шлицевые соединения с прямоугольными шлицами

По диаметру вала D из таблиц, определяемых стандартом для прямоугольных шлицевых соединений выбираются параметры шлицевого соединения – толщина шлица b и сочетание $Z \times d \times D$.

Длина шлицевого соединения, нагруженного крутящим моментом T , определяется из расчета на *смятие* боковых поверхностей.

Составляющие условия прочности по напряжениям смятия (2.10.14) на основании рис. 5.1.46 равны:

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (5.1.102)$$

$$A_{см} = hl, \quad (5.1.103)$$

где ψ – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно ψ принимают равным 0,75;

d_{cp} – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия):

$$d_{cp} = \frac{D + d_a}{2}; \quad (5.1.104)$$

z – число шлицев;

h – высота нагруженной части шлица;

$$h = \frac{D - d_a}{2}; \quad (5.1.105)$$

d_a – внутренний диаметр отверстия *охватывающей* детали шлицевого соединения; с достаточной для расчета шлицевого соединения на прочность можно принять:

$$d_a \approx d. \quad (5.1.106)$$

Подставив (5.1.102) и (5.1.103), с учетом (5.1.104), (5.1.105) и (5.1.106), после преобразований получим:

$$\sigma_{см} = \frac{11T}{(D^2 - d^2)zl} \leq \sigma_{см p}, \quad (5.1.107)$$

откуда:

$$l \geq \frac{11T}{(D^2 - d^2)z\sigma_{см p}}. \quad (5.1.108)$$

Опыт эксплуатации валов с *прямоугольными* шлицами и плоским дном впадины на *кручение* показал, что их прочность эквивалентна

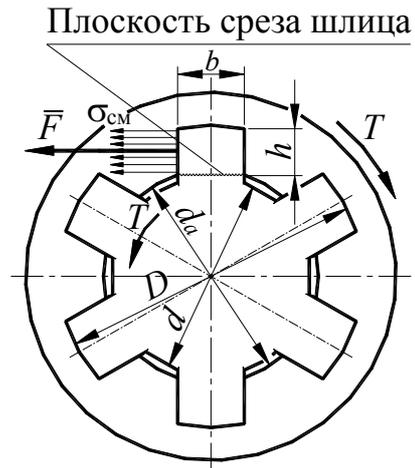


Рис. 5.1.46

прочности гладкого вала, диаметр которого равен *внутреннему* диаметру шлицевого вала.

3.1.2.3.2 Шлицевые соединения с эвольвентными шлицами

По диаметру соединения D из таблиц, определяемых стандартом для эвольвентных шлицевых соединений выбираются их параметры – число шлицев z и модуль m . Для шлицевого соединения, аналогично зубчатым колесам, взаимосвязь между модулем m и числом шлицев z определяется уравнением:

$$d_d = mz. \quad (5.1.109)$$

Определение длины шлицевого эвольвентного соединения, нагруженного крутящим моментом T , производят аналогично определению длины шлицевого *прямобочного* соединения. Тогда исходя из условия прочности по напряжениям смятия (2.10.14) на основании рис. 5.1.47 получаем:

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (5.1.110)$$

$$A_{cm} = hl, \quad (5.1.111)$$

где ψ – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно ψ принимают равным 0,75;

d_{cp} – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия); его принимают равным d_d :

$$d_{cp} = d_d = mz; \quad (5.1.112)$$

z – число шлицев;

h – расчетная высота шлица:

$$h = \theta m, \quad (5.1.113)$$

где $\theta = 1,0$ – при центрировании по боковым поверхностям,

$\theta = 0,9$ при центрировании по наружному или внутреннему диаметру.

Подставив (5.1.110) и (5.1.111), с учетом (5.1.112) и (5.1.113), после преобразований получим:

$$\sigma_{cm} = \frac{2,7T}{(mz)^2 \theta l} \leq \sigma_{cm p}, \quad (5.1.114)$$

откуда:

$$l \geq \frac{2,7T}{(mz)^2 \theta \sigma_{cm p}}. \quad (5.1.115)$$

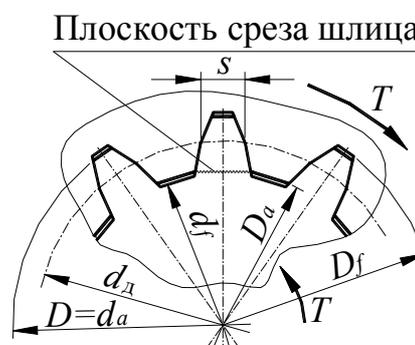


Рис. 5.1.47

Другие параметры *эвольвентного* шлицевого соединения (рис. 5.1.47) определяют по нижеприведенным зависимостям:

диаметры *вала*:

наружный (окружности выступов) d_a :

$$d_a = D; \quad (5.1.116)$$

внутренний (окружности впадин) d_f :

$$d_f = d_a - 2,4 m; \quad (5.1.117)$$

диаметры *отверстия* сопряженной с валом детали:

наружный (окружности впадин):

при центрировании по D :

$$D_f = D; \quad (5.1.118)$$

при центрировании по s :

$$D_f = D + 0,4 m; \quad (5.1.119)$$

внутренний (окружности выступов):

$$D_a = D - 2 m. \quad (5.1.120)$$

3.1.2.3.2.3 Шлицевые соединения с треугольными шлицами

По отраслевым стандартам соединения с треугольными шлицами (рис. 5.1.48) изготавливают со следующими параметрами:

угол профиля $2\alpha=90^\circ$; $2\alpha=72^\circ$; $2\alpha=60^\circ$;

модуль $m=(0,2-1,5)$ мм;

число зубьев $z=20-70$.

Взаимосвязь между модулем m и числом шлицев z определяется уравнением:

$$d_d = mz. \quad (5.1.121)$$

Определение длины шлицевого соединения с *треугольными* шлицами, нагруженного крутящим моментом T , производят аналогично определению длины шлицевого соединения с *эвольвентными* шлицами.

По диаметру соединения D из таблиц, определяемых стандартом для шлицевых соединений с треугольными шлицами, выбираются их параметры – число шлицев z и модуль m .

Составляющие *условия прочности* по напряжениям *смятия* (2.10.14) на основании рис. 5.1.48 равны:

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (5.1.122)$$

$$A_{cm} = hl, \quad (5.1.123)$$

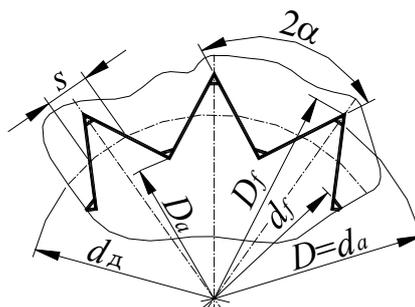


Рис. 5.1.48

где ψ – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно ψ принимают равным 0,75;

d_{cp} – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия); его принимают равным d_d :

$$d_{cp} = d_d = mz; \quad (5.1.124)$$

z – число шлицев;

h – расчетная высота шлица:

$$h = \frac{D - d}{2}. \quad (5.1.125)$$

Подставив (5.1.122) и (5.1.123), с учетом (5.1.124) и (5.1.125), после преобразований получим:

$$\sigma_{см} = \frac{5,3T}{mz^2(D-d)l} \leq \sigma_{см p}, \quad (5.1.126)$$

откуда:

$$l \geq \frac{5,3T}{mz^2(D-d)\sigma_{см p}}. \quad (5.1.127)$$

На основе экспериментальных данных рекомендуется длину шлицевого соединения делать в диапазоне $(0,5-2,0)D$, так как при увеличении длины длиннее рекомендуемого значения приводит к снижению точности изготовления и уменьшению фактической площади соприкосновения шлицев.

3.1.2.4 Штифтовые соединения

Штифты представляют собой *цилиндрические* или *конические* стержни с гладкими поверхностями (рис. 5.1.49), предназначенные для фиксации взаимного расположения скрепляемых между собой деталей, в качестве крепежных деталей (функцию штифтов выполняют, например, призонные болты — рис. 5.1.34), для передачи небольших поперечных сил и моментов (преимущественно в приборостроении).

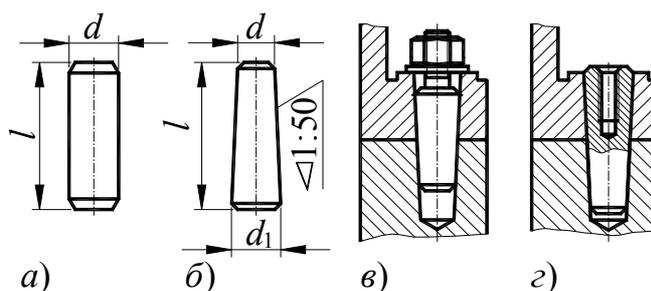


Рис. 5.1.49

Штифты применяются также в качестве *разрушаемой* детали в цепи передачи энергии, предохраняющей изделие от перегрузок.

Гладкие штифты – цилиндрические (рис. 5.1.49, а) и конические (рис. 5.1.49, б, в, г) – обеспечивают точную фиксацию соединяемых деталей, но требуют высокой точности изготовления и обработки посадочных отверстий. Гладкие штифты в отверстиях удерживаются трением. При действии неравномерных нагрузок и при больших угловых скоростях цилиндрические штифты дополнительно фиксируют в отверстиях кернением, развальцовкой, расклепкой концов (рис. 5.1.50) или пружинными кольцами (рис. 5.1.51), а также применяют конические штифты с резьбовыми концами (рис. 5.1.49, в, г).

При установке штифтов в *глухие* отверстия или без доступа для их выколачивания применяют штифты с *внутренней* (рис. 5.1.49, в) или *наружной* (рис. 5.1.49, г) резьбой для их удаления при демонтаже.

Недостатком *цилиндрических* штифтов является ослабление посадки при повторных сборках.

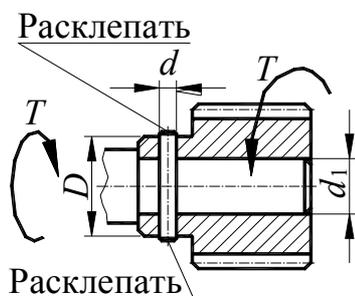


Рис. 5.1.50

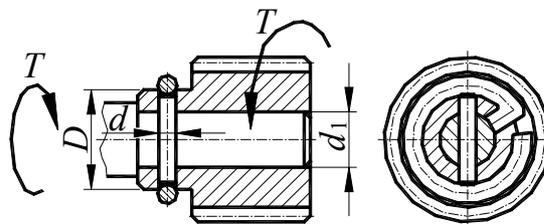


Рис. 5.1.51

Соединения *коническими* штифтами имеют более высокую стоимость, но они значительно долговечнее.

Рассмотрим наиболее употребляемые варианты применения штифтовых соединений.

Фиксация взаимного расположения скрепляемых между собой деталей.

Точность фиксирования по *плоскости* деталей, соединенных болтовым или винтовым соединением с *зазором*, достигается установкой двух штифтов, которые располагают на возможно большем расстоянии *l* друг от друга (рис. 5.1.52). Обычно применяют *конические* штифты. Если по каким-либо причинам нельзя применить конические штифты, то используют *цилиндрические* штифты.

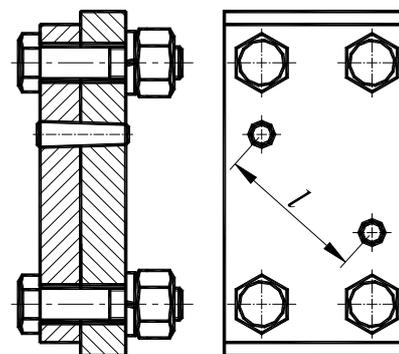


Рис. 5.1.52

Диаметр штифтов *d* в этом случае рекомендуется принимать:

$$d = (0,7 - 0,8)d_{\text{б}}, \quad (5.1.128)$$

где $d_{\text{б}}$ — диаметр крепежного болта (винта).

Для фиксации относительного положения детали, сопряженной с другой деталью по *цилиндрической* или *конической* поверхности, достаточно одного штифта, предотвращающего относительный *поворот* деталей – *радиальному смещению* препятствуют сопрягаемые поверхности (рис. 5.1.53).

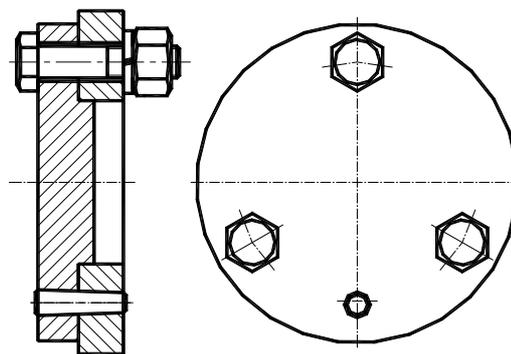


Рис. 5.1.53

Штифты рассчитывают на *срез* и *смятие*, а толщину соединяемых де-

талей определяют из расчета на смятие. Расчеты производятся аналогично расчетам *заклепочного* соединения.

Материалом для штифтов обычно служит стали марок 45, 15, А12, У8. Для *немагнитных* штифтов используют бронзу БрКМ 3-1.

Лекция № 15 (2 часа).

Зубчатые передачи

3.2 Передачи

3.2.1 Общие сведения

В машиностроении под *передаточными механизмами* понимают устройства, предназначенные для передачи на расстояние *механической* энергии, причем эта передача совмещается с выполнением частных функций, к основным из которых относятся:

- передача и преобразование движения,
- изменение и регулирование скорости,
- распределение потоков мощности между различными исполнительными органами данной машины,
- пуск, останов и реверсирование движения.

Эти функции должны выполняться *в течение заданного времени с заданными точностью и производительностью*. При этом механизм должен иметь минимально возможные габариты, быть экономичным и безопасным в эксплуатации. Тип передаточного механизма выбирают в соответствии с назначением механизма, режимом и условиями его работы.

3.2.2 Передачи зацеплением с непосредственным контактом жестких звеньев

3.2.2.1 Общие сведения

Зубчатые механизмы в простейшем случае представляют собой трехзвенные механизмы с высшей кинематической парой, предназначенные для сообщения от ведущего звена к ведомому непрерывного вращательного движения с заданным отношением угловых скоростей звеньев. Передача движения осуществляется через контакт боковых поверхностей специально профилированных зубьев, когда давлением зубьев ведущего вращающегося колеса на зубья ведомого колеса вызывается вращение последнего. Такие механизмы называют *зубчатыми передачами*.

Зубчатые передачи по *геометрическому* признаку разделяют на *плоские* и *пространственные*.

Если оси зубчатых колес *параллельны* (рис. 4.4.1), то движение всех точек колес происходит в *параллельных* плоскостях и механизм называют *плоским*.

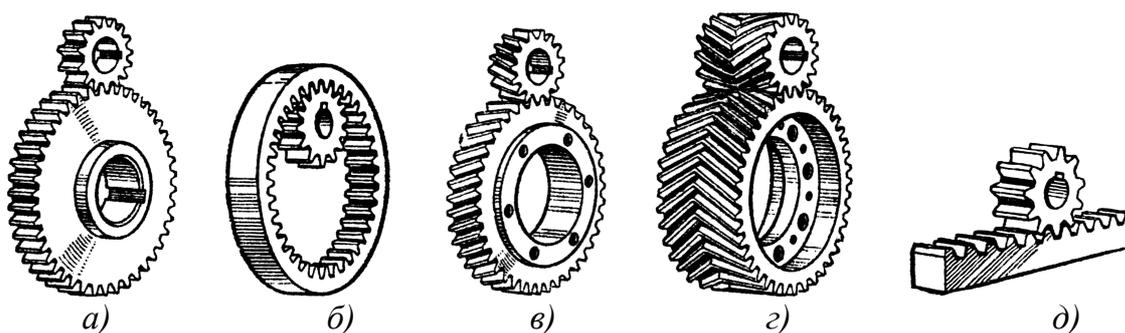


Рис. 4.4.1

Трехзвенная *плоская* зубчатая передача состоит из двух цилиндрических зубчатых колес и стойки.

Цилиндрические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.4.1, а, б), *косые* (рис. 4.4.1, в) и *шевронные* (рис. 4.4.1, г) зубья. В частном случае, когда одно из колес имеет бесконечно большой диаметр, то цилиндрическая передача превращается в *речную передачу* (рис. 4.4.1, д).

В *косозубых* цилиндрических колесах зубья располагаются по винтовым линиям *правого* (рис. 4.4.2, а) или *левого* (рис. 4.4.2, б) *направления*. *Правой* называют такую линию, точка на которой движется по часовой стрелке при удалении вдоль зуба, если смотреть на ко-

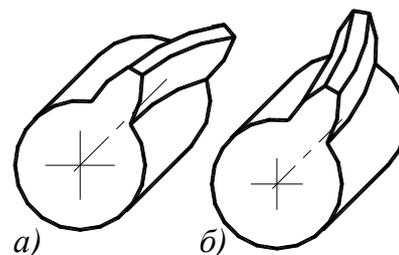


Рис. 4.4.2

лесо со стороны его торца.

В *шевронных* зубчатых колесах зубья встречно-винтовые, т.е. образованы из двух винтовых линий противоположного направления.

В *пространственных* зубчатых передачах оси вращения звеньев пересекаются или перекрещиваются. Наиболее распространенными пространственными зубчатыми передачами являются *конические передачи* (рис. 4.4.3).

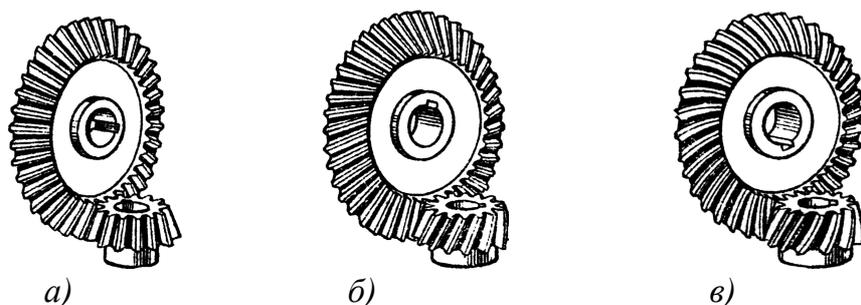


Рис. 4.4.3

Простейшая трехзвенная пространственная зубчатая передача с *пересекающимися* геометрическими осями (рис. 4.4.3, а) состоит из двух *конических* зубчатых колес (коническая передача) и стойки. Конические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.4.3, а), *тангенциальные* (*косые*) (рис. 4.4.3, б), *круговые* (рис. 4.4.3, в) зубья. При применении *непрямозубых* колес повышается плавность работы, достигается бесшумная работа и увеличивается нагрузочная способность (прочность зубьев) зубчатых передач.

Меньшее зубчатое колесо называют *шестерней*. Большое колесо называют *колесом*. При *одинаковом* числе зубьев зубчатых колес передачи *шестерней* называют *входное* (ведущее) зубчатое колесо, а *колесом* – *выходное* (ведомое).

Индекс 1 — принят для величин, относящихся к *шестерне*, индекс 2 — для величин, относящихся к *колесу*.

Зубчатые передачи, в которых ведомое звено вращается медленнее ведущего, называют *редукторами*. Зубчатые передачи, в которых угловые скорости на выходе *увеличиваются*, называют *повышающими редукторами* или *мультипликаторами*.

На рис. 4.4.4, а, в приведены схемы плоской и пространственной *одноступенчатых* зубчатых передач, а на рис. 4.4.4 б, г – *двухступенчатых* зубчатых передач, у которых, кроме одной пары зубчатых колес 1-2, находящихся в зацеплении и осуществляющих передачу вращения от входного вала к *выходному* имеется вторая пара зубчатых колес 2'-3, осуществляющих передачу вращения от промежуточного вала к *выходному* валу. В машиностроительной практике встречаются много-

ступенчатые передачи различного вида (трехступенчатые, четырехступенчатые и более).

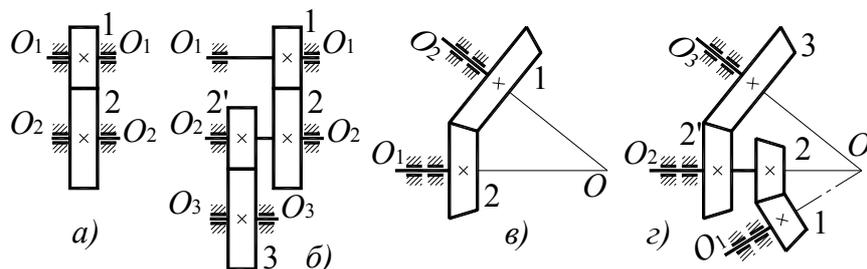


Рис. 4.4.4

3.2.2.2 Основная теорема зацепления

Задача синтеза *сопряженных* поверхностей передаточных механизмов заключается в определении поверхности S_2 , сопряженной с заданной поверхностью S_1 при известных передаточной функции звеньев 1 и 2 $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ и

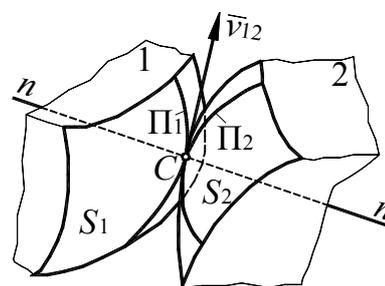


Рис. 4.2.1

функции изменения направляющего угла вектора \bar{v}_{12} от координат звена 1 (рис. 4.2.1). При взаимодействии сопряженных твердых звеньев не может быть внедрения одной поверхности в другую, либо размыкания кинематической пары. Для удовлетворения этого требования вектор скорости относительного движения в любой точке контакта поверхностей \bar{v}_{12} должен находиться в плоскости, касательной к обеим сопряженным поверхностям в этой точке.

Если поверхности S_1 и S_2 (рис. 4.2.1) рассечь плоскостью, проходящей через вектор \bar{v}_{12} и общую нормаль nn , то в сечении получим контакт кривых Π_1 и Π_2 , принадлежащих этим поверхностям и лежащих в одной плоскости. Эти кривые в дальнейшем будем называть *профильными*, или *профилями*. Они образуют кинематическую пару 4-го класса, звенья которой Π_1 , Π_2 , в зависимости от характера движения поверхностей S_1 и S_2 , совершают вращательное или поступательное движение.

Рассмотрим связь между угловыми скоростями двух звеньев, образующих высшую кинематическую пару (рис. 4.2.2). Пусть профиль Π_1 вращается с угловой скоростью ω_1 вокруг неподвижного центра O_1 и сообщает профилю Π_2 угловую скорость ω_2 вокруг неподвижного центра O_2 .

Проведем через точку C касания профилей общую к ним нормаль nn и общую касательную tt . Обозначим соприкасающиеся в точке C точки, принадлежащие профилям Π_1 и Π_2 , соответственно C_1 и C_2 . Векторы скоростей этих точек \bar{v}_1 и \bar{v}_2 перпендикулярны радиусам O_1C и O_2C . Спроектируем векторы \bar{v}_1 и \bar{v}_2 на нормаль nn и касательную tt . Кроме того, из центров вращения звеньев O_1 и O_2 опустим на нормаль nn перпендикуляры O_1M_1 и O_2M_2 .

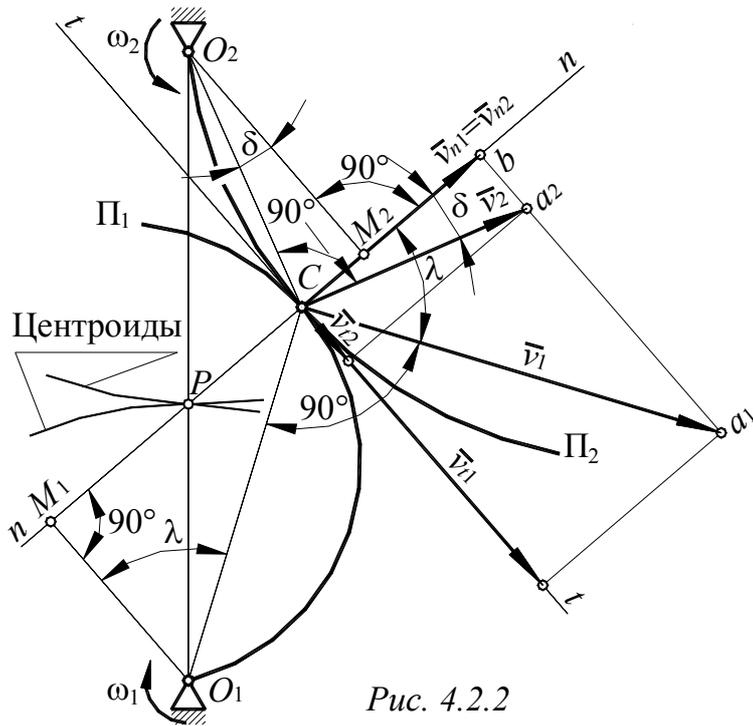


Рис. 4.2.2

Учитывая, что в рассматриваемом случае профили Π_1 и Π_2 вращаются в противоположные стороны, и, считая угловую скорость ω_1 положительной, а ω_2 – отрицательной, получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{v_1}{O_1C_1} = \frac{v_1}{O_1C} \\ \omega_2 &= -\frac{v_2}{O_2C_2} = -\frac{v_2}{O_2C} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.1)$$

Из подобия треугольников O_1M_1C и Cba_1 , а также O_2M_2C и Cba_2 , у которых стороны взаимно перпендикулярны, находим:

$$\frac{v_{n1}}{O_1M_1} = \frac{v_1}{O_1C} \quad \text{и} \quad \frac{v_{n1}}{O_2M_2} = \frac{v_2}{O_2C},$$

откуда, учитывая (4.2.1), получаем:

$$v_{n1} = \omega_1 \cdot O_1M_1 \quad \text{и} \quad v_{n2} = -\omega_2 \cdot O_2M_2.$$

Если $v_{n1} \neq v_{n2}$, то профиль Π_1 либо должен проникнуть в профиль Π_2 (при $v_{n1} > v_{n2}$), либо отстать от него (при $v_{n1} < v_{n2}$). И то и другое исключено, поэтому должно выполняться условия:

$$v_{n1} = v_{n2}$$

и

$$\omega_1 \cdot O_1M_1 = -\omega_2 \cdot O_2M_2,$$

откуда:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2M_2}{O_1M_1}.$$

Из рис. 4.2.2 видно, что равенство проекций скоростей \bar{v}_1 и \bar{v}_2 на касательную tt (v_{t1} и v_{t2}) возможно только в одном положении, когда точка C контакта профилей совпадает с точкой P пересечения нормали nn и линии центров O_1O_2 , то есть при $\bar{v}_1 = \bar{v}_2$. Во всех остальных положениях $v_{t1} \neq v_{t2}$ и разность между скоростями точек C_1 и C_2 в направлении касательной tt , то есть скорость относительного скольжения, будет тем больше, чем дальше точка контакта удаляется от точки P .

Из подобия треугольников O_1M_1P и O_2M_2P получим:

$$\frac{O_2M_2}{O_1M_2} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P}{O_1P}. \quad (4.2.2)$$

Соотношение (4.2.2) выражает *основной закон зацепления*:

общая нормаль к профилям, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

Основной закон зацепления часто называют *основной теоремой зацепления*.

Деление межцентрового расстояния может быть *внутренним* (как в рассмотренном случае) или *внешним*, когда точка P располагается за пределами отрезка O_1O_2 , при этом угловые скорости ω_1 и ω_2 имеют одинаковое направление. Поэтому в общем случае передаточное отношение определяется формулой:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (4.2.3)$$

Точка P пересечения нормали nn и линии центров O_1O_2 является *мгновенным центром* относительного вращения звеньев и называется *полюсом зацепления*.

Геометрические места мгновенных центров вращения P , связанные с плоскостями профилей Π_1 и Π_2 , образуют *центроиды*.

Основным законом зацепления определяются геометрические условия построения *сопряженных профилей*, у которых *общая нормаль к профилям при их любом положении проходит через неизменно распо-*

ложенный полюс зацепления P . При постоянном передаточном отношении ($i_{12} = \text{const}$), полюс зацепления P не должен менять своего положения на линии центров O_1O_2 . Центроидами относительного движения звеньев в этом случае являются окружности радиусов $r_{\omega_1} = O_1P$ и $r_{\omega_2} = O_2P$.

При $i_{12} \neq \text{const}$ соотношение между радиус-векторами точки касания центроид O_1P и O_2P , а, следовательно, и положение полюса P определяются заданной функцией $i_{12} = f(\varphi_1)$, где φ_1 – угол поворота ведущего звена. Центроиды в этом случае представляют собой кривые, отличные от окружностей.

Находящиеся в зацеплении профили являются *взаимоогibaющими* кривыми. В любой рассматриваемый момент времени общая нормаль к взаимноогibaющим кривым в точке их касания проходит через соответствующий этому моменту мгновенный центр относительного вращения.

3.2.2.3 Материалы зубчатых колес. Допускаемые напряжения

Выбор материала зубчатых колес определяется назначением передачи, условиями ее работы (режим нагрузки, температура, смазка и пр.), способом получения заготовок, методом изготовления и обработки зубьев. Стремление к снижению массы и габаритов силовых зубчатых передач определило широкое применение сталей, подвергнутых термическому или химико-термическому упрочнению, которые допускают возможность получения высокой твердости рабочих поверхностей зубьев при большой прочности и вязкости сердцевин.

Термообработка металлов – процесс тепловой обработки металлов и сплавов с целью изменения их структуры, а, следовательно, и свойств, заключающийся в нагреве до определенной температуры, выдержке при этой температуре и последовательном охлаждении с заданной скоростью. Наиболее распространенными *видами термообработки* являются *нормализация* (нагрев, выдержка и последующее охлаждение на спокойном воздухе), *закалка* (нагрев, выдержка и последующее резкое охлаждение), *улучшение* (закалка стали и последующий высокий отпуск – нагрев до 500°C – 680°C и последующее медленное или быстрое охлаждение). Выбор способа термообработки зубчатых колес из стали зависят от требуемой несущей способности зубчатых колес, марки стали, оборудования и трудоемкости изготовления.

При *химико-термической обработке* происходит, в основном, изменение структуры поверхностного слоя материала, в результате чего повышаются твердость, износостойчивость и устойчивость против коррозии. Наиболее распространенными видами *химико-термической* обработки являются

ся *цементация* (насыщение поверхностного слоя углеродом) и *азотирование* (насыщение поверхностного слоя азотом).

В условиях индивидуального и мелкосерийного производства, в мало— и средненагруженных передачах, а также в открытых передачах с большими колесами применяют зубчатые колеса с твердостью материала менее или равной *HV 350*. При этом обеспечивается чистовое нарезание зубьев после термообработки, высокая точность изготовления и хорошая прирабатываемость зубьев.

С целью повышения нагрузочной способности передачи используют колеса с твердостью рабочих поверхностей зубьев *HRC 40-63*. Зубья колеса нарезают на заготовке из сырой стали, а затем подвергают их термической или химико-термической обработке (объемной закалке, поверхностной закалке, цементации с последующей закалкой, азотированию, цианированию и т.д.). После объемной закалки и цементации неизбежны некоторые искажения формы зубьев, которые при необходимости исправляют шлифованием или обкаткой с применением специальных паст.

Для лучшей приработки зубьев и повышения стойкости против заедания рекомендуется *твердость зубьев шестерни назначать несколько выше твердости зубьев колеса*.

Для изготовления *малонагруженных* или *редко работающих* передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения, применяют чугуны.

Кроме сталей и чугуна для изготовления колес применяют также бронзы, латуни, пластмассы, реже – сплавы алюминия и магния, керамику и др.

Для уменьшения трения и повышения КПД *в приборах* часто применяют колеса из латуни (например, ЛС 59-1, ЛК80-3Л) или бронзы (БрОЦС 6-6-3, БрАЖ 9-4, БрАМц 9-2), работающие в паре со стальными шестернями (трибами). Часто из медных сплавов выполняют только венец колеса, насаживаемый на стальную ступицу.

При *предварительных* расчетах для *длительно работающих* передач можно принимать:

допускаемые *контактные* напряжения материала σ_{Hr} для *стальных* колес – из табл. 4.4.1;

допускаемые *изгибные* напряжения σ_{Fr} – из табл. 4.4.2.

Таблица 4.4.1

Термическая или термохимическая обработка	Твердость поверхностей зубьев	σ_{Hr} , МПа
Нормализация	$\leq 350HV$	$1,8HV+64$
Улучшение		

Поверхностная закалка	(40-56) <i>HRC</i>	14 <i>HRC</i>
Цементация	(54-64) <i>HRC</i>	19 <i>HRC</i>
Нитроцементация		

Таблица 4.4.2

Термическая или термохимическая обработка	Твердость поверхностей зубьев	σ_{Fr} , МПа
Нормализация	$\leq 350HB$	0,6 <i>HB</i> +42
Улучшение	$\leq 350HB$	0,6 <i>HB</i> +42
Поверхностная закалка	(40-56) <i>HRC</i>	250
Цементация	(54-64) <i>HRC</i>	330
Нитроцементация		
Нитроцементация		

3.2.2.4 Условия работы зубьев в зацеплении и критерии работоспособности передачи

При трансформации крутящего момента в зацеплении двух прямозубых колес возникает *циклическая* сила нормального давления, распределенная по контактной линии.

Перекатывание зубьев происходит со скольжением одного профиля по другому и поэтому в зацеплении возникает также сила трения.

Потеря работоспособности зубчатых передач происходит по многим причинам, основными из которых являются следующие.

Поломка зубьев — наиболее опасный вид разрушения.

Различают:

— *усталостные поломки*, возникающие вследствие *изгибных* повторно-переменных напряжений в зубьях, когда при многократном повторении нагрузки создается напряжение, превышающее предел *выносливости* материала, и у основания зуба возникает и распространяется *усталостная* трещина; перенапряжение зубьев может вызвано *концентрацией* нагрузки по длине зуба вследствие неправильного монтажа (чаще всего непараллельности валов), а также из-за грубой обработки поверхности впадин зубьев, заклинивания зубьев при нагреве передачи и недостаточной величины боковых зазоров;

— поломки *от перегрузок* динамического и статистического действия; для предотвращения поломки зубьев увеличивают модуль зацепления, повышают твердость зубьев, производят их поверхностное упрочнение, увеличивают жесткость валов, применяют бочкообразные зубья и др.

Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев — основной вид разрушения *закрытых* передач при наличии обильной *жидкой* смазки.

Механизм контактного выкрашивания рассмотрен в разделе 2.8.3.

Если появление усталостных раковин вызывается *начальным приработочным износом* (вследствие неточности изготовления и монтажа колес), то по мере приработки, заключающейся в износе и пластической деформации микронеровностей, концентрация нагрузки снижается, а образовавшиеся раковины завальцовываются. Такое *ограниченное* выкрашивание отрицательно не сказывается на работе зубчатой передачи.

Более опасным является *прогрессивное выкрашивание*, когда появившиеся вначале у полюсной линии мелкие раковины все более разрастаются и распространяются на всю рабочую поверхность ножек, а иногда и головок зубьев. В зацеплении зубчатых колес, у которых появилось усталостное выкрашивание, появляются все возрастающие *динамические* нагрузки, ускоряющие разрушение передачи.

В передачах, работающих со значительным *износом*, вследствие быстрого истирания поверхностных слоев усталостные трещины развиваться не успевают, поэтому *выкрашивания не происходит*.

Для предупреждения усталостного выкрашивания поверхностей зубьев необходимо проводить расчет на выносливость по *контактным* напряжениям, а также применять передачи со смещением, увеличивать поверхностную твердость материала, повышать точность изготовления и монтажа зубчатых колес.

Абразивный износ зубьев — основной вид разрушения открытых, а также и закрытых, но недостаточно защищенных от загрязнения абразивными частицами передач, который вызывается трением, возникающим в зоне контакта зубьев. В процессе износа уменьшается размер зубьев по их толщине, увеличиваются зазоры в зацеплении, вследствие нарушения эвольвентности рабочего участка профиля зуба возрастают динамические нагрузки и шум, снижается кинематическая точность.

Для предупреждения (или уменьшения) износа необходимо понижать шероховатость и повышать твердость поверхностей зубьев, защищать передачу от попадания абразивных частиц, уменьшать относительную скорость скольжения профилей за счет применения передач со смещением, использовать смазку с повышенной вязкостью.

Заедание. Такой вид повреждения зубьев наиболее характерен для высоконагруженных быстроходных и среднескоростных передач. Заедание возникает, когда вследствие высокого давления и температуры происходит *разрыв масляной пленки* между зацепляющимися профилями и *образование металлического контакта*.

При небольшом количестве микроконтактов при выходе из контакта отдельные сцепившиеся микроплощадки разрываются, их температура быстро снижается вследствие теплоотдачи внутрь металла и масляная пленка восстанавливается. Такая *легкая форма заедания*, заключающаяся в отрыве частиц металла от одной из поверхностей и постепенном износе зубьев называется *натиром*.

При большом количестве микроконтактов теплота не успевает отводиться и накапливается с каждым оборотом колеса. Через некоторое время масляная пленка в зоне контакта уже не восстанавливается, происходит схватывание значительных частиц металла с дальнейшим отрывом их от более мягкой поверхности и прочным соединением с более твердой. Возникшие на более твердом зубе бугорки образуют на более мягком борозды в направлении скольжения и за короткое время выводят передачу из строя. Такой *вид заедания* получил название *задира*.

Наиболее эффективной мерой предупреждения заедания, помимо рационального подбора материалов зубчатых колес, является применение специальных противозадирных масел с повышенной вязкостью и химически активными добавками.

Пластические сдвиги наблюдаются у тяжелонагруженных зубчатых колес, выполненных из мягкой стали. На поверхностях таких зубьев при перегрузках появляются пластические деформации с последующим сдвигом в направлении скольжения. Это явление приводит к тому, что у полюсной линии зубьев ведущего колеса образуется канавка, а у зубьев ведомого – хребет. В результате нарушается правильность зацепления, что, в свою очередь, приводит к разрушению зубьев. Такие сдвиги можно устранить повышением твердости поверхностных слоев рабочих поверхностей зубьев и применением более вязкого масла.

Отслаивание поверхностных частиц металла возникает вследствие некачественной термической и химико-термической обработки поверхности зубьев. Отслаивание возможно из-за дефектов поверхностного слоя азотированных или цементованных с последующей поверхностной закалкой зубьев или из-за недостаточной прочности сердцевины, вследствие чего при больших нагрузках происходит продавливание хрупкой кромки. Способствует отслаиванию и наличие перегрузок.

Лекция № 16 (2 часа). Эвольвентное зацепление

3.2.2.5 Плоские зубчатые передачи

3.2.2.5.1 Общие положения

Структура простой зубчатой передачи (рис. 4.4.5) характеризуется наличием двух звеньев в виде цилиндрических зубчатых колес с вращательными кинематическими парами $O-1$ и $O-2$, связанными со стойкой O и высшей парой 1-2, в которой происходит контакт профилей двух зубьев, то есть подобная передача представляет собой *трехзвенную замкнутую кинематическую цепь*. Поэтому *основная теорема зацепления* о связи скоростей звеньев, образующих высшую пару, ранее изложенная для общего случая (см. раздел 4.2), справедлива для зубчатой передачи в следующей формулировке:

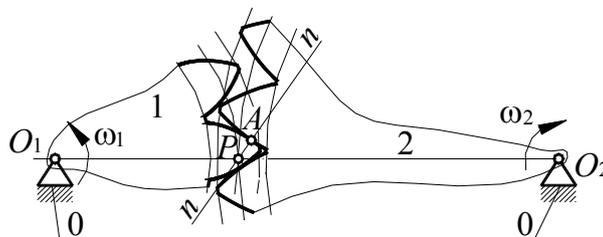


Рис. 4.4.5

общая нормаль к профилям зубчатых колес, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям зубчатых колес.

Точка пересечения межцентрового расстояния и общей нормали к профилям называется *полюсом зацепления P* .

Для *постоянства передаточного отношения* за период зацепления профилей двух зубьев при передаче вращательного движения, необходимо, чтобы *нормаль к профилям зубьев в точке их касания, проведенная в любом положении соприкасающихся профилей, проходила через одну и ту же точку на линии центров двух колес (рис. 4.4.5) и делила линию центров в неизменном отношении*, то есть *полюс зацепления P не должен менять своего положения на межцентровой линии*.

В этом движении профили зубчатых колес, удовлетворяющие теореме зацепления, должны быть *взаимно огибающими*. Такие профили называют *сопряженными*.

3.2.2.5.2 Линия зацепления

Если точки последовательного касания профилей, построенные для различных положений зубчатой пары, соединить плавной кривой, получим *линию зацепления* (рис. 4.4.6), то есть *линией зацепления* называется *геометрическое место точек последовательного соприкосновения пары зубчатых профилей, принадлежащее неподвижной плоскости*.

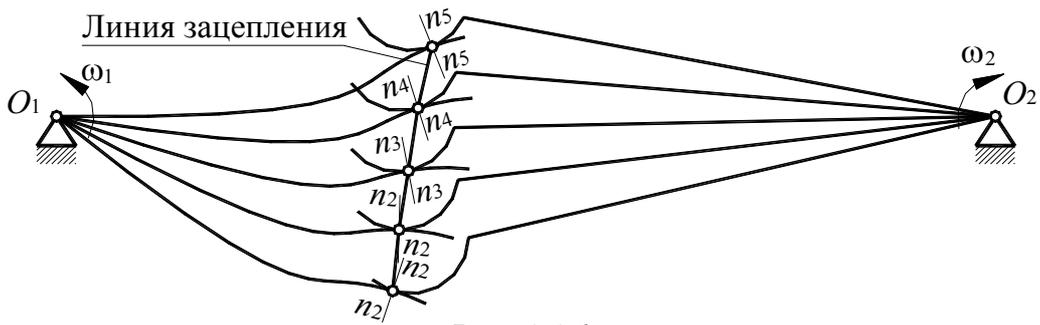


Рис. 4.4.6

Задаваясь характером линии зацепления и основываясь на приведенной ранее основной теореме зацепления, можно построить *сопряженные*, то есть удовлетворяющие условиям основной теоремы зацепления, профили зубчатых колес.

Выбираемый характер линии зацепления определяет собой геометрические формы сопряженных зубчатых профилей.

Если линия зацепления – прямая, проходящая через полюс зацепления P , то профили зубчатых колес получаются *эвольвентными*.

3.2.2.5.3 Эвольвента. Эволюта. Эвольвентное зацепление

Эвольвентой (разверткой) окружности называется плоская кривая A_0A (рис. 4.4.7), описываемая любой точкой прямой линии nn , катящейся без скольжения по данной окружности.

Линию nn , представляющую собой *подвижную* центроиду, называют *производящей прямой*, а окружность радиуса r_b , по которой она перекачивается, – *эволютой* или *основной окружностью*, являющейся *неподвижной* центроидой.

Начальная точка эвольвенты A_0 , лежащая на основной окружности, называется *начальной точкой заострения* или *точкой возврата*.

Из условия образования эвольвенты мгновенный центр вращения производящей прямой в положении $n_i n_i$ совпадает с точкой M , поэтому точка M является центром кривизны, а отрезок $AM = \rho$ – радиусом кривизны эвольвенты в точке A . Отсюда следует, что производящая прямая в каждом своем положении является *нормалью* к образуемой ей эволь-

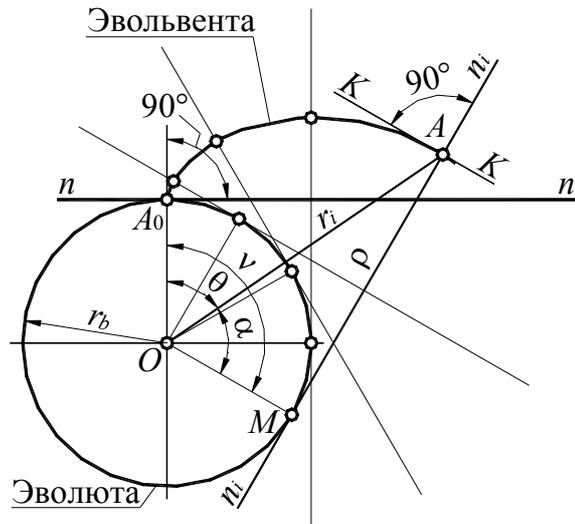


Рис. 4.4.7

венте, а эволюта является геометрическим местом центров кривизн эвольвенты.

Рассмотрим параметры эвольвенты и установим зависимости между ними.

Угол развернутости эвольвенты между нормалью к эвольвенте в ее предельной, принадлежащей основной окружности, и рассматриваемой точках:

$$v = \sphericalangle A_0OM = \frac{\widehat{A_0M}}{r_b}.$$

Учитывая, что $\widehat{A_0M} = AM$, так как прямая перекачивается по окружности без скольжения, а $AM = r_b \operatorname{tg} \alpha$, получаем:

$$v = \operatorname{tg} \alpha, \quad (4.4.1)$$

где α – профильный угол эвольвенты, т.е. угол между текущим радиус-вектором OA и касательной KK к эвольвенте в точке A , равный углу между радиус-вектором OA и радиусом OM основной окружности, проведенным в точку M касания производящей прямой.

Радиус кривизны эвольвенты:

$$\rho = AM = r_b \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.4.2)$$

Текущий радиус-вектор точки эвольвенты:

$$r_i = OA = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (4.4.3)$$

Полярный угол эвольвенты, или эвольвентный угол, определяющий направление текущего радиус-вектора:

$$\theta = v - \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \quad (4.4.4)$$

Полученную функцию угла α называют эвольвентной функцией, или инволютой, и используют ее при геометрическом расчете эвольвентных профилей. Значения $\operatorname{inv} \alpha$ в табличной форме приведены в специальной литературе.

Уравнения (4.4.2) и (4.4.3) являются параметрическими уравнениями эвольвенты в полярных координатах.

Из образования эвольвенты (рис. 4.4.7) следует, что она не может сущест-

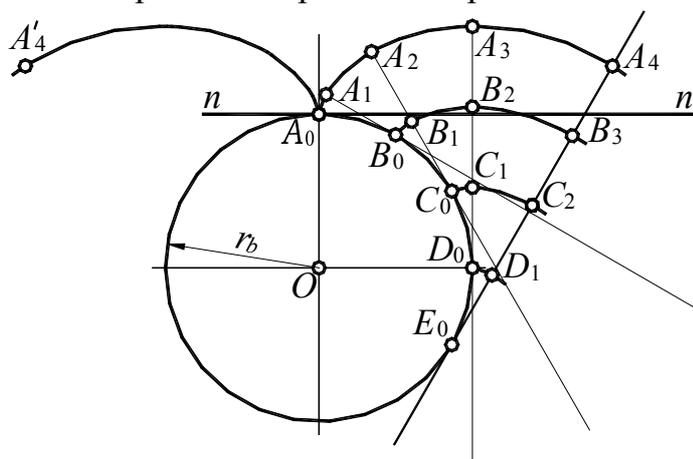


Рис. 4.4.8

воватъ внутри основной окружности и имеет две ветви (например, правую A_0A_4 и левую $A_0A'_4$), в зависимости от того, в какую сторону перекачивается производящая прямая (рис. 4.4.8).

Две одноименные (правые или левые) эвольвенты – являются эквидистантными кривыми, то есть расстояние между ними, измеренное по любой общей нормали, одинаково и равно спрямленной дуге между началами эвольвент:

$$\overline{A_0B_0} = A_1B_0 = A_2B_1 = A_3B_2 = A_4B_3,$$

$$\overline{B_0C_0} = B_1C_0 = B_2C_1 = B_3C_2,$$

$$\overline{C_0D_0} = C_1D_0 = C_2D_1,$$

$$\overline{D_0E_0} = D_1E_0.$$

Рассмотрим теперь зацепление двух эвольвентных профилей (рис. 4.4.9).

Пусть две эвольвенты EF и GH , построенные на основных окружностях радиусов r_{b1} и r_{b2} введены в зацепление, при этом центры окружностей заняли положения O_1 и O_2 , а эвольвенты коснулись друг друга в некоторой произвольной точке C .

Из свойств эвольвенты вытекает, что нормаль M_1C к профилю EF в точке касания C должна быть касательной к основной окружности радиуса r_{b1} , а нормаль M_2C к профилю GH – касательной к основной окружности радиуса r_{b2} . Так как в точке касания двух кривых можно провести только одну общую нормаль, то отрезки M_1C и M_2C являются участками этой общей нормали nn , которая, следовательно, одновременно касается обеих основных окружностей.

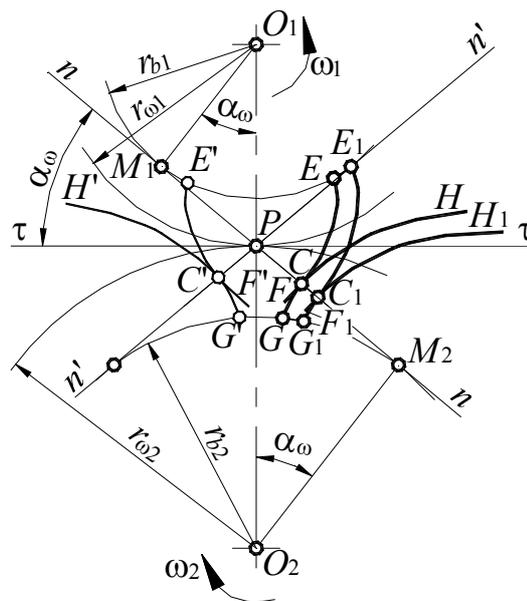


Рис. 4.4.9

При повороте ведущего профиля EF вокруг центра O_1 ведомый профиль GH будет поворачиваться вокруг центра O_2 , а точка контакта профилей – перемещаться. Если профили заняли, например, положения E_1F_1 и G_1H_1 , то общая нормаль к ним, проведенная через точку их контакта C_1 , будет по-прежнему касательной к обеим основным окружностям. Следовательно, в любом положении двух контактирующих

эвольвент их общая нормаль занимает неизменное положение в пространстве. Постоянное положение общей нормали nn обеспечивает и постоянное положение полюса зацепления P на линии центров O_1O_2 . При этом, в соответствии с основным законом зацепления, передаточное отношение i_{12} от профиля EF к профилю GH , равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P}{O_1P} = -\frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}},$$

при вращении эвольвентных профилей остается постоянным.

Таким образом, эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения, т.е. является кинематически точным.

Из сказанного также следует, что при зацеплении эвольвентных профилей точка их контакта перемещается по нормали nn в пределах участка M_1M_2 . Поэтому отрезок M_1M_2 являющийся геометрическим местом точек касания зацепляющихся эвольвентных профилей, носит название *линии зацепления*. Прямая линия зацепления характерна только для эвольвентного зацепления.

Острый угол α_ω между общей нормалью nn и прямой $\tau\tau$, перпендикулярной к линии центров O_1O_2 , называют *углом зацепления*. Для эвольвентного зацепления он постоянен.

Давление одного эвольвентного профиля на другой, передаваемое по общей нормали, сохраняет постоянное направление в пространстве в течение всего периода зацепления. Это является одним из достоинств эвольвентного зацепления.

При изменении направления вращения звеньев движение будет передаваться другими, симметричными к предыдущим, эвольвентными профилями ($E'F'$ и $G'H'$), а линия зацепления займет иное положение. Однако новая линия зацепления будет по-прежнему касательной к тем же основным окружностям, поэтому полюс зацепления останется на прежнем месте, сохранится и величина передаточного отношения.

Из рис. 4.4.9:

$$r_{b1} = r_{\omega 1} \cos \alpha_\omega, \tag{4.4.5}$$

$$r_{b2} = r_{\omega 2} \cos \alpha_\omega,$$

откуда, учитывая выражение (4.2.3), получим:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}} = \mp \frac{r_{\omega 2} \cos \alpha_\omega}{r_{\omega 1} \cos \alpha_\omega} = \mp \frac{r_{b2}}{r_{b1}}, \tag{4.4.6}$$

т.е. *передаточное отношение i_{12} эвольвентных профилей зависит только от радиусов основных окружностей и не зависит ни от угла зацепления, ни от межцентрового расстояния. Поэтому погрешность меж-*

центрального расстояния, всегда возникающая при изготовлении и сборке механизмов, не влияет на кинематическую точность эвольвентного зацепления, так как при этом не меняются значения радиусов основных окружностей. По этой причине круглые зубчатые колеса, с эвольвентными профилями зубьев получили наибольшее распространение.

Из рис. 4.4.9 следует, что зацеплении эвольвентных профилей последние являются *взаимоогibaемыми кривыми*. Тогда, эвольвенту второго сопряженного звена можно рассматривать как огибающую семейства эвольвент первого звена при их согласованном движении.

Эвольвента, как *огibaющая семейства эвольвент*, изображена на рис. 4.4.10.

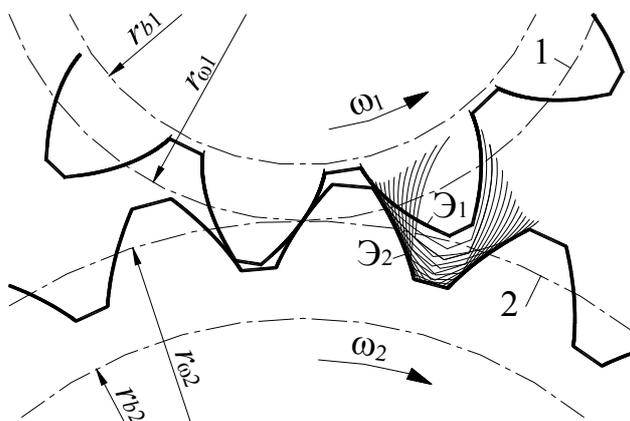


Рис. 4.4.10

Если по неподвижной окружности 2 катить без скольжения окружность 1 радиуса r_{ω_1} , с которой связана эвольвента \mathcal{E}_1 окружности радиуса r_{b_1} , то огибающей семейства эвольвент \mathcal{E}_1 будет эвольвента \mathcal{E}_2 , полученная разверткой окружности радиуса r_{b_2} . Величины радиусов r_b связаны с радиусами r_{ω} формулами (4.4.5).

В частном случае, когда радиус r_{ω_1} (следовательно, и r_{b_1}) равен бесконечности, эвольвента \mathcal{E}_1 вырождается в прямую, а зуб становится трапециевидальным с углом при вершине трапеции, равным α_{ω} (рис. 5.5.11).

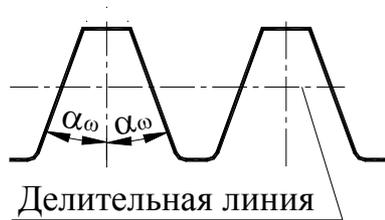


Рис. 4.4.11

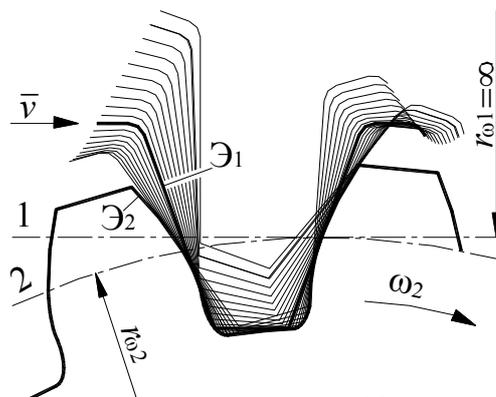


Рис. 4.4.12

Такое зубчатое звено называется *зубчатой рейкой* (рис. 4.4.1, д).

Картина получения огибающих боковых профилей рейки представлена на рис. 4.4.12.

3.2.2.5.2 Цилиндрические зубчатые прямозубые передачи с круглыми колесами

4.2.5.2.1 Основные понятия и определения

Зубчатая передача представляет собой трехзвенный механизм, каждое из двух подвижных зубчатых звеньев которого образует с неподвижным звеном *вращательную* (передача с круглыми колесами, рис. 4.4.13, а, б) или *поступательную* (реечная передача, рис. 4.4.13, в) *кинематическую пару*. Для передачи движения на подвижных звеньях формируют *зубья* (рис. 4.4.13). Если боковые поверхности зубьев колес параллельны осям колес, то такие *цилиндрические* передачи называют *прямозубыми*.

Меньшее зубчатое колесо обычно называют *шестерней*, большее – *колесом*. В приборостроении меньшее зубчатое колесо называют *трибом* или *трибкой*.

В соответствии с *основным законом зацепления* (см. разделы 4.2 и 4.4.2.3) *центроидами* в *относительном* движении зубчатых колес при *постоянном* передаточном отношении ($i_{12} = \text{const}$) должны быть окружности, радиусы которых $r_{\omega 1}$ и $r_{\omega 2}$ равны расстояниям от центров колес O_1 и O_2 до полюса зацепления P :

$$r_{\omega 1} = O_1 P,$$

$$r_{\omega 2} = O_2 P.$$

В теории зацепления эти окружности называют *начальными*. Они перекатываются одна по другой *без скольжения*.

Со стороны тела зубчатого колеса зубья ограничиваются *окружностью впадин* диаметра d_f , с наружной стороны – *окружностью вершин* диаметра d_a .

Впадиной называют пространство между двумя соседними зубьями, ограниченное окружностями вершин и впадин.

Если окружность вершин находится снаружи окружности впадин, то получается зубчатое колесо с *внешними* зубьями (рис. 4.4.13, а – звенья 1 и 2, рис. 4.4.13, б, в – звено 1); у зубчатого колеса с *внутренними* зубьями окружность вершин находится внутри окружности впадин (рис. 4.4.13, б – звено 2).

Зубчатое зацепление, в котором центроиды (начальные окружности) зубчатых колес расположены одна вне другой, называют *внешним* (рис. 4.4.13, а, 4.4.14). В этом случае *оба* зубчатых колеса имеют *внешние* зубья.

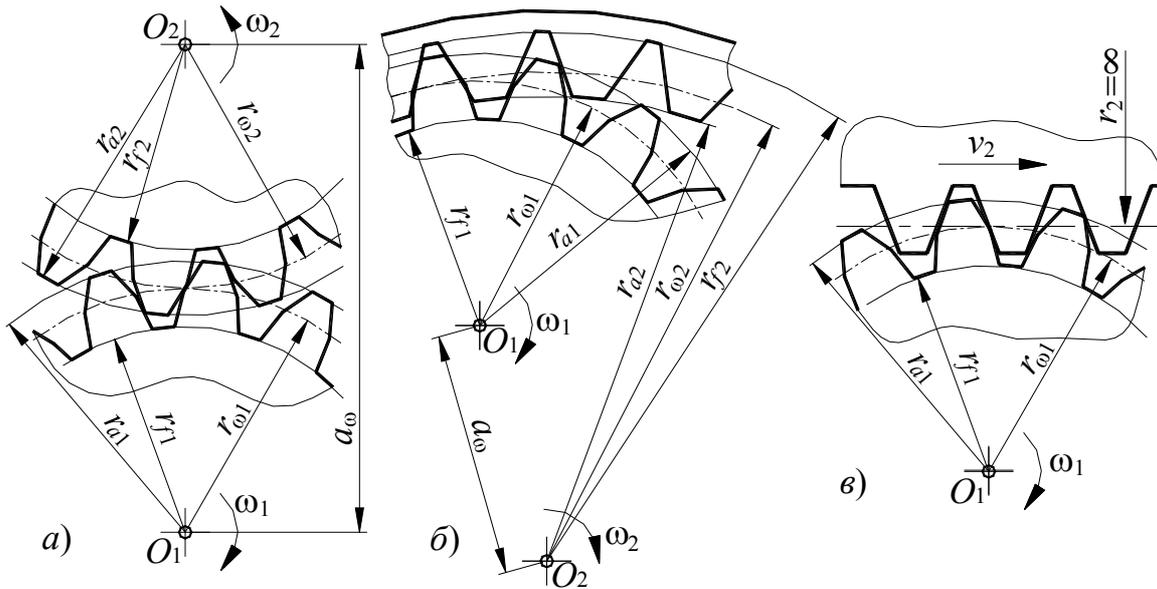


Рис. 4.4.13

Зубчатое зацепление, в котором *центроида шестерни находится внутри центроида колеса* называется *внутренним*. В этом случае *шестерня имеет внешние зубья, а колесо – внутренние зубья* (рис. 4.4.13, б).

Если одно из зубчатых звеньев имеет *бесконечно большой радиус начальной окружности*, то его называют *зубчатой рейкой*, а его зацепление с шестерней – *реечным зацеплением* (рис. 4.4.13, в).

3.2.2.5.2.2 Параметры эвольвентной передачи с круглыми цилиндрическими колесами. Взаимосвязь между параметрами передачи

Межосевое расстояние зубчатой передачи можно выразить через диаметры или радиусы начальных окружностей:

$$a_{\omega} = r_{\omega 2} \pm r_{\omega 1} = \frac{d_{\omega 2} \pm d_{\omega 1}}{2} = \frac{d_{\omega 1} (u \pm 1)}{2} \quad (4.4.7)$$

где знак «+» относится к внешнему зацеплению,
 знак «-» относится к внутреннему зацеплению,
u – передаточное число:

$$u = \frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.8)$$

Часть зуба, расположенная между начальной окружностью и окружностью вершин, называют *начальной головкой* зуба.

Размер начальной головки, измеренный в *радиальном* направлении колеса, называется *высотой начальной головки* $h_{\omega a}$ (рис. 4.4.14, 4.4.15).

Часть зуба, заключенная между начальной окружностью и окружностью впадин, называют *начальной ножкой* зуба.

Размер начальной ножки, измеренный в *радиальном* направлении колеса называется *высотой начальной ножки* $h_{\omega f}$ (рис. 4.4.14, 4.4.15).

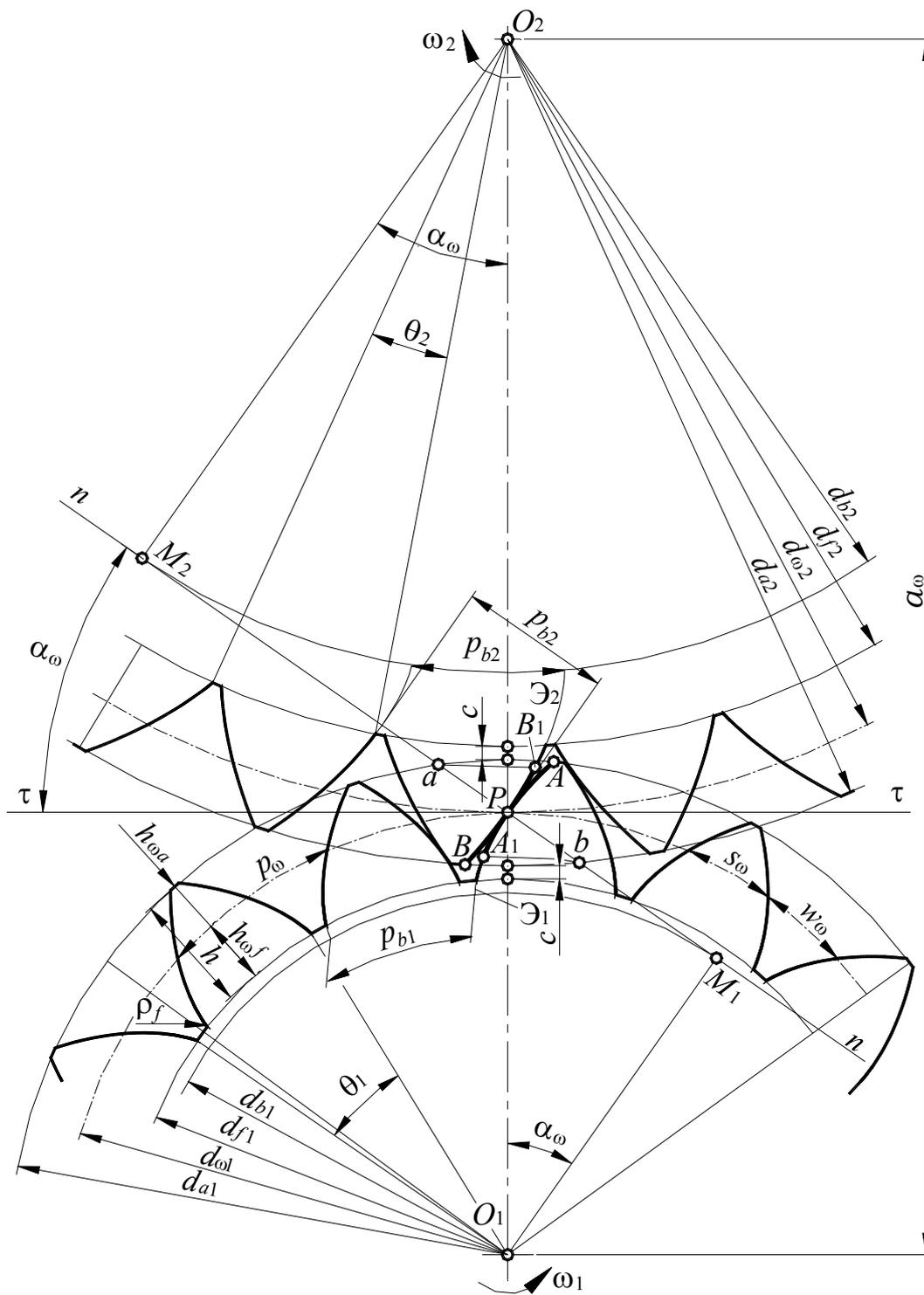


Рис. 4.4.14

Полная *высота* зуба равна сумме головки и ножки:

$$h = h_{\omega a} + h_{\omega f}. \quad (4.4.9)$$

Очевидно, что:

для *внешнего* зацепления (рис. 4.4.14):

$$d_a = d_{\omega} + 2h_{\omega a}, \quad (4.4.10)$$

$$d_f = d_{\omega} + 2h_{\omega f}; \quad (4.4.11)$$

для *внутреннего* зацепления (рис. 4.4.15):

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{\omega a}, \quad (4.4.12)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} - 2h_{\omega a}, \quad (4.4.13)$$

$$d_{f1} = d_{\omega 1} - 2h_{\omega f}, \quad (4.4.14)$$

$$d_{f2} = d_{\omega 2} + 2h_{\omega f}. \quad (4.4.15)$$

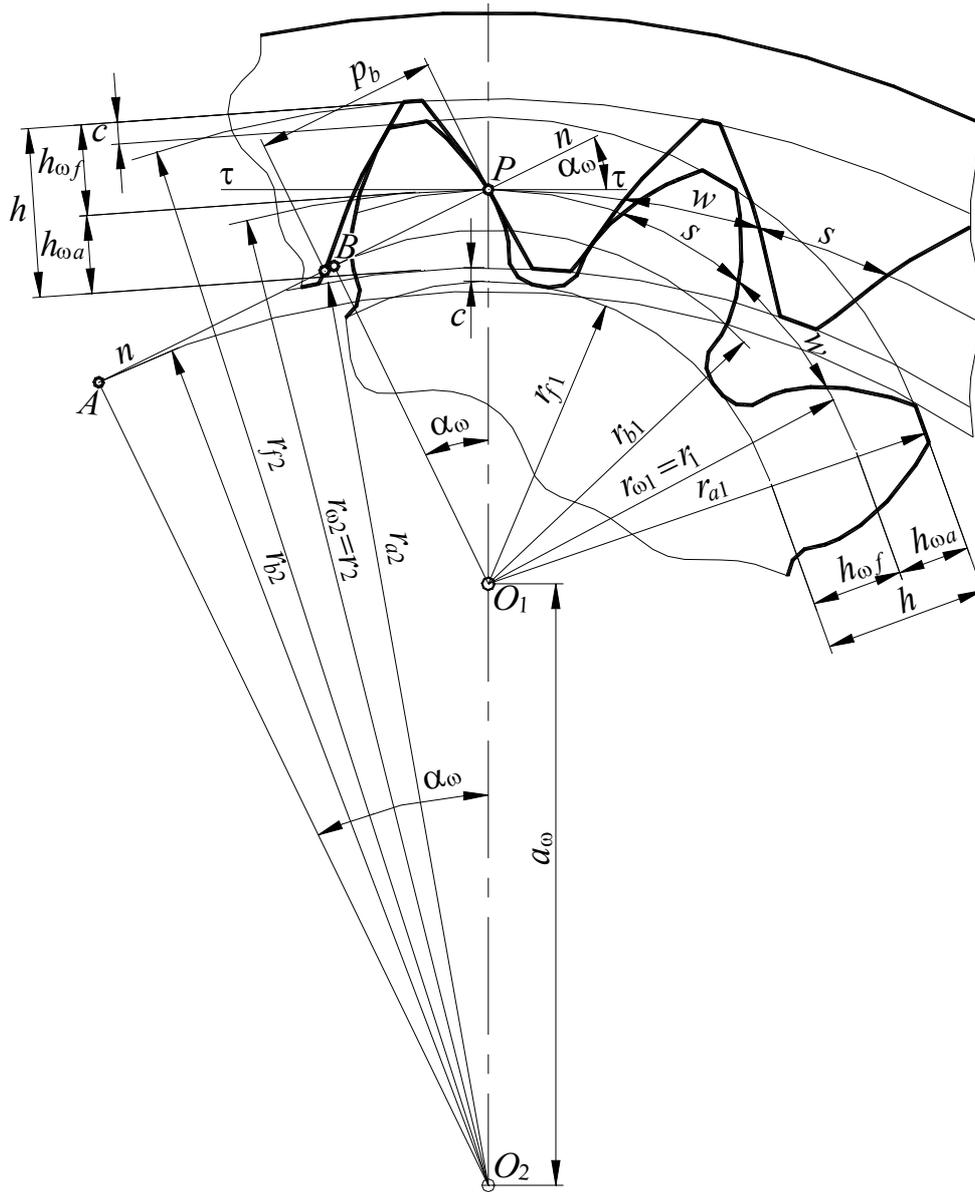


Рис. 4.4.15

Наименьшее расстояние c между окружностью вершин одного зубчатого колеса и окружностью впадин другого носит название *радиального зазора* зубчатой передачи (рис. 4.4.14, 4.4.15).

В подавляющем большинстве случаев высоту начальной головки зуба шестерни принимают равной начальной высоте головки зуба сопряженного с ней колеса, а высоту начальной ножки зуба шестерни – равной начальной высоте ножки зуба сопряженного с ней колеса.

В этом случае:

$$h_{\omega a1} = h_{\omega a2} = h_{\omega a}, \quad (4.4.16)$$

$$h_{\omega f1} = h_{\omega f2} = h_{\omega f}. \quad (4.4.17)$$

Из рис. 4.4.14, 4.4.15 очевидно, что:

$$c = h_{\omega f} - h_{\omega a} . \quad (4.4.18)$$

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между профилями одного и того же зуба называется *окружной толщиной зуба* по этой окружности s .

Окружную толщину зуба по *начальной* окружности s_{ω} называют *начальной* окружной толщиной зуба.

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между ближайшими профилями соседних зубьев называется *окружной шириной впадины* по этой окружности w .

Окружную ширину впадины по *начальной* окружности w_{ω} называют *начальной* окружной шириной впадины.

Расстояние p между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге какой-либо окружности, называют *окружным шагом зубьев* по этой окружности.

Окружной шаг по *начальной* окружности p_{ω} называют *начальным* окружным шагом.

Начальный окружной шаг зубьев p_{ω} , измеряемый по *начальной* окружности, равен сумме *начальной окружной толщины* зуба s_{ω} и *начальной окружной ширины впадины* w_{ω} :

$$p_{\omega} = s_{\omega} + w_{\omega} . \quad (4.4.19)$$

Для непрерывной передачи движения *начальный окружной шаг* зубьев должен быть одинаков у обоих колес.

Окружность d , по которой окружная толщина зуба s_{ω} равна окружной ширине впадины w_{ω} (без учета зазоров), называется *делительной* окружностью.

Делительная окружность является базовой для определения геометрических параметров колеса.

Для любых концентричных i -х окружностей зубчатого колеса справедливо равенство:

$$\pi d_i = z p_i \quad (4.4.20)$$

где z – число зубьев колеса;

p_i – окружной шаг зубьев, измеренный по окружности диаметра d_i .

Из формулы (4.4.20):

$$d_{1i} = \frac{p_i}{\pi} z_1, \quad (4.4.21)$$

$$d_{2i} = \frac{p_i}{\pi} z_2 \quad (4.4.22)$$

Линейная величина m_i , в π раз меньшая окружного шага зубьев p_i называется *окружным модулем* зубьев по i -ой окружности:

$$m_i = \frac{p_i}{\pi}. \quad (4.4.23)$$

Окружной модуль, так же как и окружной шаг, имеет разные значения для различных концентрических окружностей зубчатого колеса, поэтому различают *начальный*, *основной окружной* и другие модули.

Делительный модуль зубьев m , или просто *модуль*, – это основной параметр, используемый для расчета размеров зубчатого колеса с данным числом зубьев.

В этом случае:

$$d_1 = \frac{p}{\pi} z_1 = m z_1, \quad (4.4.24)$$

$$d_2 = \frac{p}{\pi} z_2 = m z_2 \quad (4.4.25)$$

где d_1 – диаметр *делительной* окружности шестерни;

d_2 – диаметр *делительной* окружности колеса.

Применим формулу (4.4.20) для *начальных* окружностей:

$$\pi d_{\omega 1} = z_1 p_{\omega}, \quad (4.4.26)$$

$$\pi d_{\omega 2} = z_2 p_{\omega}, \quad (4.4.27)$$

откуда, с учетом (4.4.8):

$$\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}} = \frac{z_2}{z_1} = u. \quad (4.4.28)$$

Из формулы (4.4.7) с учетом (4.4.28) очевидно:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_{\omega}}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}, \quad (4.4.29)$$

$$d_{\omega 2} = \frac{2a_{\omega} u}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}. \quad (4.4.30)$$

Понятие *начальных* окружностей является *кинематическим* и связано с *зацеплением* двух зубчатых колес, в то время как понятие *делительной* окружности относится к *отдельно взятому* зубчатому колесу.

В *немодифицированном* зацеплении *делительные* окружности *совпадают* с *начальными*:

$$d = d_{\omega}. \quad (4.4.31)$$

Центральный угол θ окружности зубчатого колеса, соответствующий *шагу зацепления*, называется *угловым шагом*:

$$\theta_1 = \frac{2\pi}{z_1}, \quad (4.4.32)$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi}{z_2}. \quad (4.4.33)$$

При проектных расчетах используют *относительные* величины для выражения параметров передачи через модуль:

h_a^* – коэффициент высоты головки;

c^* – коэффициент радиального зазора.

Тогда:

радиальный зазор:

$$c = c^* m. \quad (4.4.34)$$

высота делительной головки зуба:

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.4.35)$$

высота делительной ножки зуба:

$$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*) m, \quad (4.4.36)$$

высота зуба:

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m. \quad (4.4.37)$$

диаметр окружности вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a = m(z \pm 2h_a^*), \quad (4.4.38)$$

диаметр окружности впадин:

$$d_f = d \mp 2h_f = m(z \mp 2h_a^* \mp 2c^*), \quad (4.4.39)$$

В формулах (4.4.38), (4.4.39):

знак «+» относится к *внешнему* зацеплению,

знак «-» относится к *внутреннему* зацеплению.

Для цилиндрических эвольвентных передач приняты следующие *стандартные* величины:

при $m > 1$ мм $h_a^* = 1$, $c^* = 0,25$.

3.2.2.5.2.3 Силовой расчет цилиндрической эвольвентной прямозубой передачи

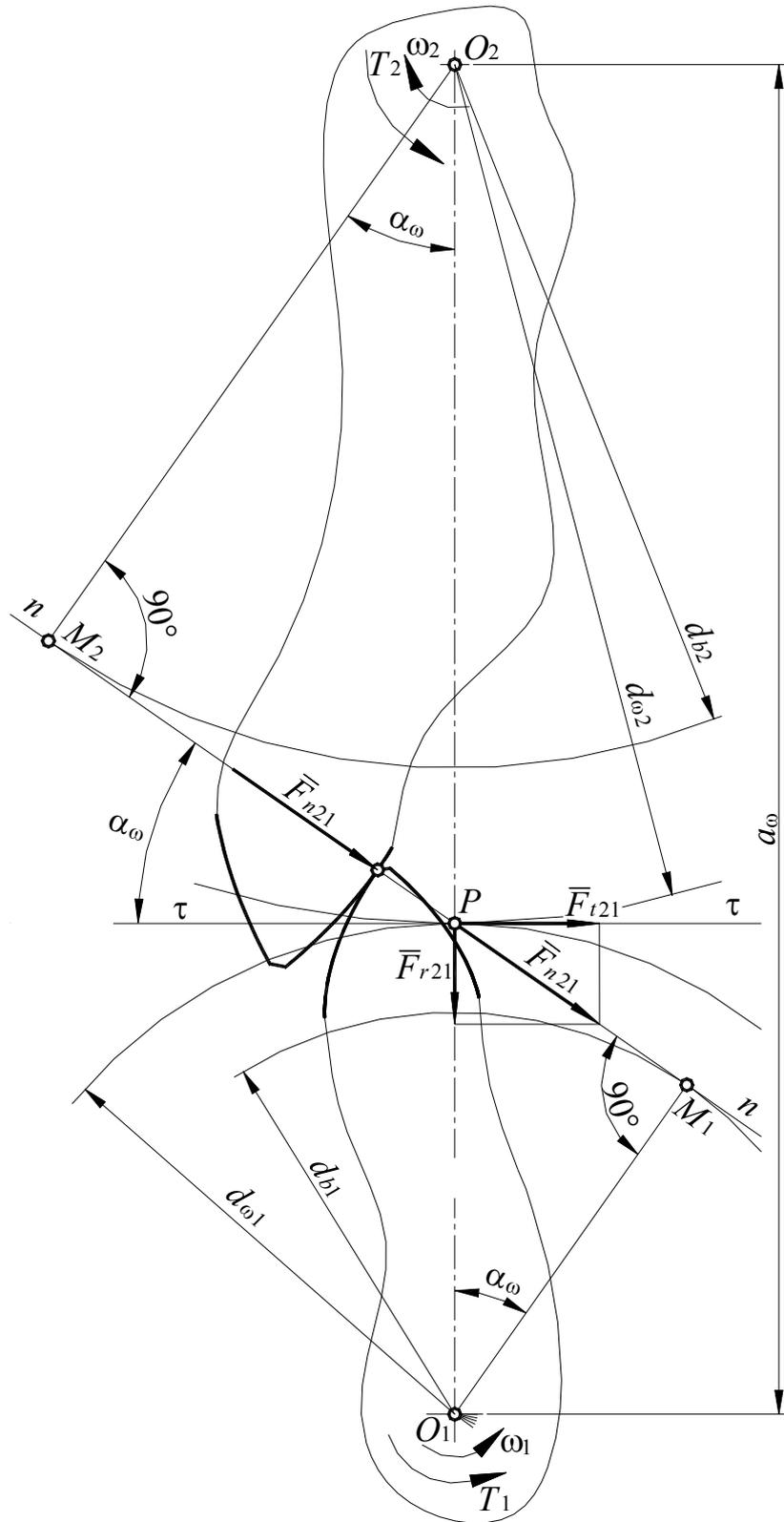


Рис. 4.4.32

При передаче крутящего момента T_1 в зацеплении двух прямозубых колес возникает *циклическая* сила нормального давления, распределенная по контактной линии и действующая вдоль линии зацепления которую заменяют равнодействующей силой F_n (рис. 4.4.32).

Переносим силу F_n по линии ее действия в полюс зацепления P и раскладываем ее на окружную составляющую силу F_t и радиальную составляющую силу F_r , получим:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega 1}} = F_n \sin \alpha_{\omega}, \quad (4.4.83)$$

$$F_r = F_n \cos \alpha_{\omega} = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega}. \quad (4.4.84)$$

Перекатывание зубьев происходит со скольжением одного профиля по другому и поэтому в зацеплении возникает также сила трения:

$$F_T = fF_n. \quad (4.4.85)$$

Усилия, возникающие в зацеплении колес, кроме деформации зубьев, вызывают и деформации валов, корпусов и опор, что приводит к неравномерному распределению нагрузки вдоль контактной линии зубьев, а также к дополнительным динамическим нагрузкам. Такое же влияние оказывают неизбежные погрешности изготовления и монтажа деталей передачи.

Для учета влияния этих факторов на прочность зубьев номинальную нагрузку при расчете несколько увеличивают введением *коэффициента нагрузки* K :

$$F = KF_n, \quad (4.4.86)$$

$$T = KT_n, \quad (4.4.87)$$

$$P = KP_n, \quad (4.4.88)$$

где F – расчетная сила,
 F_n – номинальная сила,
 T – расчетный момент,
 T_n – номинальный момент,
 P – расчетная мощность,
 P_n – номинальная мощность,
 K – коэффициент нагрузки.
 $K = K_{\beta}K_V$ (4.4.89)

где K_{β} – коэффициент концентрации нагрузки;
 K_V – коэффициент динамичности нагрузки.

Коэффициент концентрации нагрузки K_{β} учитывает неравномерность распределения нагрузки по длине зуба и определяется отношением наибольшей удельной нагрузки q_{\max} к ее средней величине q :

$$K_{\beta} = \frac{q_{\max}}{q}. \quad (4.4.90)$$

Значение q можно найти из отношения:

$$q = \frac{F_n}{b}, \quad (4.4.91)$$

где F_n – нормальное усилие в зацеплении;
 b – длина зуба (длина контактной линии).

Величина q_{\max} зависит от взаимного перекоса зубьев, точное определение которого чрезвычайно затруднено. При проектном расчете величину K_{β} выбирают *ориентировочно* в зависимости от типа нагрузки, характеристики материала, степени точности зубчатых колес и схемы передачи в пределах (1,0-1,4). Меньшие значения принимают для прирабатывающихся колес ($HB < 350$ хотя бы у одного из колес пары) и при нагрузке, близкой к постоянной, большие – для неприрабатывающихся широких ($b > d_1$) колес. При высоких окружных скоростях ($v > 15$ м/с) и хороших условиях смазки между зубьями создается постоянный масляный слой, защищающий их от износа. Это явление снижает влияние приработки зубьев на уменьшение концентрации нагрузки.

Для уменьшения q_{\max} и K_{β} при проектировании передач рекомендуется: располагать колеса симметрично относительно опор; при несимметричном или консольном расположении применять колеса меньшей ширины, так как при прочих равных условиях влияние перекоса зубьев увеличивается с увеличением ширины колес; увеличивать жесткость валов за счет сокращения их длины; придавать зубьям специальную бочкообразную форму и т.д.

Погрешности формы и взаимного расположения зубьев (окружного шага) являются причиной неплавности работы зубчатой пары, колебаний угловой скорости колес. Последние вызывают в зацеплении дополнительные инерционные усилия, которые и называют *динамической нагрузкой*. Влияние динамической нагрузки учитывается *коэффициентом динамичности нагрузки* K_V , который равен отношению полной нагрузки $F_n + F_{нд}$ к номинальной F_n :

$$K_V = 1 + \frac{F_{нд}}{F_n} \quad (4.4.92)$$

где $F_{нд}$ – дополнительная динамическая нагрузка.

Величины $F_{нд}$ и K_V зависят от погрешности профиля зуба и окружного шага, от окружной скорости, упругости деталей передачи, масс звеньев и др. Динамическую нагрузку, обусловленную погрешностями

зацепления, не следует смешивать с динамической нагрузкой, вызванной резкими колебаниями внешней нагрузки на передачу.

При *предварительных* расчетах коэффициент динамичности нагрузки K_V выбирают приближенно в пределах (1,0-1,6). Меньшие значения принимают при высокой степени точности изготовления и малой окружности скорости ($v \leq 1$ м/с).

Коэффициент нагрузки K для предварительных расчетов можно принимать из диапазона (1,3-1,5), причем меньшие значения следует брать для тихоходных передач и прирабатывающихся материалов.

После определения размеров передачи значения K_B и K_V уточняют и, если необходимо, в расчет вносят поправки.

Лекция № 17 (2 часа).

Расчет эвольвентной цилиндрической прямозубой передачи

3.2.2.5.2.4 Расчет рабочих поверхностей зубьев на прочность по контактным напряжениям

Под действием силы нормального давления F_n в зоне контакта зубьев возникают циклические контактные напряжения σ_H , которые при определенных условиях могут привести к усталостному выкрашиванию или к пластической деформации рабочих поверхностей зубьев.

Контакт зубьев (рис. 4.4.32) можно *условно* отождествить с контактом двух *круговых* цилиндров, радиусы r_1 и r_2 которых равны *радиусам кривизны эвольвент* ρ_1 и ρ_2 в точке контакта.

Наибольшие контактные напряжения на поверхности сжимаемых цилиндров определяют по формулам (2.10.10) и (2.10.11), обобщенная запись которых для данного случая принимает вид:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q \frac{\rho_2 \pm \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.4.93)$$

где q – интенсивность нагрузки (нагрузка, распределенная по длине контактной линии);

E_1 и E_2 – модули упругости первого рода материалов сопрягаемых колес.

В формуле (4.4.93) знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «-» – к внутреннему контакту.

Условие прочности при расчете на *контактную* прочность на основании уравнения (4.4.93) можно записать в виде:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}} \leq \sigma_{H_p}, \quad (4.4.94)$$

где σ_H — максимальное сжимающее (контактное) напряжение в центре площадки контакта (H — первая буква фамилии автора этой формулы Герца в латинской транскрипции);

$$q = \frac{F_n}{b}; \quad (4.4.95)$$

F_n — нормальная сила в зацеплении;

b — длина контактной линии;

$E_{\text{пр}}$ — приведенный модуль упругости первого рода;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}; \quad (4.4.96)$$

$\rho_{\text{пр}}$ — приведенный радиус кривизны контактирующих цилиндров;

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1}, \quad (4.4.97)$$

где знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «−» — к внутреннему контакту.

σ_{H_p} — допускаемые контактные напряжения.

Формула Герца справедлива при следующих допущениях:

- контакт происходит при статических условиях нагружения;
- сжимающая сила нормальна площадке контакта, т.е. на поверхности цилиндров нет касательных сил;
- смазка отсутствует;
- сжимаемые тела изготовлены из идеально упругих и однородных материалов.

Формула не учитывает и таких специфических факторов работы зубчатых передач, как гидродинамические явления, происходящие в слое смазки между контактирующими поверхностями, наличие динамических нагрузок и касательных сил трения, неравномерность нагрузки и т.д. Поэтому при использовании формулы Герца для расчета зубьев необходимо вводить поправочные коэффициенты.

Введем в формулу Герца коэффициент нагрузки K и преобразуем ее с целью большего удобства в практическом использовании.

Расчетная удельная нагрузка в этом случае будет равна:

$$q = \frac{KF_{нн}}{b} = \frac{KF_{тн}}{b \cos \alpha_{\omega}} = \frac{2KT_{2н}}{bd_{\omega 2} \cos \alpha_{\omega}} =$$

$$= \frac{2KT_{1н}}{bd_{\omega 1} \cos \alpha_{\omega}} = \frac{2KT_{2н}}{bd_{\omega 1} u \cos \alpha_{\omega}}, \quad (4.4.98)$$

где $F_{нн}$ – номинальная нормальная сила в зацеплении;
 $F_{тн}$ – номинальная окружная сила в зацеплении;
 $T_{н1}$ – номинальный момент на шестерне;
 $T_{н2}$ – номинальный момент на колесе;
 $d_{\omega 1}$ – диаметр начальной окружности шестерни;
 $d_{\omega 2}$ – диаметр начальной окружности колеса;
 u – передаточное число зубчатой пары.
 b – ширина зубчатого венца колеса.

Как отмечалось в разделе 4.4.2.6.1.2, зона *минимальной контактной прочности* зуба находится на ножке зуба вблизи начальной окружности. Поэтому при выводе формул для прочностного расчета передачи по контактным напряжениям рассмотрим случай, когда контакт профилей происходит в полюсе зацепления (рис. 4.4.33).

Приведенный радиус кривизны профилей зубьев в полюсе зацепления определяем, воспользовавшись формулой (4.4.2):

$$\rho_1 = \overline{M_1 P} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{\omega} = \frac{d_{\omega 1}}{2} \sin \alpha_{\omega}, \quad (4.4.99)$$

$$\rho_2 = \overline{M_2 P} = r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{\omega} = \frac{d_{\omega 2}}{2} \sin \alpha_{\omega}, \quad (4.4.100)$$

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1} = \frac{d_{\omega 1} d_{\omega 2} \sin \alpha_{\omega}}{2(d_{\omega 2} \pm d_{\omega 1})} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2(u \pm 1)}. \quad (4.4.101)$$

На основании формул (4.4.84) и (4.4.121):

$$a_{\omega} = \frac{d_{\omega 1}(u \pm 1)}{2}. \quad (4.4.102)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_{\omega}}{u \pm 1}. \quad (4.4.103)$$

Подставив в формулу (4.4.94) вместо q его значение из (4.4.98) и вместо $\rho_{\text{пр}}$ его значение из (4.4.101), после преобразований получим:

$$\sigma_H = \frac{1,182}{d_{\omega 1} u} \sqrt{\frac{KT_{2н}(u \pm 1)E_{\text{пр}}}{b \sin 2\alpha_{\omega}}} \leq \sigma_{Hp}. \quad (4.4.104)$$

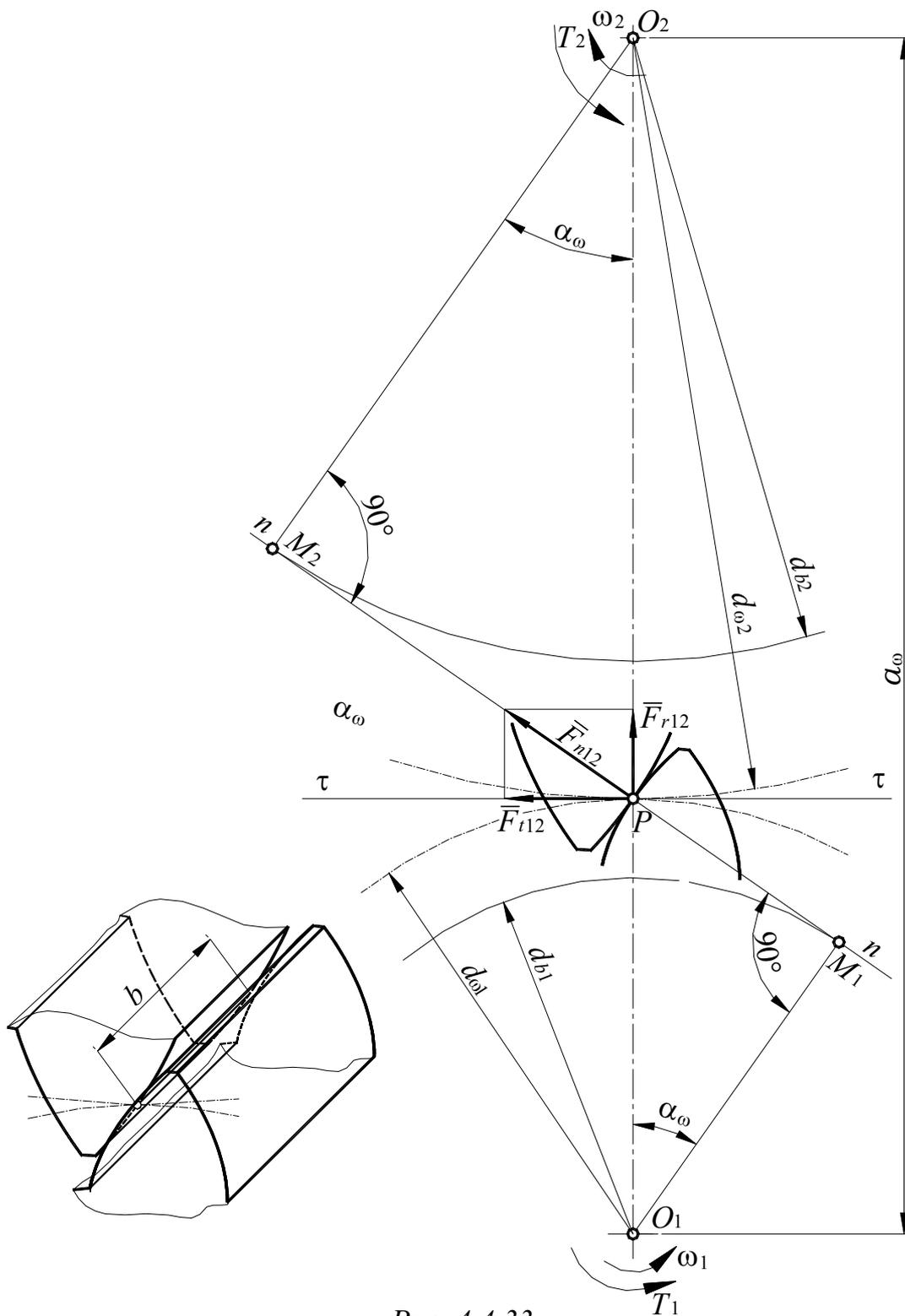


Рис. 4.4.33

Из формулы (4.4.104) видно, что контактное напряжение зависит от величины межосевого расстояния a_{ω} и передаточного числа u и не зависит от модуля m . Формулу (4.4.104) используют при *проверочных* расчетах колес.

В *проектных* расчетах ширину венца колеса b выражают через коэффициент относительной ширины колеса ψ_{ba} , равный:

$$\psi_{ba} = \frac{b}{a_{\omega}}. \quad (4.4.105)$$

Подставив в формулу (4.4.104) вместо $d_{\omega 1}$ его значение из (4.4.103) а вместо b его значение из (4.4.105), после преобразований получим:

$$a_{\omega} \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \psi_{ba} \sin 2\alpha_{\omega}}}. \quad (4.4.106)$$

Далее расчет передачи производится по формулам, приведенным в разделе 4.4.2.4.

3.2.2.5.2.5 Расчет зубьев на прочность по изгибным напряжениям

Практикой эксплуатации установлено, что для передач *7-9 степеней точности* деформации зубьев в зоне контакта не могут полностью компенсировать неизбежные погрешности шагов зацепления сопрягаемых колес. Поэтому при расчете зубьев на прочность принимают, что вся нагрузка передается *одной* парой зубьев в течение всего периода зацепления.

Поскольку коэффициент трения f в зацеплении имеет небольшое значение (0,05-0,08), то и возникающая при скольжении зубьев сила трения будет относительно мала, поэтому ее влиянием на величину суммарного напряжения в теле зуба пренебрегают.

Представим зуб, как консольную балку, закрепленную у основания и нагруженную на конце консоли нормальной к поверхности силой F_n . В процессе зацепления точка приложения силы к зубу перемещается по рабочему участку профиля зуба (рис. 4.4.32).

Рассмотрим случай, когда сила, действующая на зуб, приложена к вершине зуба, т.е. когда плечо силы относительно сечения зуба у его основания максимально (рис. 4.4.34).

Угол γ между линией действия силы F_n и нормалью к оси симметрии зуба в рассматриваемый момент времени несколько больше угла зацепления α_{ω} . С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$\gamma \approx \alpha_{\omega} \quad (4.4.107)$$

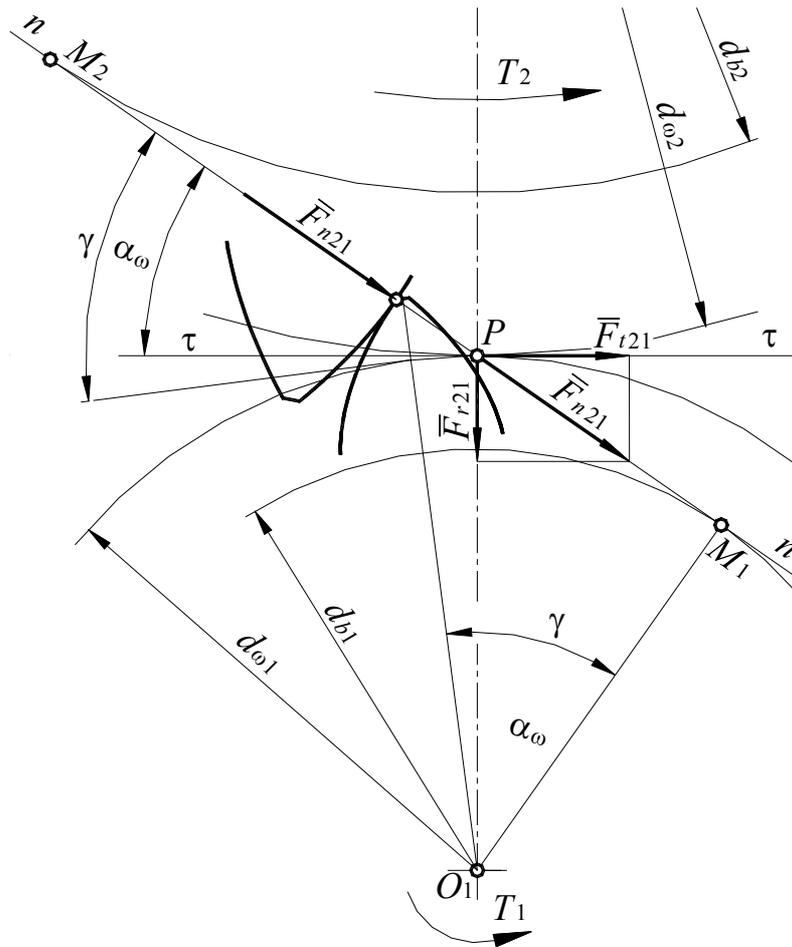


Рис. 3.5.34

Перенесем точку приложения силы F_n с поверхности зуба на ось его симметрии в точку C и, с учетом (4.4.107), разложим силу F_n на две составляющие: изгибающую $F_n \cos \alpha_{\omega}$ и сжимающую $F_n \sin \alpha_{\omega}$ (рис. 4.4.35).

Для нахождения опасного сечения построим на оси симметрии зуба квадратичную параболу с вершиной в точке C так, чтобы эта кривая касалась профиля зуба. Такая парабола очерчивает сечение консольной балки равного сопротивления изгибу, поэтому точки A и B касания ее с боковой поверхностью зуба определяют положение опасного сечения AB . При этом учитывается, что напряжения сжатия малы по сравнению с напряжениями изгиба и не оказывают существенного влияния на прочность зуба.

Эпюры напряжений изгиба σ_F , сжатия $\sigma_{сж}$ и суммарных напряжений показаны на рис. 4.4.35.

Расчет зуба на изгиб ведут по той стороне зуба, на которой находятся *растянутые* волокна, так как именно в зоне A на *растянутой* стороне при эксплуатации появляются усталостные трещины и начинается разрушение зуба.

Номинальные напряжения в опасном сечении с учетом уравнений (4.4.83), (4.4.84) равны:

$$\sigma = \sigma_F - \sigma_{сж} = \frac{M}{W} - \frac{F_n \sin \alpha_\omega}{A} = \frac{M}{W} - \frac{F_r}{A} \leq \sigma_{Fp}, \quad (4.4.108)$$

где M — изгибающий момент в опасном сечении;

$$M = F_n l \cos \alpha_\omega = F_t l; \quad (4.4.109)$$

W — осевой момент сопротивления опасного сечения зуба;

$$W = \frac{bs^2}{6}; \quad (4.4.110)$$

A — площадь опасного сечения;

$$A = bs; \quad (4.4.111)$$

l — плечо изгибающей силы $F_n \cos \gamma$;

b — длина зуба (ширина зубчатого венца колеса);

s — толщина зуба по хорде в опасном сечении;

σ_{Fp} — допускаемое напряжение.

Подставив значения величин M , W , A из формул (4.4.109)-(4.4.111) в формулу (4.4.108), с учетом коэффициента нагрузки K , а также умножив числитель и знаменатель дроби на m , получим:

$$\sigma = \frac{KF_t}{bm} \left(\frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_\omega}{s} \right) \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.112)$$

Введем обозначение:

$$\frac{1}{Y_F} = \frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_\omega}{s}, \quad (4.4.113)$$

где Y_F — коэффициент формы зуба, характеризующий положение наиболее опасного сечения зуба (он зависит от формы зубьев, числа зубьев шестерни и от коэффициента смещения исходного контура).

Тогда уравнение прочности при изгибе (4.4.112) примет вид:

$$\sigma = \frac{KF_t}{mbY_F} \leq \sigma_{Fp} \quad (4.4.114)$$

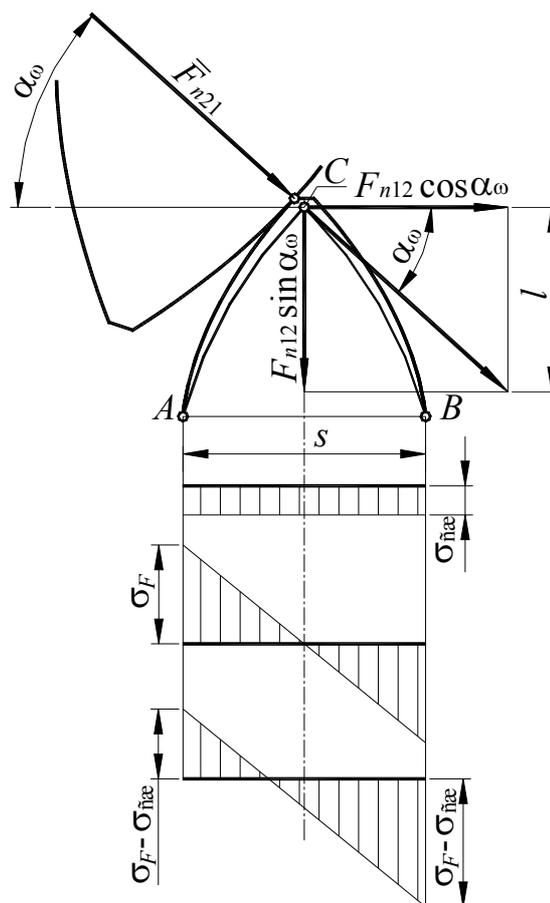


Рис. 4.4.35

Величину коэффициента формы зуба Y_F определяют либо по таблицам, либо по графикам, приводимым в специальной литературе.

В качестве примера на рис. 4.4.36 приведены графики для определения Y_F для колес внешнего зацепления.

Проверочные расчеты на изгиб по формуле (4.4.114) выполняют в тех случаях, когда основным критерием работоспособности заведомо является контактная прочность. В этом случае после определения a_w из расчета на контактную прочность задаются величиной модуля и числом зубьев. Обычно принимают $m = (0,01 - 0,02)a_w$ для улучшенных колес или $m = (0,016 - 0,030)a_w$ для закаленных зубьев. В силовых передачах не рекомендуется принимать модуль меньше (1,5-2) мм.

Для большинства открытых передач, а также для передач, у которых зубья закалены до высокой твердости, прочность на изгиб является основным критерием работоспособности.

В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления m .

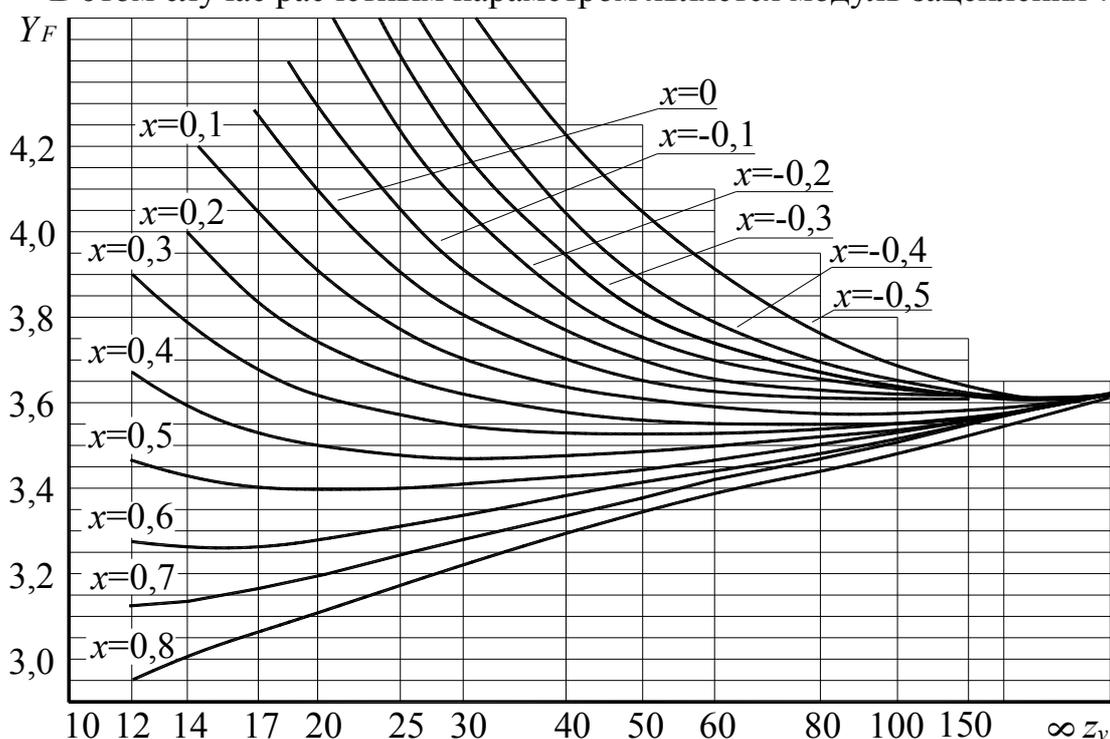


Рис. 4.4.36

Для проектного расчета преобразуем формулу (4.4.114). При таком расчете передача предварительно рассчитывается без смещения. Тогда, в соответствии с формулой (4.4.77) угол зацепления передачи α_w равен:

$$\alpha_w = \alpha, \quad (4.4.115)$$

где α – профильный угол исходного контура, равный 20° .

На основании формул (4.4.82) и (4.4.83) с учетом (4.4.115) для передачи *без смещения* можно записать:

$$d_{\omega} = d = mz. \quad (4.4.116)$$

Введем в расчет коэффициент ширины зубчатого венца ψ_{bm} , определяемый по формуле:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m} \quad (4.4.117)$$

Из формулы (4.4.98) с учетом (4.4.116) получаем:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2} \quad (4.4.118)$$

Из формулы (4.4.114) с учетом (4.4.116) – (4.4.118) после преобразований получим формулу для определения величины *модуля зацепления*:

$$m \geq 3 \sqrt{\frac{2KT}{\sigma_{Fp} z \psi_{bm} Y_F}} \quad (4.4.119)$$

Расчет по формуле (4.4.119) при одинаковых материалах пары сопрягаемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах расчет проводят по тому из колес, у которого отношение $\frac{\sigma_F}{Y_F}$ меньше.

Полученное значение m округляют до стандартного, а затем определяют остальные параметры передачи.

Лекция № 18 (2 часа).

Эвольвентные цилиндрические косозубые и шевронные передачи

3.2.2.5.3 Цилиндрические зубчатые косозубые передачи с круглыми колесами. Их особенности

3.2.2.5.3.1 Основные понятия и определения

Образование эвольвентной поверхности *прямого* зуба можно представить при рассмотрении качения без проскальзывания производящей плоскости по основному цилиндру диаметра d_b , (рис. 4.4.7, 4.4.8, 4.4.24).

В *прямозубых* зацеплениях соприкасаются друг с другом две *цилиндрические эвольвентные* поверхности E (рис. 4.4.24), являющиеся *боковыми поверхностями* зубьев. При этом

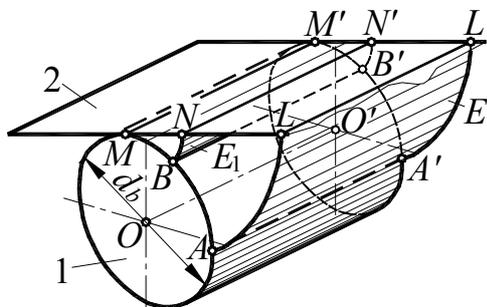


Рис. 4.4.24

происходит прямолинейный контакт зубьев, так как линией их контакта является *прямая*, параллельная образующей основных цилиндров диаметров d_{b1} и d_{b2} , то есть их осям вращения. Геометрическое место всех линий касания одной пары зубьев за весь период зацепления называется *полем зацепления*.

Зацепление цилиндрических прямозубых колес имеет недостатки. В частности, коэффициент перекрытия таких колес ограничен весьма узкими пределами (для внешнего зацепления $1 < \varepsilon_\gamma < 2$), вследствие чего вся нагрузка распределяется не более чем на две пары зубьев. Погрешности изготовления колес могут привести к значительному увеличению шума, ударам и т.п. Окружные скорости v прямозубых колес даже при достаточно высоких степенях точности ограничены – до 15 м/с.

Коэффициент перекрытия можно увеличить применением *ступенчатых* зубчатых колес. Возьмем пару сопряженных зубчатых прямозубых колес и рассечем ее n плоскостями, параллельными торцевой плоскости. В результате получим прямозубые сопряженные зубчатые колеса, состоящие из $n+1$ составляющих узких колес (рис. 4.4.25). Повернем каждое последующее составляющее узкое колесо относительно предыдущего на некоторый угол $\Delta\tau_i$ относительно оси колеса. При этом:

$$\Delta\tau_1(n+1) = \tau_1,$$

$$\Delta\tau_2(n+1) = \tau_2,$$

$$\tau_1 = u\tau_2,$$

где u – передаточное число.

Тогда в момент выхода из зацепления зубьев первой сопряженной пары узких колес соответствующий зуб второй сопряженной пары узких колес будет еще находиться в зацеплении и т.д. Дуга зацепления,

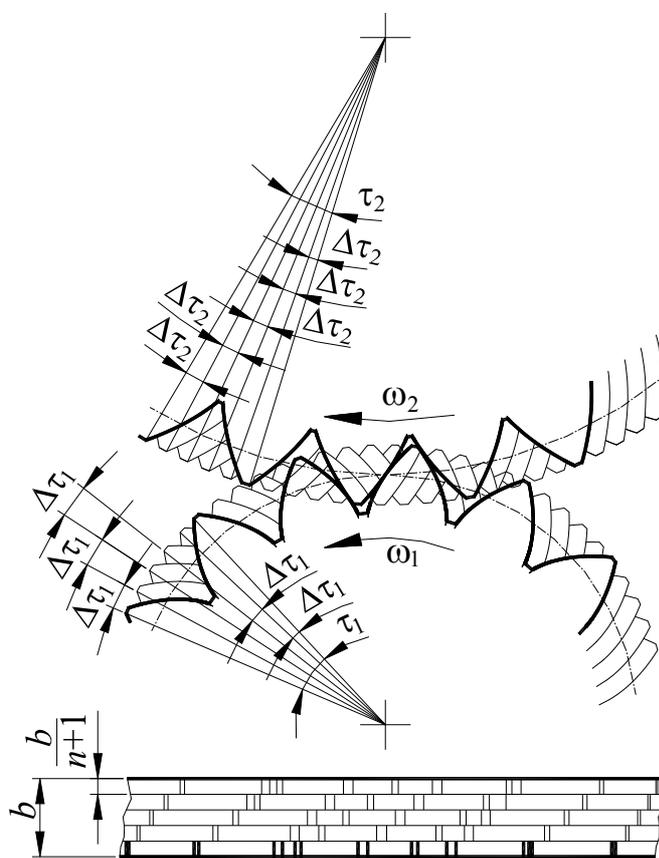


Рис. 4.4.25

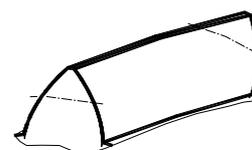


Рис. 4.4.26

таким образом, увеличивается, что влечет за собой увеличение коэффициента перекрытия и, следовательно, улучшение плавности передачи. Несомненным достоинством передач, составленных из ступенчатых прямозубых колес, является и отсутствие осевой составляющей силы в зацеплении. Причиной, по которой такие передачи не получили распространения, является сложность обеспечения необходимой точности сборки.

При бесконечно большом числе сечений форма боковой поверхности зуба становится *эвольвентной винтовой* (рис. 4.4.26). Зацепление таких зубьев называют *косозубым*.

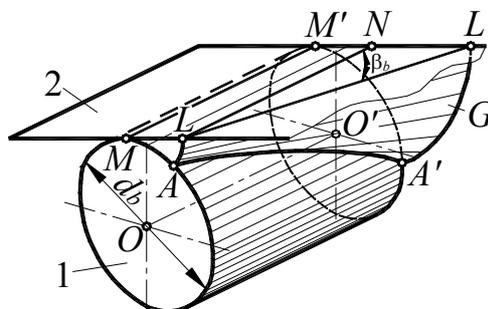


Рис. 4.4.27

Образование боковой поверхности *косого* зуба можно представить, если рассмотреть качение без скольжения некоторой плоскости 2 по основному цилиндру диаметром d_b с осью OO' (рис. 4.4.27). Располагая на касательной плоскости 2 прямую LL' под углом β_b к образующей цилиндра при обкатке, получим *линейчатую винтовую эвольвентную поверхность G* , представляющую собой *боковую поверхность косого зуба*. Эта поверхность называется *развертывающимся геликоидом*. Как видно, она представляет собой линейчатую поверхность с образующими, касающимися основного цилиндра. Начальные точки эвольвентной поверхности зубьев располагаются по винтовой линии AA' постоянного шага на основном цилиндре.

Сопряженные поверхности косых зубьев двух цилиндрических зубчатых колес образуются от последовательного качения общей касательной к основным цилиндрам плоскости 2 по основным цилиндрам радиусов r_{b1} и r_{b2} первого и второго зубчатого колеса. Выбранная на плоскости 2 прямая LL' при последовательном обкатывании по основным цилиндрам образует сопряженные поверхности в виде двух взаимно огибаемых геликоидов, линейчатый контакт которых образует *поле зацепления*.

Угол β_b называется *углом наклона винтовой линии зубьев по основной окружности*.

В передаче с *параллельными* осями углы наклона винтовых линий на *начальных* цилиндрах обоих колес при *внешнем* зацеплении равны по величине и противоположны по направлению.

При *внутреннем* зацеплении винтовые линии зубьев двух зубчатых колес должны быть одного наклона (правые или левые). Здесь также имеет место линейчатый контакт, при котором одновременно участвуют

различные точки, лежащие на эвольвентной поверхности зуба, образующие поле зацепления.

3.2.2.5.3.2 Геометрические взаимосвязи в косозубой цилиндрической эвольвентной передаче

По аналогии с прямозубым в косозубом зацеплении различают цилиндры *основные, начальные, делительные, вершин и впадин*.

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *делительного* цилиндра зубчатого колеса называют *делительной линией* зуба. Острый угол между *делительной* линией зуба и образующей *делительного* цилиндра косозубого колеса носит название *делительного угла наклона линии зуба* β .

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *начального* цилиндра зубчатого колеса называют *начальной линией* зуба. Острый угол между *начальной* линией зуба и образующей *начального* цилиндра косозубого колеса носит название *начального угла наклона линии зуба* β_ω . Связь угла наклона β_ω с соответствующими параметрами, измеренными по *основному* и *делительному* цилиндрам, можно получить из зависимости для шага винтовой линии p (рис. 4.4.28):

$$p = 2\pi r_b \operatorname{ctg} \beta_b = 2\pi r_\omega \operatorname{ctg} \beta_\omega = 2\pi r \operatorname{ctg} \beta, \quad (4.4.56)$$

откуда:

$$\operatorname{tg} \beta_\omega = \frac{r_\omega}{r_b} \operatorname{tg} \beta_b = \frac{r_\omega}{r} \operatorname{tg} \beta \quad (4.4.57)$$

В косозубом зацеплении (рис. 4.4.29) различают *шаги*:

- *торцовый* p_t ,
- *нормальный* p_n ,
- *осевой* p_a .

Осевой шаг p_a в расчетах используется крайне редко и поэтому в данном курсе не рассматривается.

Из рис. 4.4.28 очевидно, что:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}. \quad (4.4.58)$$

Разделив обе части уравнения (4.4.58) на чис-

ло π , получим взаимосвязь между модулями косозубого зацепления:

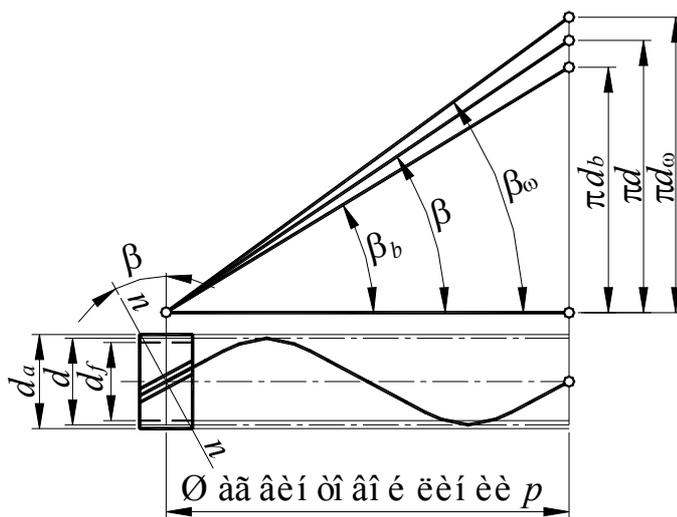


Рис. 4.4.28

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}. \quad (4.4.59)$$

Нормальный модуль m_n имеет стандартное значение, определяемое режущим инструментом.

Торцовый модуль может иметь самые различные значения в зависимости величина угла наклона зубьев β .

Косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют теоретически правильный эвольвентный профиль зуба только в плоскости обкатки, то есть в торцовом сечении. В нормальном сечении профиль несколько отличается от эвольвентного. Однако в большинстве расчетов этим отклонением пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю некоторого условного (эквивалентного) прямозубого колеса, которое получают следующим образом.

Проведем плоскость, рассекающую зубчатое колесо по нормали nn (рис. 4.4.29). В сечении получается прямозубое эллипсоидное колесо с полуосями a и b .

$$a = \frac{d}{2 \cos \beta} = \frac{r}{\cos \beta}, \quad (4.4.60)$$

$$b = \frac{d}{2} = r. \quad (4.4.61)$$

Радиус кривизны данного эллипса по малой полуоси ρ_{kb} (для полюса зацепления P) определяется формулой, известной из аналитической геометрии:

$$\rho_{kb} = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta} \quad (4.4.62)$$

Определим число зубьев эквивалентного прямозубого колеса при известном шаге p_n , модуле в нормальном сечении m_n и действительном числе зубьев z . При радиусе начальной окружности, равным ρ_{kb} и приведенном числе зубьев z_v получаем:

$$2\pi\rho_{kb} = z_v p_n \quad (4.4.63)$$

или, после деления обеих частей уравнения на число π :

$$2\rho_{kb} = z_v m_n, \quad (4.4.64)$$

откуда найдем приведенное число зубьев:

$$z_v = \frac{2\rho_{kb}}{m_n}. \quad (4.4.65)$$

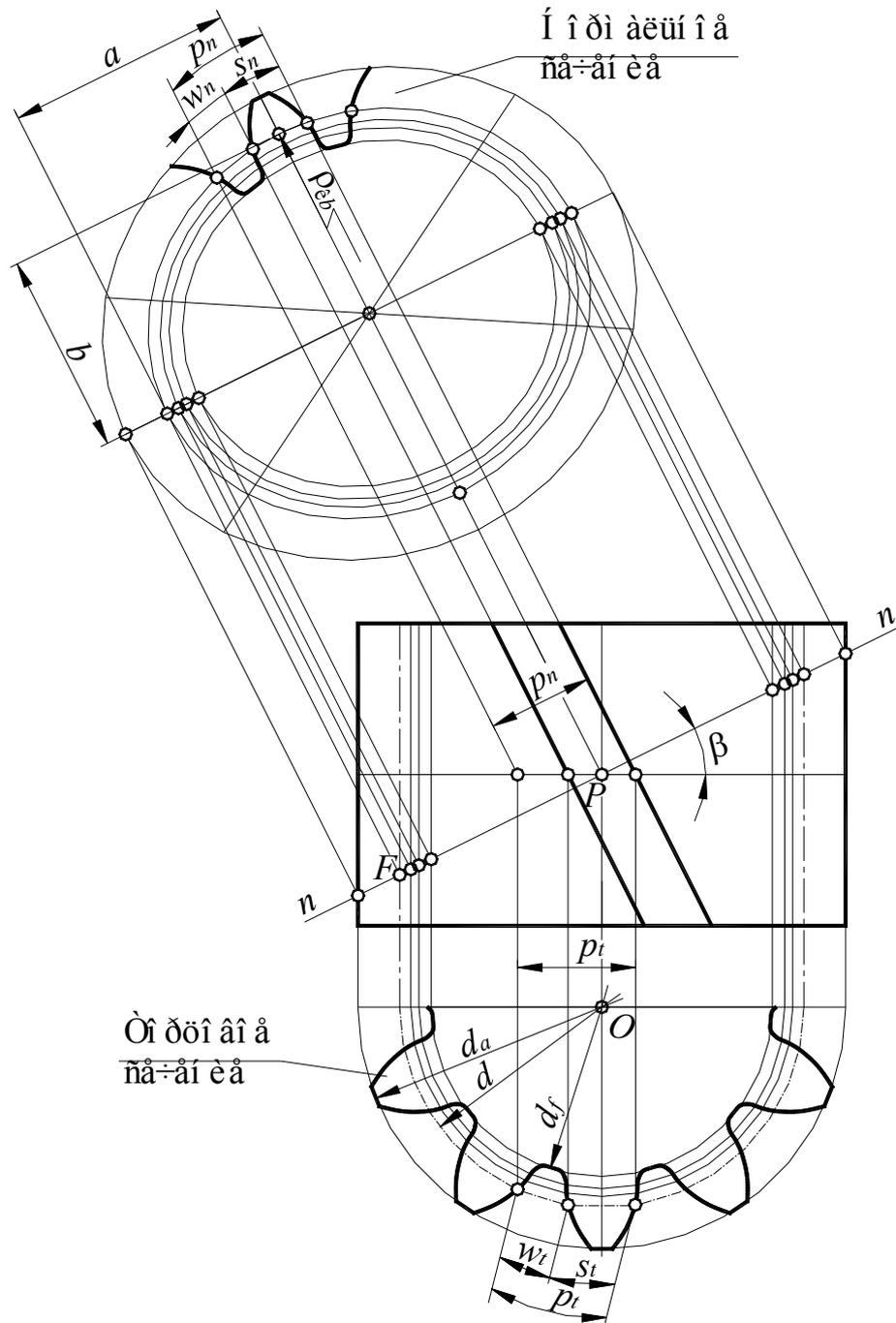


Рис. 4.4.29

Подставив значение ρ из (4.4.62), получим:

$$z_0 = \frac{2r}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} \quad (4.4.66)$$

Так как:

$$2r = d = m_t z, \quad (4.4.67)$$

то:

$$z_v = \frac{m_t}{m_n} \frac{z}{\cos^2 \beta} \quad (4.4.68)$$

или, после подстановки значения m_t из (4.4.59), получим:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (4.4.69)$$

Одним из основных достоинств зацеплений с косыми зубьями является возможность получения передач с малыми габаритами. Так, если для *прямозубой* передачи наименьшее число зубьев шестерни без смещения z_{\min} равно 18, то для *косозубой* передачи без смещения:

$$z_{\min} = \frac{2f}{\sin^2 \alpha} \cos^3 \beta = 18 \cos^3 \beta. \quad (4.4.70)$$

В *торцовом* сечении геометрия зацепления *косозубых* колес аналогична геометрии зацепления *прямозубых* колес.

Основные размеры косозубого колеса *без смещения* вычисляют по следующим формулам:

межосевое расстояние:

$$a_{\omega} = a = m_t \frac{z_2 \pm z_1}{2} = m_n \frac{z_2 \pm z_1}{2 \cos \beta}, \quad (4.4.71)$$

диаметр делительного цилиндра:

$$d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}, \quad (4.4.72)$$

высота делительной головки зуба:

$$h_a = h_a^* m_n, \quad (4.4.73)$$

высота делительной ножки зуба:

$$h_f = (h_a^* + c^*) m_n, \quad (4.4.74)$$

полная высота зуба:

$$h = (2h_a^* + c^*) m_n, \quad (4.4.75)$$

диаметр цилиндра вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a^* m_n = \frac{m_n}{\cos \beta} \pm 2h_a^* m_n = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta} \pm 2h_a^* \right) \quad (4.4.76)$$

диаметр цилиндра впадин:

$$\begin{aligned} d_f &= d \mp 2(h_a^* + c^*) m_n = \frac{m_n}{\cos \beta} \mp 2(h_a^* + c^*) m_n = \\ &= m_n \left(\frac{z}{\cos \beta} \mp 2(h_a^* + c^*) \right). \end{aligned} \quad (4.4.77)$$

В уравнениях (4.4.76) и (4.4.77) *верхний* знак относится к колесу с *внешними* зубьями, *нижний* знак – к колесу с *внутренними* зубьями.

Угол наклона винтовой линии на цилиндре диаметра d_i :

$$\beta_i = \arctg \left(\frac{d_i}{d} \operatorname{tg} \beta \right). \quad (4.4.78)$$

Угол зацепления в торцовом сечении определяется как:

$$\cos \alpha_t = \frac{r_{b1}}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_2}. \quad (4.4.79)$$

Торцовый шаг колес p_t определяется по формуле:

$$p_t = \frac{\pi d_1}{z_1} = \frac{\pi d_2}{z_2}. \quad (4.4.80)$$

Для определения угла α_t зацепления разрежем зуб рейки плоскостями I – торцевой, перпендикулярной к оси колеса, и II – перпендикулярной к образующей зуба (рис. 4.4.30). Угол между плоскостями равен углу β наклона зубьев.

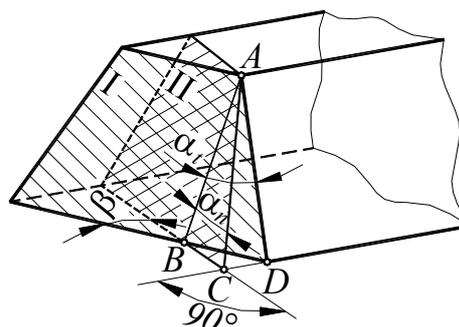


Рис. 4.4.30

Из прямоугольных треугольников ABC и ABD получаем:

$$BC = AB \operatorname{tg} \alpha_n,$$

$$BD = AB \operatorname{tg} \alpha_t.$$

Из треугольника BCD :

$$BD = \frac{BC}{\operatorname{tg} \beta},$$

откуда:

$$\frac{BC}{BD} = \cos \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{tg} \alpha_t}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta \quad (4.4.81)$$

3.2.2.5.3.3 Особенности прочностного расчета цилиндрических зубчатых косозубых передач по сравнению с прямозубыми

3.2.2.5.3.3.1 Силы, действующие в зацеплении

Вектор силы полного давления зуба ведущего колеса на зуб ведомого F_n лежит в плоскости $n-n$ и направлен нормально к образующей поверхности зуба (рис. 4.4.37). В этой плоскости вектор F_n перпендикулярен к профилям в точке касания зубьев, совпадает с линией зацепления и может

быть разложен по трем взаимно перпендикулярным направлениям на три составляющие:

- окружную F_t ,
- радиальную F_r ,
- осевую F_a .

$$F_t = \frac{2T}{d_\omega}, \quad (4.4.120)$$

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_\omega}{\cos \beta_\omega}, \quad (4.4.121)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_\omega. \quad (4.4.122)$$

Нормальная сила F_n

равна:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_\omega \cos \beta_\omega}. \quad (4.4.123)$$

Наличие осевой силы F_a , дополнительно нагружающей опоры валов и возрастающей с увеличением угла β наклона зубьев, является основным недостатком косозубых передач.

3.2.2.5.3.3.2 Расчет зубьев по контактным напряжениям

Расчет зубьев *косозубых* колес на выносливость по *контактным* напряжениям проводят по формуле Герца (4.4.94).

Так как нормальная к профилю зуба сила F_n действует в нормальном к зубу сечении nn рис. 4.4.37, то расчет производят для этого сечения.

Как отмечалось в разделе 4.4.2.5.2, косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют *теоретически правильный эвольвентный профиль* зуба только в *плоскости обкатки*, то есть в *торцовом сечении*. В *нормальном сечении* профиль зуба несколько отличается от эвольвентного. При прочностных расчетах этим отклонением пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю *эквивалентного* прямозубого колеса (рис. 4.4.29). Тогда в соответствии с формулами (4.4.99)-(4.4.101) и (4.4.62) для *нормального сечения* nn получим:

$$\rho_1 = \frac{d_{\omega 1} \sin \alpha_\omega}{2 \cos^2 \beta_\omega}, \quad (4.4.124)$$

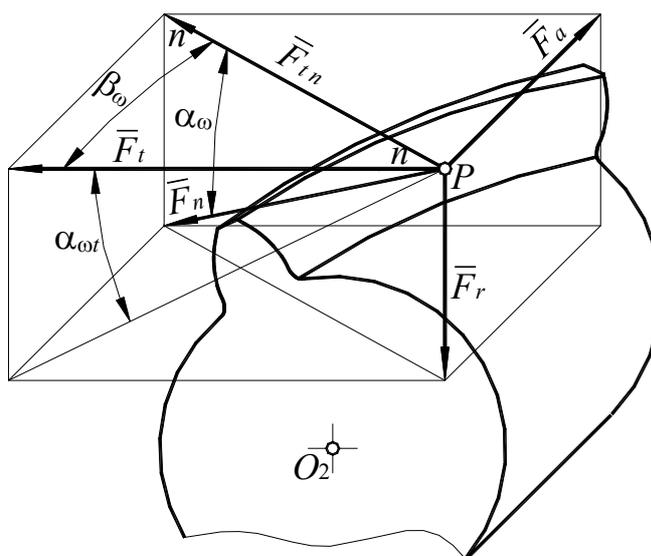


Рис. 4.4.37

$$\rho_2 = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}}, \quad (4.4.125)$$

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2(u \pm 1) \cos^2 \beta_{\omega}}. \quad (4.4.126)$$

В отличие от прямозубых передач, в которых зубья сопрягаемых колес входят в зацепление сразу по всей длине зуба, в косозубых передачах зубья сопрягаемых колес входят в зацепление постепенно (рис. 4.4.25–4.4.27), соответственно они нагружаются и разгружаются также постепенно. При такой геометрии зацепления значительно увеличивается коэффициент перекрытия и в прочностном расчете следует учитывать распределение передаваемой нагрузки между несколькими парами зубьев сопряженных колес передачи по суммарной длине контактных линий l_{Σ} , которая больше ширины колеса b (рис. 4.4.38). В этом случае формула (4.4.98) для определения расчетной удельной нагрузки принимает вид:

$$q = \frac{KF_{\text{нн}}}{l_{\Sigma}} \quad (4.4.127)$$

Если коэффициент торцового $\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_{bt}}$ (или осевого ε_{β}) перекрытия равен целому числу (рис. 3.5.38), то суммарная длина контактных линий l_{Σ} будет постоянной в течение всего времени зацепления:

$$l_{\Sigma} = \frac{b\varepsilon_{\alpha}}{\cos \beta_b} \quad (3.5.128)$$

где β_b – угол наклона винтовой линии зуба на основном цилиндре.

Действительно, как видно из рис. 3.5.38, при повороте шестерни, например, по направлению вращения часовой стрелки несколько увеличится длина контактной линии 1, но настолько же уменьшится длина линии 3. При этом длина контактной линии 2 не меняется. В результате, независимо от углового положения зубчатых колес суммарная длина контактных линий остается неизменной. Если указанное условие не соблюдается, величина l_{Σ} будет периодически изменяться при вращении колес.

Поскольку в большинстве случаев коэффициент торцового перекрытия ε_α не является целым числом, то рекомендуется проектировать передачу так, чтобы целому числу равнялся коэффициент осевого перекрытия ε_β . При этом суммарная длина контактных линий l_Σ будет постоянной.

С небольшой погрешностью можно принять:

$$\cos \beta_b \approx \cos \beta_\omega.$$

(4.4.129)

Тогда с учетом (4.4.128) и (4.4.129) формула (4.4.127) для определения расчетной удельной нагрузки преобразуется к виду:

$$q = \frac{KF_{тн} \cos \beta_\omega}{b \varepsilon_\alpha} \quad (4.4.130)$$

или, с учетом зависимости (4.4.123):

$$q = \frac{KF_{тн}}{b \varepsilon_\alpha \cos \alpha_\omega}. \quad (4.4.131)$$

Подставив значения q из (4.4.131), $\rho_{пр}$ из (4.4.126) в формулу (4.4.94), с учетом (4.4.98) получим формулу для проверочных расчетов косозубой передачи по контактным напряжениям:

$$\sigma_H = \frac{1,182 \cos \beta_\omega}{d_{\omega 1} u} \sqrt{\frac{KT_{2н} (u \pm 1) E_{пр}}{b \varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_\omega}} \leq \sigma_{Hр} \quad (4.4.132)$$

Для проектных расчетов преобразуем формулу (4.4.132), учтя зависимости (4.4.102) и (4.4.105):

$$a_\omega \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{KT_{2н} E_{пр} \cos^2 \beta_\omega}{\sigma_H^2 u^2 \psi_{ba} \varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.133)$$

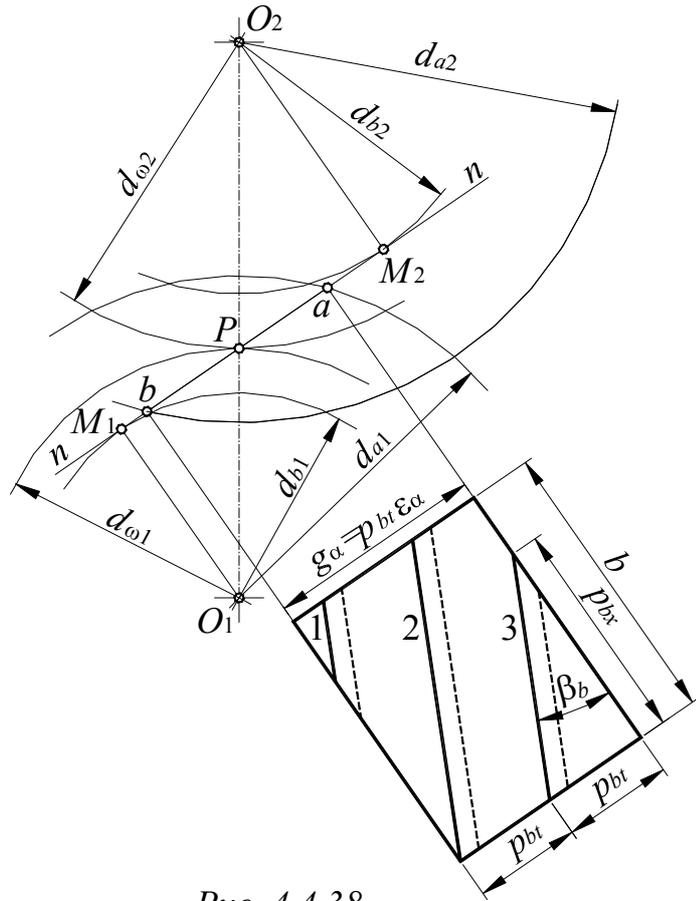


Рис. 4.4.38

3.2.2.5.3.3 Расчет зубьев по напряжениям изгиба

Данный расчет, как и расчет по контактной прочности, проводят для нормального к зубу сечения nn (рис. 4.4.37). Так как в этом сечении получается прямозубое эллипсоидное колесо (рис. 4.4.29), то для расчета *косозубой* передачи возможно использование формулы (4.4.114), полученной ранее для расчета *прямозубой* передачи по *изгибным* напряжениям, с некоторой ее коррекцией.

Так как нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю *эквивалентного* прямозубого колеса (рис. 4.4.29), величину *коэффициента формы* зуба Y_F определяют по таблицам, либо по графикам вида $Y_F = f(z)$ в зависимости от числа зубьев *эквивалентного* прямозубого колеса z_v , которое определяется по формуле (4.4.69).

Изгибающая сила F_m , лежащая в нормальной плоскости nn (рис. 4.4.37) равна:

$$F_m = \frac{F_t}{\cos \beta_\omega}. \quad (4.4.134)$$

Тогда *уравнение прочности* по *изгибным* напряжениям для косозубых передач примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_m}{m_n b Y_F} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.135)$$

Из формулы (4.4.135) с учетом (4.4.116) – (4.4.118) после преобразований получим формулу для определения величины *нормального* модуля зацепления косозубой передачи, которая используется при *проектных* расчетах:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT}{\sigma_{Fp} z \psi_{bm} Y_F \cos \beta_\omega}}. \quad (4.4.136)$$

Лекция № 19 (2 часа). Конические передачи

3.2.2.6 Пространственные зубчатые передачи

3.2.2.6.1 Общие сведения

Пространственные зубчатые передачи применяются для передачи вращательного движения между пересекающимися и скрещивающимися осями. Наиболее распространенными *пространственными* передачами являются *конические* и *червячные* передачи, которые и являются предметом изучения данного курса.

3.2.2.6.2 Конические передачи

3.2.2.6.2.1. Геометрические взаимосвязи в конической эвольвентной передаче

Конические колеса применяются для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых пересекаются под некоторым углом Σ (рис. 4.4.3, 4.4.39).

Рассмотрим коническую передачу без смещения исходного профиля, в которых $d = d_{\omega}$.

Аксоидами в относительном движении конических зубчатых колес 1 и 2 (рис. 4.4.39) являются два конуса (рис. 4.4.40).

Аксойды представляют собой геометрическое место мгновенных осей вращения OP в относительном движении конических колес. Общая вершина конусов находится в точке O пересечения их осей. Мгновенная ось вращения OP в относительном движении звеньев является общей образующей *аксойдов* 1 и 2, перекатывающихся друг по другу без скольжения. Эти конусы по аналогии с *центроидами* (начальными окружностями цилиндрических колес) называют *начальными*.

Углы δ_1 и δ_2 между образующей начальных конусов и их осями вращения в сумме равны центральному углу Σ , в теории зацепления называемому *межосевым углом передачи*.

В конической передаче при относительном движении колес точки, не лежащие на осях вращения OO_1 и OO_2 , перемещаются по сферическим поверхностям, которые имеют общий геометрический центр O , совпадающий с точкой пересечения осей OO_1 и OO_2 (рис. 4.4.41).

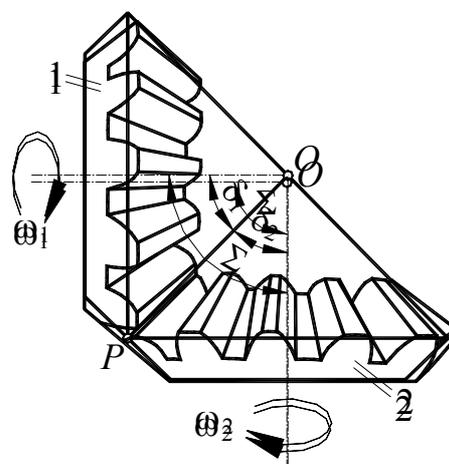


Рис. 4.4.39

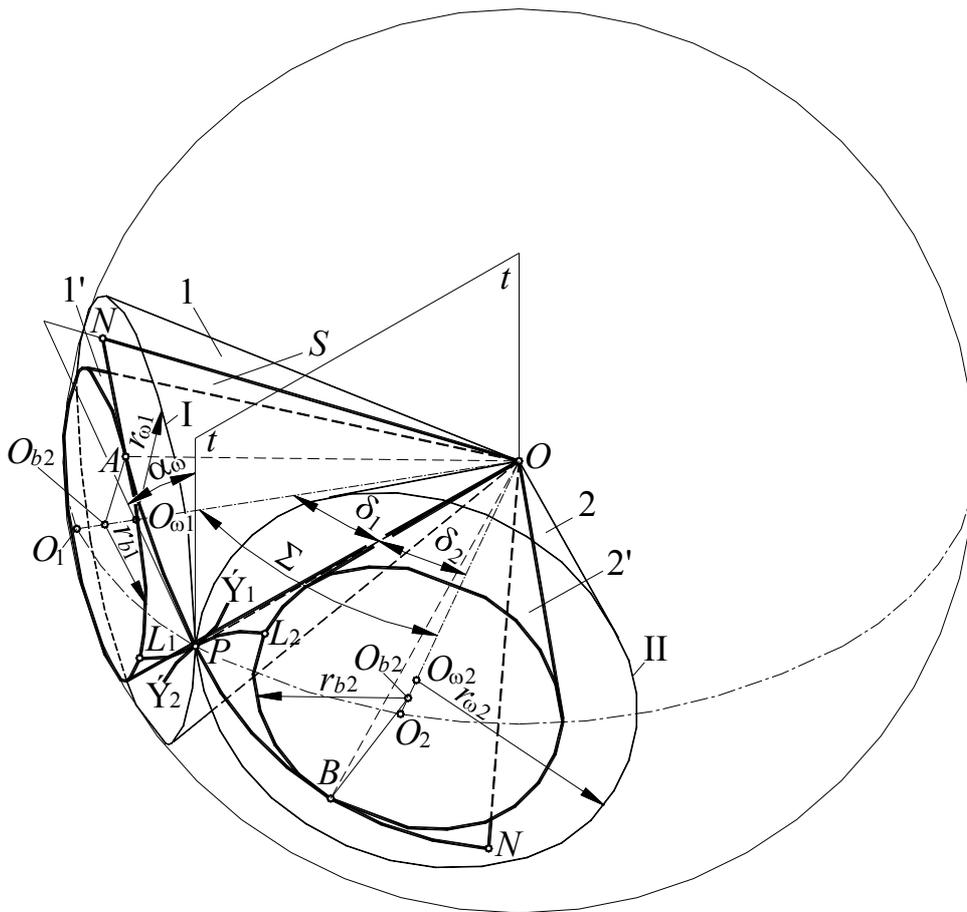


Рис. 4.4.41

Образование зубьев конических колес можно представить себе следующим образом. Пересечем начальные конусы какой-либо сферой с центром в точке O . Тогда в пересечении получим две окружности I и II, соприкасающиеся в точке P . Рассмотрение перекатывания без скольжения начальных конусов может быть заменено рассмотрением перекатывания окружностей I и II одной по другой без скольжения. Так как окружности I и II лежат на сфере, то вместо образующей прямой мы получаем образующую дугу NN на сфере. Число сфер, которыми можно пересечь указанные конусы, бесконечно, и для каждой сферы можно получить соответствующие окружности, аналогичные окружностям I и II, и образующие дуги, аналогичные дуге NN . Геометрическое место всех образующих дуг NN есть некоторая плоскость S , содержащая прямую OP и наклоненная к плоскости tt , касательной к начальным конусам, под углом α_ω .

Угол α_ω является углом зацепления, а плоскость S – образующей плоскостью.

Если из точек оси OO_1 опустить перпендикуляры на плоскость S , то эти перпендикуляры образуют плоскость, содержащую ось OO_1 и перпендикулярную к плоскости S . В пересечении этой плоскости с плоскостью S получаем прямую AO . Вращением прямой AO вокруг оси OO_1 получается конус $1'$, который называется *основным конусом*. Плоскость S касательна к основному конусу. Аналогично может быть построен второй основной конус $2'$. Профили зубьев могут быть образованы перекатыванием без скольжения плоскости S по основным конусам. В результате этого перекатывания на поверхности сферы получают *сферические эвольвенты*.

При качении плоскости S по основному конусу $1'$ точка плоскости S , совпадающая с точкой P , опишет *сферическую эвольвенту* $L_1PЭ_1$, а при качении по основному конусу $2'$ — сферическую эвольвенту $L_2PЭ_2$. При качении окружностей I и II эвольвенты $L_1PЭ_1$ и $L_2PЭ_2$ перекатываются со скольжением одна по другой. Если такие же сферические эвольвенты построить для других точек плоскости S , расположенных на прямой OP , то эти эвольвенты будут образовывать поверхности зубьев эвольвентного конического зацепления. Таким образом, передача вращения между конусами 1 и 2 осуществляется качением со скольжением сопряженных сферических эвольвентных поверхностей. Рассмотренное выше построение позволяет получить *теоретически точное коническое эвольвентное зацепление*.

Профили такого зацепления представлены на рис. 4.4.42.

Проектирование и выполнение *точного* эвольвентного конического зацепления сопряжено со многими практическими трудностями, так как сфера не разворачивается на плоскость, а обработка зубьев конических колес по *сферической* эвольвенте технологически сложна. Поэтому на практике обычно применяют *приближенный* способ профилирования зубьев эвольвентных конических колес. Этот метод заключается в следующем.

При рассмотрении *точного* очертания зубьев конических колес (рис. 4.4.43), очевидно, что торцовые поверхности зубьев, расположенные между окружностями головок и ножек на сфере, образуют некоторые сферические пояса шириной a . Ширина поясов a мала по сравнению с радиусом R той сферы, на которой эти пояса расположены. Поэтому можно с достаточной для практики точностью заменить сфериче-

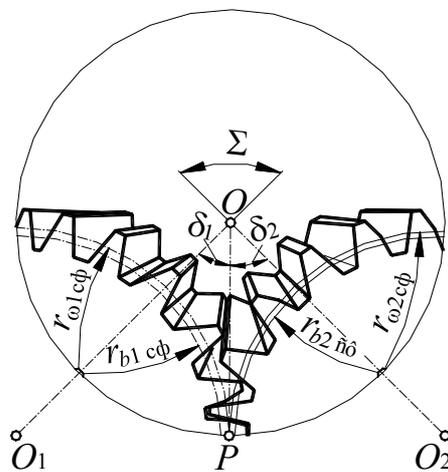


Рис. 4.4.42

ские пояса поясами, лежащими на конусах, образующие которых касательны к сфере радиуса R в точках, принадлежащих окружностям I и II.

Рассмотрим два начальных конуса в их проекции на плоскость, содержащую оси начальных конусов (рис. 4.4.44).

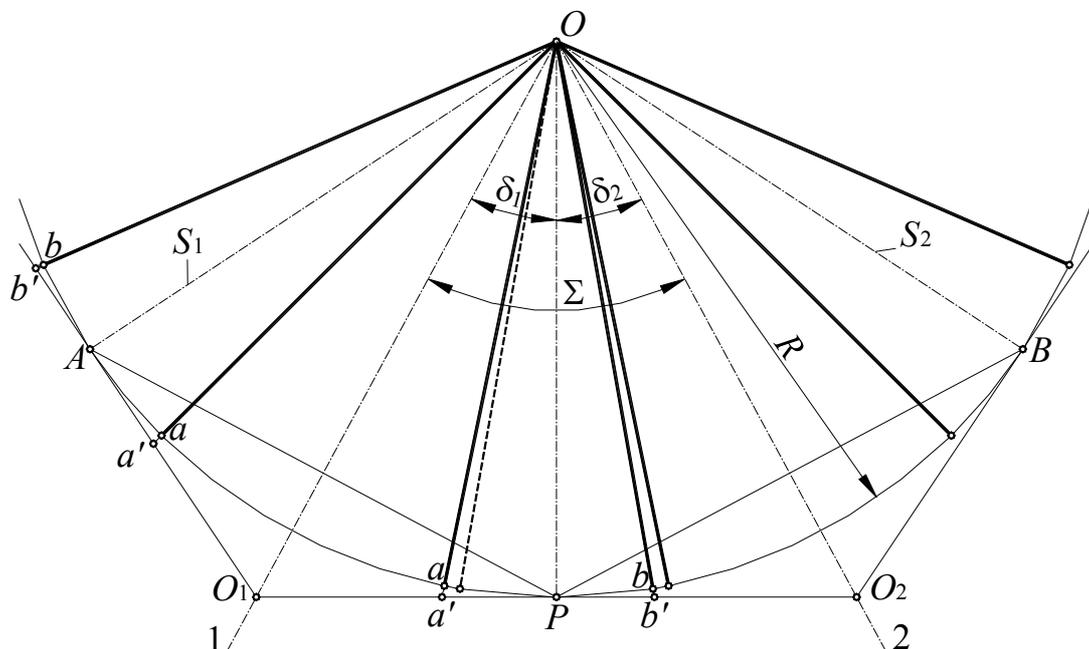


Рис. 4.4.44

Построение конусов, на поверхности которых лежат торцовые поверхности зубьев, может быть сделано следующим образом. Пусть начальный конус S_1 проектируется в виде треугольника AOP . При *точном* построении профиля конус головок проектируется в виде треугольника bOb , а конус ножек — в виде треугольника aOa .

При *точном* проектировании сечения торцовых поверхностей зубьев плоскость проекций представляется в виде дуг ab , лежащих на проекции сферы радиуса R .

Так как конусы, на которых должны лежать торцовые поверхности приближенных профилей зубьев, должны касаться сферы по начальным окружностям, то для нахождения проекций этих конусов через точку P проводим прямую O_1O_2 , перпендикулярную к прямой OP . В пересечении с осями 1 и 2 получаем точки O_1 и O_2 , представляющие собой вершины искомых конусов. Проекцией конуса первого колеса является треугольник O_1AP , а проекцией конуса второго колеса — треугольник O_2BP . Соответствующие сечения профилей торцов изображаются прямыми $a'b'$, лежащими на построенном конусе. Таким образом, вместо кривых ab мы получаем в сечении прямые $a'b'$. Очевидно, что чем больше отношение радиуса сферы R к высоте зубьев, тем меньше

ошибка, возникающая при замене построения профилей зубьев, образованных *сферическими* эвольвентами, построением зубьев на поверхности конусов O_1AP и O_2BP . Конусы с вершинами в точках O_1 и O_2 называют *дополнительными конусами*. Дополнительные конусы могут быть развернуты на *плоскость*, и, следовательно, построение профилей зубьев сведется к построению их на плоскости.

Рассмотрим геометрические и кинематические взаимосвязи в конической передаче (рис. 4.4.45).

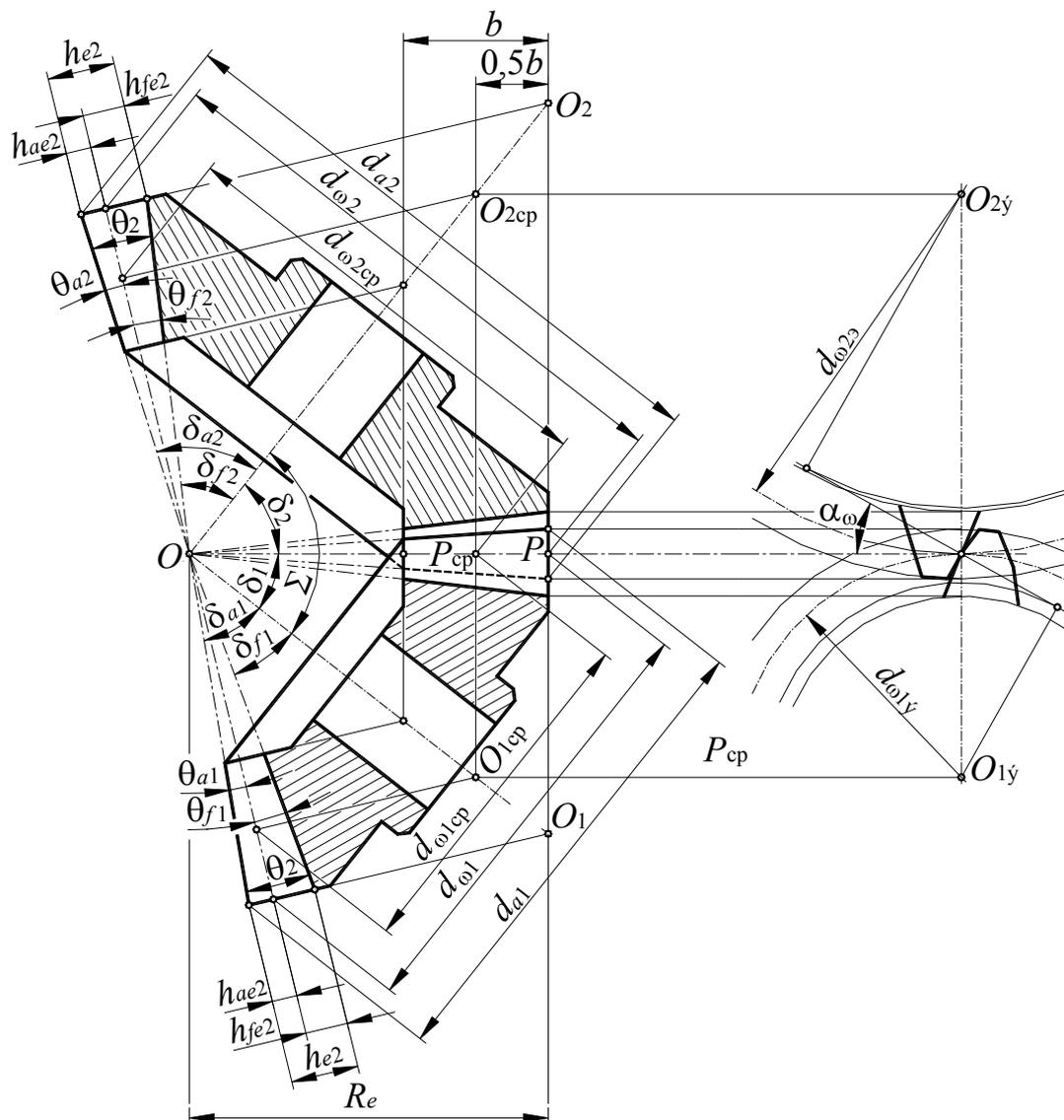


Рис. 4.4.45

Так как относительное скольжение начальных конусов в зубчатой отсутствует, то их скорость в полюсной точке P равна:

$$v_{P1} = v_{P2} = v_P \quad (4.4.137)$$

Следовательно:

$$\omega_1 \frac{d_{\omega 1}}{2} = \omega_2 \frac{d_{\omega 2}}{2}. \quad (4.4.138)$$

Передаточное отношение в этом случае будет равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.139)$$

Передаточное число u определяется как:

$$u = \frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.140)$$

Из рис. 4.4.45 очевидно, что:

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}. \quad (4.4.141)$$

Расстояние R_e называется *внешним конусным расстоянием*.

Запишем формулу (4.4.140) с учетом (4.4.141) в виде:

$$u = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (4.4.142)$$

Так как начальные конусы перекатываются друг по другу по общей образующей OP и имеют общую вершину O , находящуюся в точке пересечения осей колес (рис. 4.4.41, 4.4.45), то получаем:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2. \quad (4.4.143)$$

Из формулы (4.4.142) с учетом (4.4.143) получаем:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}, \quad (4.4.144)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{u \sin \Sigma}{1 + u \cos \Sigma}. \quad (4.4.145)$$

В подавляющем большинстве случаев *межосевой угол передачи* Σ равен 90° . Такие передачи называют *ортогональными* коническими передачами.

Для этого случая формула (4.4.142)–(4.4.145) принимает вид:

$$u = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\cos \delta_1}{\sin \delta_1} = \operatorname{ctg} \delta_1, \quad (4.4.146)$$

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ, \quad (4.4.147)$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u}, \quad (4.4.148)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = u. \quad (4.4.149)$$

Рассмотрим построение эвольвентных зубьев на поверхностях наружных *дополнительных* конусов с вершинами O_1 и O_2 , оси которых совпадают с осями проектируемых колес, а образующие перпендикулярны к образующим делительных конусов. Как отмечалось выше, дополнительные конусы могут быть развернуты на плоскость. Для этого из точек O_1 и O_2 проводим окружности радиусов O_1P и O_2P (рис. 4.4.46).

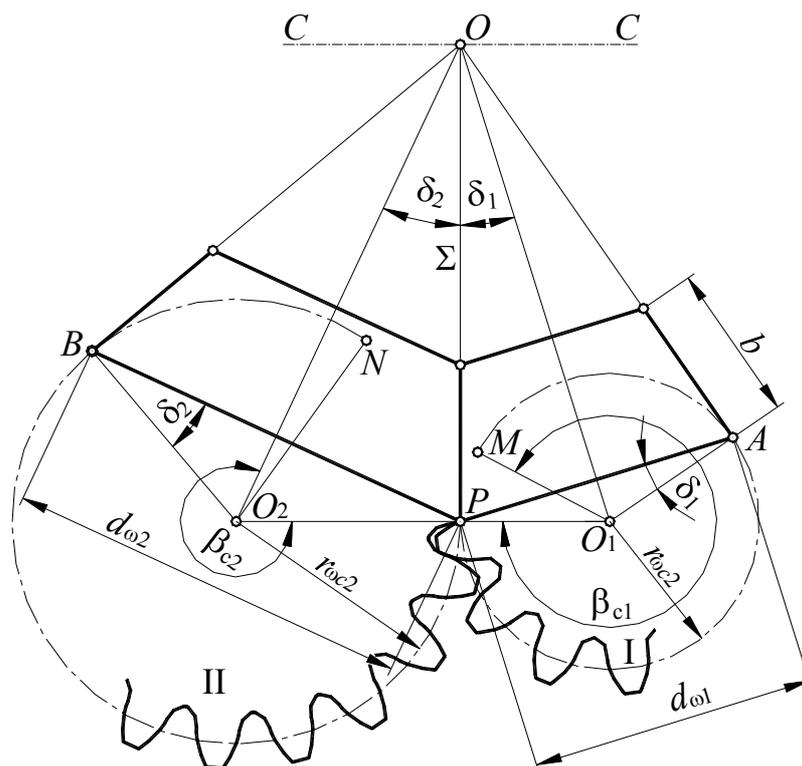


Рис. 4.4.46

Принимая эти окружности за начальные, строим плоское зацепление по правилам, изложенным ранее для цилиндрических прямозубых колес (см. раздел 4.4.2.4).

Построенные зубчатые секторы I и II сворачиваем в конуса (соединяем попарно линии NO_2 с PO_2 и MO_1 с PO_1) и соединяем их с дополнительными конусами (рис. 4.4.45).

Соединяя все точки полученных профилей с вершиной делительных конусов, получаем боковые поверхности зубьев.

Радиусы начальных окружностей секторов определяют по формулам:

$$r_{\omega c1} = O_1P = \frac{d_{\omega1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.4.150)$$

$$r_{\omega c2} = O_2P = \frac{d_{\omega 2}}{2 \cos \delta_2}. \quad (4.4.151)$$

Центральные углы зубчатых секторов β_{c1} и β_{c2} можно получить из условий:

$$\widehat{MAP} = r_{\omega c1} \beta_{c1} = \pi d_{\omega 1}, \quad (4.4.152)$$

$$\widehat{NBP} = r_{\omega c2} \beta_{c2} = \pi d_{\omega 2}, \quad (4.4.153)$$

откуда с учетом формул (4.4.150) и (4.4.151):

$$\beta_{c1} = \frac{\pi d_{\omega 1}}{r_{\omega c1}} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.4.154)$$

$$\beta_{c2} = \frac{\pi d_{\omega 2}}{r_{\omega c2}} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.4.155)$$

Высоты головок и ножек задают на образующих O_1P и O_2P дополнительных конусов, перпендикулярных к общей образующей OP начальных конусов.

Из рис. 4.4.45 очевидно, что углы головок θ_a и ножек θ_f зубьев определяются равенствами:

$$\operatorname{tg} \theta_a = \frac{h_{ae}}{OP}, \quad (4.4.156)$$

$$\operatorname{tg} \theta_f = \frac{h_{fe}}{OP}. \quad (4.4.157)$$

Так как *внешнее конусное расстояние* (длина образующей начальных конусов) равно:

$$\overline{OP} = R_e = \frac{r_{\omega 1}}{\sin \delta_1} = \frac{r_{\omega 2}}{\sin \delta_2} = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}, \quad (4.4.158)$$

и

$$d_{\omega 1} = m_e z_1, \quad (4.4.159)$$

$$d_{\omega 2} = m_e z_2, \quad (4.4.160)$$

то расчетные формулы имеют вид:

$$\operatorname{tg} \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.161)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.4.162)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.163)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.4.164)$$

Проекции начальных конусов на плоскость их осей представляют треугольники AOP и BOP (рис. 4.4.46). Линия O_1O_2 , перпендикулярная общей образующей начальных конусов OP , является образующей дополнительных конусов (отрезок O_1P является образующей дополнительного конуса колеса 1, отрезок O_2P является образующей дополнительного конуса колеса 2).

Точки O_1 и O_2 представляют собой вершины дополнительных конусов. Образующие O_1P и O_2P представляют собой радиусы начальных окружностей $r_{\omega 1э}$ и $r_{\omega 2э}$ приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, на которых строят профили зубьев (рис. 4.4.46, 4.4.45).

Очевидно, что:

$$r_{\omega 1э} = \frac{r_{\omega 1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.165)$$

$$r_{\omega 2э} = \frac{r_{\omega 2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.166)$$

Следовательно, точки O_1 и O_2 можно принять за центры приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, профили которых строят на развертках дополнительных конусов.

Так как шаг m на окружностях приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, описанных радиусами $r_{\omega 1э}$ и $r_{\omega 2э}$, и на окружностях реальных конических колес, описанных радиусами $r_{\omega 1}$ и $r_{\omega 2}$, одинаков, то:

$$2\pi r_{\omega 1} = z_1 p_{\omega} = r_{\omega 1э} \beta_{c1}, \quad (4.4.167)$$

$$2\pi r_{\omega 2} = z_2 p_{\omega} = r_{\omega 2э} \beta_{c2}, \quad (4.4.168)$$

где β_{c1} и β_{c2} – углы разверток дополнительных конусов, равные:

$$\beta_{c1} = \frac{2\pi r_{\omega 1}}{r_{\omega 1э}}, \quad (4.4.169)$$

$$\beta_{c2} = \frac{2\pi r_{\omega 2}}{r_{\omega 2э}} \quad (4.4.170)$$

или, согласно (4.4.165), (4.4.166):

$$\beta_{c1} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.4.171)$$

$$\beta_{c2} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.4.172)$$

Для полных начальных окружностей приведенных (эквивалентных) колес с числом зубьев z_v :

$$2\pi r_{\omega 1э} = z_{v1} p_{\omega}, \quad (4.4.173)$$

$$2\pi r_{\omega 2\varepsilon} = z_{\nu 2} p_{\omega}. \quad (4.4.174)$$

Следовательно, согласно (4.4.165), (4.4.166):

$$\frac{z_1}{z_{\nu 1}} = \frac{r_{\omega 1}}{r_{\omega 1\varepsilon}} = \cos \delta_1, \quad (4.4.175)$$

$$\frac{z_2}{z_{\nu 2}} = \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 2\varepsilon}} = \cos \delta_2, \quad (4.4.176)$$

откуда приведенные (эквивалентные) числа зубьев:

$$z_{\nu 1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.177)$$

$$z_{\nu 2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.178)$$

Таким образом, числа зубьев приведенных (эквивалентных) колес, всегда больше чисел зубьев соответствующих зубчатых секторов. Очевидно также, что передаточное отношение эквивалентных цилиндрических колес не равно передаточному отношению проектируемых колес.

Так как зацепление конических колес эквивалентно зацеплению цилиндрических колес с большим числом зубьев, то при равных условиях конические колеса обладают большим, чем цилиндрические, коэффициентом перекрытия ε и меньшим числом зубьев z_{\min} , которое может быть выбрано без подрезания на малом колесе стандартного зацепления.

Как отмечалось выше, на практике преимущественное применение имеют конические передачи с *межосевым углом передачи* Σ , равным 90° – *ортогональные* конические передачи.

В этом случае:

на основании уравнения (4.4.141):

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2} = \frac{u d_{\omega 1}}{2 \sin(90^\circ - \delta_1)} = \frac{u d_{\omega 1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.4.179)$$

где на основании уравнения (4.4.147):

$$\delta_1 = \arcsctg u; \quad (4.4.180)$$

из рис. 4.4.45 с учетом (4.4.159) и (4.4.159):

внешнее конусное расстояние:

$$R_e = 0,5 \sqrt{d_{\omega 2}^2 + d_{\omega 1}^2} = 0,5 m_e \sqrt{z_2^2 + z_1^2} = 0,5 m_e z_1 \sqrt{(u^2 + 1)}, \quad (4.4.181)$$

диаметры окружностей вершин:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{ae} \cos \delta_1 = m_e (z_1 + 2h_a^* \cos \delta_1), \quad (4.4.182)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} + 2h_{ae} \cos \delta_2 = m_e (uz_1 + 2h_a^* \sin \delta_1), \quad (4.4.183)$$

углы конусов вершин:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}, \quad (4.4.184)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}, \quad (4.4.185)$$

углы конусов впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}, \quad (4.4.186)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}, \quad (4.4.187)$$

углы θ_a и θ_f определяются из уравнений (4.4.61) – (4.4.64):

$$\operatorname{tg} \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.188)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \cos \delta_1}{u m_e z_1}, \quad (4.4.189)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.190)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \cos \delta_1}{u m_e z_1}, \quad (4.4.191)$$

Приведенные (эквивалентные) числа зубьев определяются из уравнений (4.4.77)–(4.4.78):

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.192)$$

$$z_{v2} = \frac{u z_1}{\sin \delta_1}. \quad (4.4.193)$$

Основные принципы проектирования конических прямозубых колес *со смещением* сводятся к проектированию эквивалентных цилиндрических колес со смещением, причем не рекомендуется принимать суммарные смещения инструмента значительно отличающимися от нуля. Рекомендуется проектировать *равносмещенные* конические передачи ($x_1 = -x_2$, $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$).

В практике машиностроения широко применяют не только прямозубые конические колеса, в которых продольная ось зуба на начальном конусе прямолинейна и проходит через вершину конуса, но и колеса с косыми (тангенциальными) и круговыми зубьями.

Конические колеса с *косыми* зубьями (рис. 4.4.3, б) по несущей способности превосходят прямозубые и при одинаковой точности изготовления могут работать при больших окружных скоростях (до 8-12 м/с).

Конические колеса с *круговыми* зубьями (рис. 4.4.3, в) могут передавать большую нагрузку, чем прямозубые и косозубые конические ко-

леса, и работать плавно и бесшумно при повышенных окружных скоростях (до 35 м/с при шлифованных зубьях).

Рассмотрение конических передач с *косыми* и *круговыми* зубьями колес выходит за пределы данного курса. Материал по их расчету и проектированию можно найти в специальной литературе.

3.2.4.3.2.3. Прочностной расчет конических зубчатых передач

3.2.4.3.2.3.1. Силы, действующие в зацеплении

Рассмотрим схему на рис. 4.4.49.

При расчете прямозубой конической передачи считают, что равнодействующая нормальная сила F_n распределенной вдоль зуба нагрузки q приложена на середине длины зуба нормально к его боковой поверхности.

Нормальная сила F_n раскладывается на окружную силу F_t , радиальную силу F_r и осевую силу F_a :

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega m1}} = \frac{2T_2}{d_{\omega m2}} = \frac{2T_2}{ud_{\omega m1}}, \quad (4.4.197)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega} \sin \delta, \quad (4.4.198)$$

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega} \cos \delta. \quad (4.4.199)$$

Для *ортогональной* конической передачи (при $\Sigma = 90^\circ$):

$$\overline{F}_{t12} = -\overline{F}_{t21}, \quad (4.4.200)$$

$$\overline{F}_{a12} = -\overline{F}_{r21}, \quad (4.4.201)$$

$$\overline{F}_{r12} = -\overline{F}_{a21}. \quad (4.4.202)$$

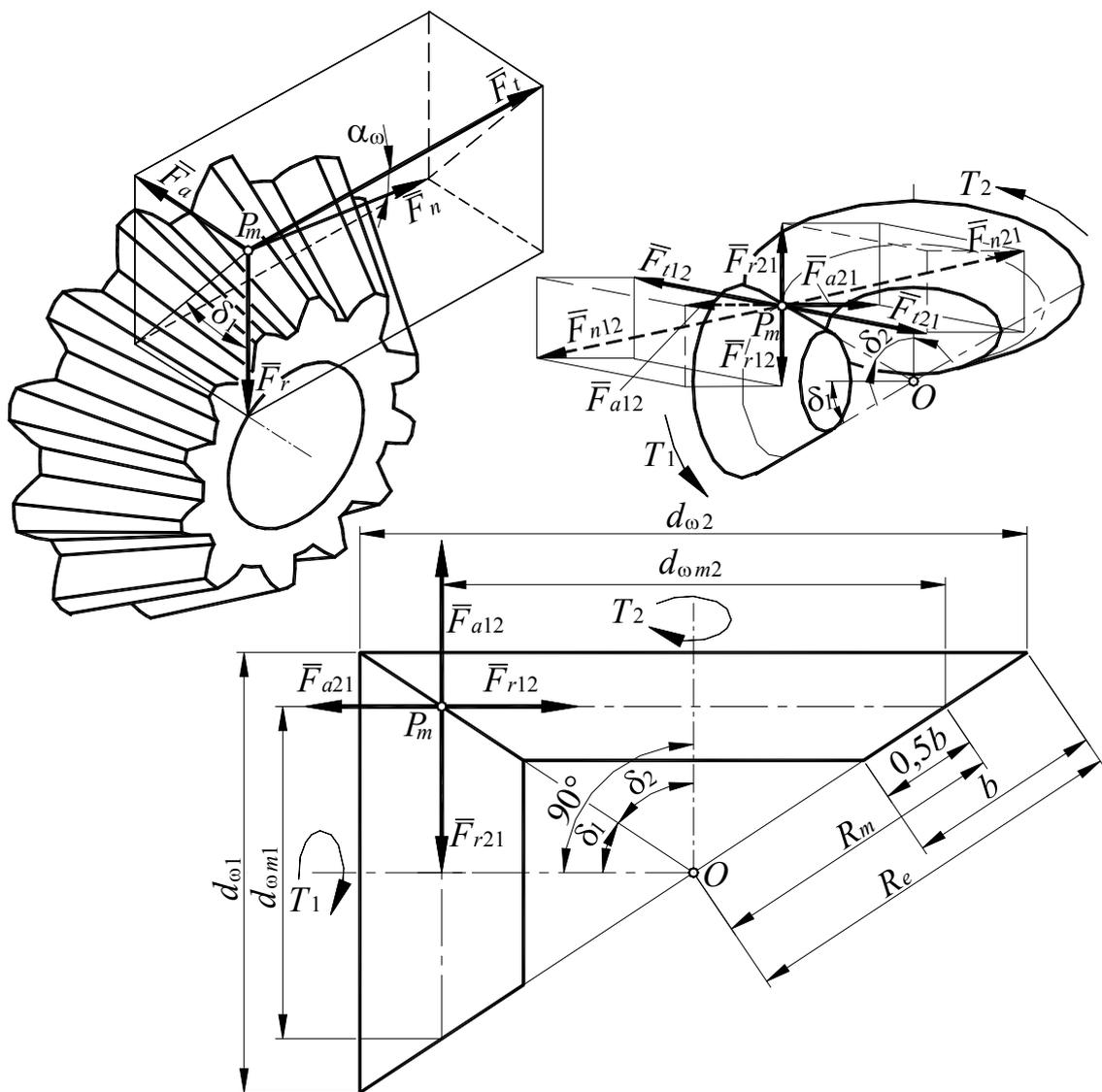


Рис. 4.4.49

3.2.4.3.2.3.2. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по контактной прочности

Расчет зубьев прямозубой конической передачи на контактную прочность производят в предположении, что нагрузочная способность конической передачи равна нагрузочной способности эквивалентной ей цилиндрической прямозубой передачи при одинаковой длине зубьев. В этом случае конические колеса заменяют эквивалентными цилиндрическими колесами, модуль t_v которых принимают равным модулю t_m конических колес в среднем сечении зуба (рис. 4.4.45, 4.4.46, 4.4.49).

Однако опыт эксплуатации показывает, что при одинаковой нагрузке конические передачи выходят из строя быстрее цилиндрических. Это объясняется большим влиянием на конические передачи неточно-

стей изготовления и монтажа, а также нарушением регулировки зацепления из-за увеличения зазоров в подшипниках в процессе работы. В связи с этим принимают, что нагрузочная способность конической передачи составляет примерно 85% от нагрузочной способности эквивалентной ей цилиндрической передачи:

$$\sigma_{H_k} = \frac{\sigma_{H_{цз}}}{0,85}. \quad (4.4.203)$$

Диаметр делительной окружности эквивалентного колеса принимают равным диаметру развертки *среднего* дополнительного конуса:

$$d_{1э} = \frac{d_{\omega m1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.204)$$

$$d_{2э} = \frac{d_{\omega m2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.205)$$

Числа зубьев эквивалентных колес z_{v1} и z_{v2} определяются по формулам (4.4.192) и (4.4.193). Передаточное число *эквивалентных* колес равно:

$$u_э = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2}, \quad (4.4.206)$$

или, с учетом (4.4.142), получим:

$$u_э = \frac{\sin \delta_2 \cos \delta_1}{\sin \delta_1 \cos \delta_2} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\operatorname{tg} \delta_1}. \quad (4.4.207)$$

Для *ортогональных* конических передач, когда $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$:

$$u_э = \operatorname{tg}^2 \delta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \delta_1} = u^2. \quad (4.4.208)$$

Из рис. 4.4.49 получаем:

$$d_{\omega m1} = 2R_m \sin \delta_1. \quad (4.4.209)$$

Учитывая формулы (4.4.209) и (4.4.148), запишем формулу (4.4.204) в виде:

$$d_{1э} = \frac{2R_m}{u} \quad (4.4.210)$$

Для расчета эквивалентных *прямозубых* цилиндрических колес по контактной прочности воспользуемся формулой (4.4.104) с учетом (4.4.203), (4.4.204) и (4.4.209):

$$\sigma_H = \frac{0,7u}{R_m} \sqrt{\frac{KT_{2н}(u_э \pm 1)E_{пр}}{b \sin 2\alpha_\omega}} \leq \sigma_{Hр}. \quad (4.4.211)$$

Введем обозначение:

$$\Psi_{bR} = \frac{R_m}{b}, \quad (4.4.212)$$

где Ψ_{bR} – коэффициент длины зуба.

Подставим в уравнение (4.4.211) вместо u^2 его значение из (4.4.208). Тогда, с учетом (4.4.212) уравнение (4.4.211) преобразуется к виду:

$$R_m \geq 0,785^3 \sqrt{\frac{KT_{2H} u^2 (u^2 + 1) \Psi_{bR} E_{np}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.213)$$

Из рис. 4.4.49 получаем:

$$R_e = R_m + 0,5b \quad (4.4.214)$$

или, с учетом (4.4.212):

$$R_e = R_m \left(1 + \frac{0,5}{\Psi_{bR}} \right) \quad (4.4.215)$$

Заменив R_m в уравнении (4.4.213) его значением из (4.4.215), после преобразований получим:

$$R_e \geq \frac{0,785}{1 + \frac{0,5}{\Psi_{bR}}} \sqrt[3]{\frac{KT_{2H} u^2 (u^2 + 1) \Psi_{bR} E_{np}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.216)$$

Задаваясь числом зубьев шестерни $z_1 \geq 18$ и числом зубьев колеса $z_2 = uz_1$, по формулам (4.4.179) – (4.4.191) определяют параметры передачи.

3.2.4.3.2.3.3. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по изгибной прочности

Расчет зубьев на прочность по напряжениям изгиба основывается на тех же допущениях, что и расчет по контактной прочности.

В этом случае формула (4.4.203) принимает вид:

$$\sigma_{F_k} = \frac{\sigma_{F_{цз}}}{0,85}. \quad (4.4.217)$$

С учетом (4.4.217) формула (4.4.135) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{0,85m_m b Y_F} \leq \sigma_{Fp}, \quad (4.4.218)$$

в которой величину *коэффициента формы зуба* Y_F определяют по таблицам, либо по графикам вида $Y_F = f(z)$ в зависимости от числа зубьев *эквивалентных* прямозубых колес, которые определяются по формулам (4.4.192) и (4.4.193).

Введем обозначение:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m_m}, \quad (4.4.219)$$

где ψ_{bm} – коэффициент длины зуба.

Преобразуем формулу (4.4.197), заменив в ней значение $d_{\omega m1}$ через модуль зацепления в среднем сечении m_m и число зубьев шестерни z_1 :

$$F_t = \frac{2T_{H2}}{u m_m z_1}. \quad (4.4.220)$$

Для определения модуля зацепления в среднем сечении m_m воспользуемся формулой (4.4.218) с учетом (4.4.219) и (4.4.220). После ее преобразования получим:

$$m_m \geq 1,333 \sqrt[3]{\frac{KT_{H2}}{\sigma_{Fp} u z_1 \psi_{bm} Y_F}} \quad (4.4.221)$$

Так же как и для цилиндрических передач, для большинства *открытых* конических передач и для передач, у которых зубья *закалены до высокой твердости*, прочность на *изгиб* является основным *критерием работоспособности*. В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления по наружному дополнительному конусу m_e .

Рассмотрим порядок *проектного* расчета.

Для определения m_e рассмотрим рис. 4.4.50, из которого очевидно:

$$\frac{m_m}{m_e} = \frac{d_{\omega m}}{d_{\omega}}. \quad (4.4.222)$$

Тогда, предварительно задав число зубьев на шестерне в пределах от 18 до 30, получим:

$$m_e = m_m \frac{d_{\omega}}{d_{\omega m}} = m_m \frac{d_{\omega m} + 2ab}{d_{\omega m}} = m_m + \frac{b \sin \delta}{z}. \quad (4.4.223)$$

Расчет по формуле (4.4.221) при одинаковых материалах пары сопрягаемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах расчет проводят по тому из колес, у которого отношение $\frac{\sigma_F}{Y_F}$

меньше.

Полученное значение m_e округляют до стандартного и по формулам (4.4.179)-(4.4.191) определяют геометрические параметры передачи.

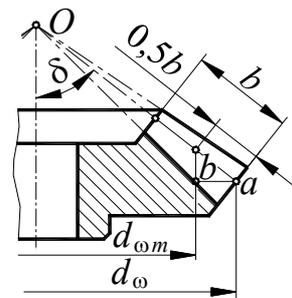


Рис. 4.4.50

Лекция № 20 (2 часа). Червячные передачи

3.2.2.6.3 Червячные передачи

3.2.2.6.3.1 Общие сведения

Червячные передачи (рис. 4.4.51) применяют для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых скрещиваются под некоторым углом Σ . В подавляющем большинстве случаев их применяют в тех случаях, когда оси ведущего и ведомого валов скрещиваются под углом Σ , равным 90° (ортогональные червячные передачи); с межосевым углом передачи, отличным от 90° , они применяются крайне редко.

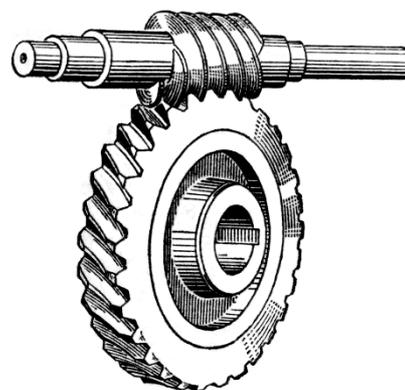


Рис. 4.4.51

Ведущим (входным) звеном обычно является червяк; лишь иногда в ускоряющих передачах ведущим (выходным) является колесо.

Простейшее представление о работе червячной передачи можно получить, рассматривая кинематику винтовой пары. Для этого используем сопряженные винт и гайку с трапецеидальной резьбой, условившись дать винту только вращательное движение, а гайке – только поступательное (рис. 4.4.52). Обозначив через T крутящий момент, передаваемый винтом, через F_t – окружное усилие на среднем диаметре d винта и через F_a – осевое усилие, получим следующие зависимости:

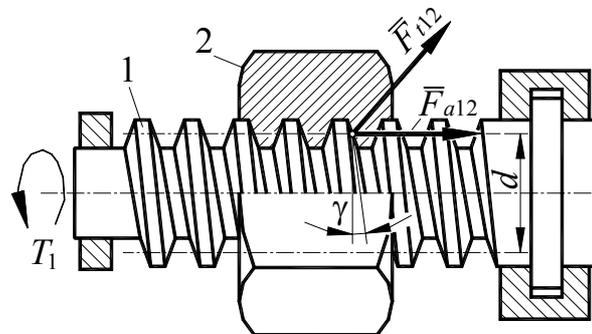


Рис. 4.4.52

$$F_t = \frac{2T}{d}; \quad (4.4.224)$$

$$F_t = F_a \operatorname{tg}(\gamma + \varphi), \quad (4.4.225)$$

где γ – угол подъема винтовой линии;
 φ – угол трения.

Полный КПД винтовой пары (раздел 1.6.2.3) равен:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi)}. \quad (4.4.226)$$

В приведенных зависимостях для винтовой пары в движении ничего не изменится, если из целой гайки вырежем ее часть в продольном направлении винта и, отбросив остальную часть гайки, согнем вырезанную часть по радиусу r_2 (рис. 4.4.53). При вращении винта с угловой скоростью ω_1 выгнутая часть гайки будет поворачиваться вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_2 . При этом приведенные выше зависимости останутся без изменений. Наконец, оставляя винт таким же, и замыкая сектор гайки увеличивая до полной окружности, вместо вырезанной части гайки получим винтовое колесо, которое называют *червячным колесом*, а винт в этом случае называют *червяком* (рис. 4.4.54).

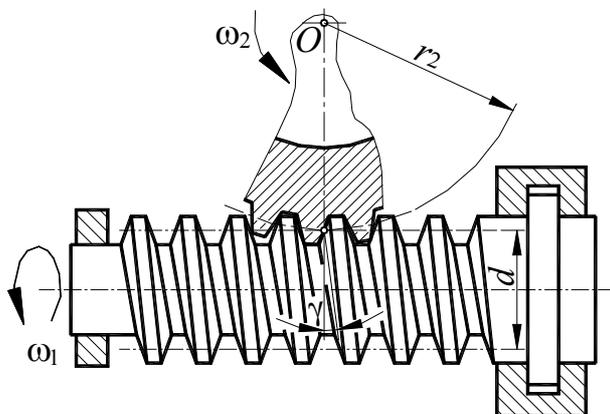


Рис. 4.4.53

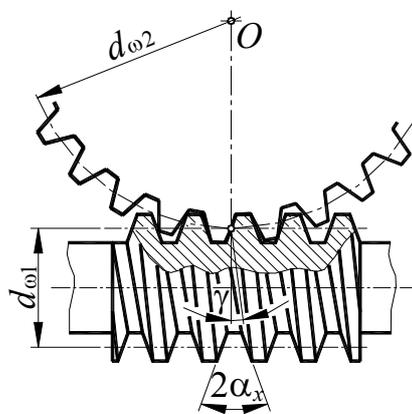


Рис. 4.4.54

3.2.2.6.3.2 Геометрические и кинематические взаимосвязи в червячной передаче с архимедовым червяком

ГОСТ 18498-89 и ГОСТ 19036-81 предусматривают следующие основные типы цилиндрических червяков:

- архимедов (ZA);
- эвольвентный (Z1);
- с прямолинейным профилем витка (ZN1);
- с прямолинейным профилем впадины (ZN2);
- цилиндрический, образованный конусом (ZK1).

Если направление режущей грани инструмента резца, проходит через ось червяка, то получается линейчатая винтовая поверхность, образующие ba которой пересекают ее ось (рис. 4.4.55). Сечение этой поверхности плоскостью, перпендикулярной оси, дает архимедову спираль, отчего возникло и наименование – *архимедов червяк*. Они наиболее распространены и поэтому являются предметом рассмотрения в данном курсе.

Архимедовы червяки имеют в осевом сечении *прямоугольный* профиль с углом $\alpha_x = 20^\circ$. Схема и основные элементы червячной передачи с архимедовым червяком показаны на рис. 4.4.56.

Ортогональное червячное зацепление с архимедовым червяком в его сечении плоскостью, перпендикулярной к оси червячного колеса и проходящей через ось червяка (рис. 4.4.56), может быть представлено как *плоское реечное зацепление*, так в этом сечении профиль червяка получается такой же, как и у рейки эвольвентного зацепления, то есть трапецевидальной формы; сопряженный профиль зуба червячного колеса очерчивается по эвольвенте.

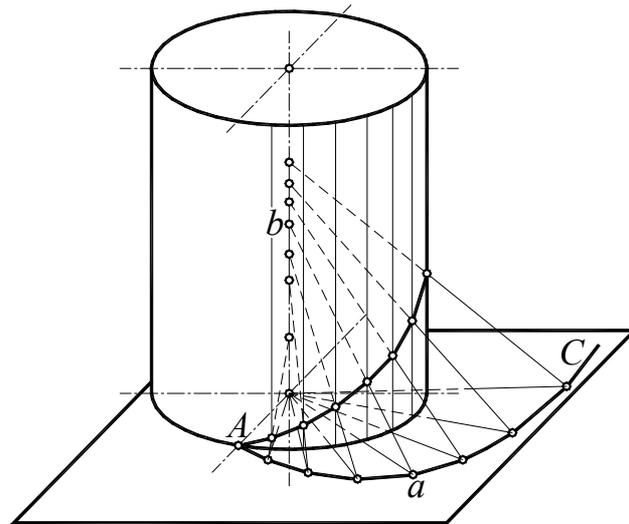


Рис. 4.4.55

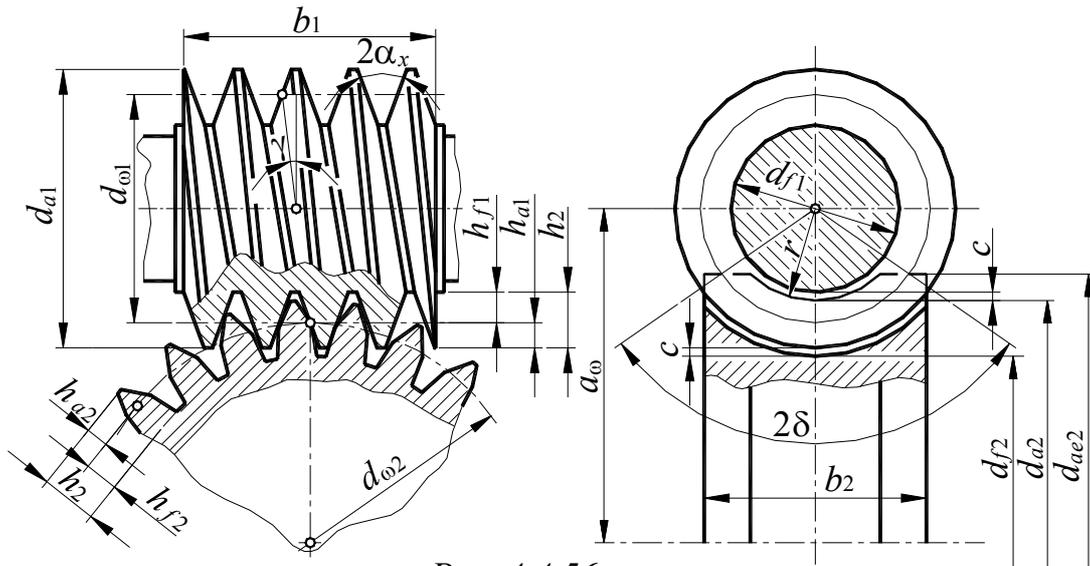


Рис. 4.4.56

Геометрический расчет червячной передачи основан на равенстве нормальных составляющих v_n окружных скоростей в точке касания начальных цилиндров червяка и червячного колеса, имеющих радиусы r_{ω_1} и r_{ω_2} .

Для червяка (рис. 4.4.57), вращающегося со скоростью ω_1 и расположенного под ним колеса, вращающегося со скоростью ω_2 , можно построить план скоростей. В ортогональной червячной передаче оси вра-

щения червяка (I) и колеса (II) *перекрещиваются* под углом $\Sigma = 90^\circ$. Винтовая линия на начальном цилиндре червяка, представленная пунктиром, имеет *угол подъема* γ . Угловые скорости на рис. 4.4.57, представлены векторами $\bar{\omega}_1$ и $\bar{\omega}_2$ так, что с конца вектора вращение наблюдается происходящим против часовой стрелки. Из рис. 4.4.57 видно, что нормальная составляющая окружных скоростей равна:

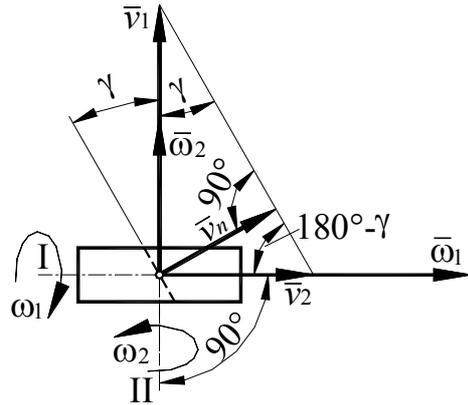


Рис. 4.4.57

$$\bar{v}_n = \omega_1 r_{\omega 1} \sin \gamma = \omega_2 r_{\omega 2} \cos \gamma. \quad (4.4.227)$$

Следовательно, передаточное число будет равно:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_{\omega 2} \cos \gamma}{r_{\omega 1} \sin \gamma} = \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (4.4.228)$$

В данном курсе рассматривается червячное зацепление с архимедовым червяком *без смещения*, когда $d_{\omega 1} = d_1$ и $d_{\omega 2} = d_2$.

Шаг p_1 витков червяка (рис. 4.4.58, 4.4.59), измеряемый вдоль оси вращения его, равен:

$$p_1 = \frac{P_{n1}}{\cos \gamma}, \quad (4.4.229)$$

где p_{n1} — нормальный шаг в направлении, перпендикулярном направлению витков.

Шаг p_2 червячного колеса:

$$p_2 = \frac{P_{n2}}{\cos \gamma}, \quad (4.4.230)$$

В формулах (4.4.229) и (4.4.230):

γ — угол подъема винтовой линии, равный углу наклона зубьев колеса.

В зависимости от *направления* резьбы червяка различают *правозаходные* и *левозаходные* передачи, причем передачи с правозаходными червяками имеют преимущественное распространение.

В зависимости от *количества параллельных* витков резьбы червяка различают передачи одно— и многозаходные (как правило, $z_1 \leq 4$).

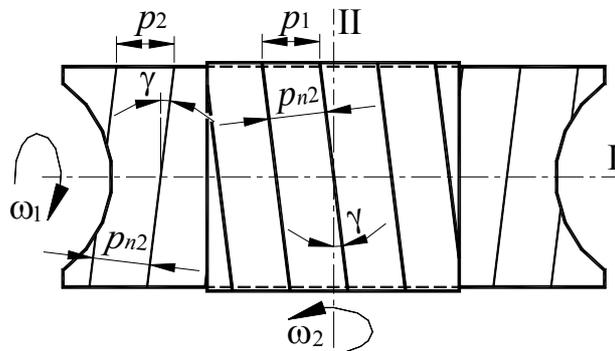


Рис. 4.4.58

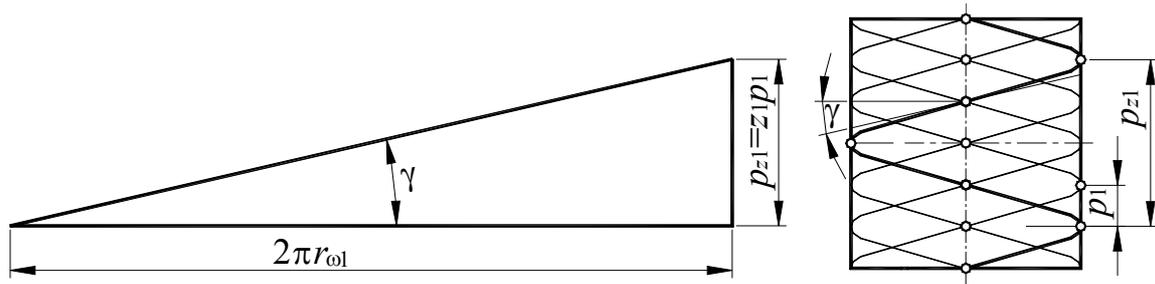


Рис. 4.4.59

Из уравнений (4.4.229), (4.4.230), вследствие равенства нормальных шагов червяка и червячного колеса, следует, что:

$$p_1 = p_2 = p. \quad (4.4.231)$$

Так как ход винтовой линии червяка p_{z1} равен (рис. 4.4.59):

$$p_{z1} = 2\pi r_{\omega 1} \operatorname{tg} \gamma = z_1 p, \quad (4.4.232)$$

где z_1 — число заходов червяка,

то, с учетом того, что:

$$m = \frac{p}{\pi}, \quad (4.4.233)$$

радиус начальной окружности червяка будет равен:

$$r_{\omega 1} = \frac{z_1 p}{2\pi \operatorname{tg} \gamma} = \frac{z_1 m}{2 \operatorname{tg} \gamma}, \quad (4.4.234)$$

В формулах (4.4.233) и (4.4.234):

m — осевой модуль червяка, принимаемый в соответствии со стандартом для червячного зацепления.

Для упрощения расчетных формул введем коэффициент, называемый *относительным диаметром червяка* q :

$$q = \frac{z_1}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (4.4.235)$$

Значения величины относительных диаметров червяка q стандартизованы.

Тогда формула (4.4.234) примет вид:

$$r_{\omega 1} = \frac{qm}{2}. \quad (4.4.236)$$

или

$$d_{\omega 1} = qm. \quad (4.4.237)$$

На основании уравнений (4.4.229), (4.4.230), (4.4.231) формулу (4.4.233) можно записать в виде:

$$m = \frac{m_n}{\cos \gamma}. \quad (4.4.238)$$

Для червячного колеса:

$$r_{\omega 2} = \frac{mz_2}{2}. \quad (4.4.239)$$

или

$$d_{\omega 2} = mz_2. \quad (4.4.240)$$

Остальные размеры червячной передачи с архимедовыми червяками определяются по формулам (рис. 4.4.56):

$$a_{\omega} = \frac{d_{\omega 2} + d_{\omega 1}}{2} = \frac{m(z_2 + q)}{2}. \quad (4.4.241)$$

В соответствии с ГОСТ 19650-74 и ГОСТ 19036-81:

$$h_{a1} = h_{a2} = h_a, \quad (4.4.242)$$

$$h_{f1} = h_{f2} = h_f, \quad (4.4.243)$$

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.4.244)$$

$$h_f = h_f^* m, \quad (4.4.245)$$

$$h_a^* = 1, \quad (4.4.246)$$

$$h_f^* = 1 + c^*, \quad (4.4.247)$$

$$c^* = 0,2. \quad (4.4.248)$$

С учетом (4.4.242)–(4.4.248) из рис. 4.4.56:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{a1} = m(q + 2), \quad (4.4.249)$$

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{a1} = m(z_2 + 2), \quad (4.4.250)$$

$$d_{f1} = d_{\omega 1} - 2h_{f1} = m(q - 2,4), \quad (4.4.251)$$

$$d_{f2} = d_{\omega 2} - 2h_{f2} = m(z_2 - 2,4). \quad (4.4.252)$$

Согласно формуле (4.4.235), угол подъема винтовой линии червяка по начальному цилиндру, равный углу наклона зубьев колеса, равен:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{q} \quad (4.4.253)$$

Для проектирования *ортогональной* червячной передачи с *архимедовым* червяком *без смещения* на основании опыта их проектирования, изготовления и эксплуатации предложены следующие рекомендации.

Длина нарезанной части червяка b_1 :

при z_1 , равном 1 и 2:

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m, \quad (4.4.254)$$

при z_1 , равном 3 и 4:

$$b_1 \geq (12,5 + 0,09z_2)m. \quad (4.4.255)$$

Ширина колеса b_2 :

при $z_1 < 4$:

$$b_2 \leq 0,75d_{a1}, \quad (4.4.256)$$

при $z_1 = 4$:

$$b_2 \leq 0,67d_{a1}. \quad (4.4.257)$$

Наибольший диаметр червячного колеса d_{ae2} :

$$d_{ae2} \leq d_{a2} + \frac{6m}{z_2 + 2}. \quad (4.4.258)$$

Условный угол обхвата 2δ :

$$\delta = \arcsin \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}. \quad (4.4.259)$$

Условный угол обхвата может быть принят из диапазонов:

— для силовых передач $2\delta=90^\circ-120^\circ$,

— для кинематических передач $2\delta=45^\circ-90^\circ$.

Коэффициент полезного действия червячной передачи определяется как КПД последовательной цепи звеньев:

$$\eta = \eta_{\text{вп}} \eta_{\text{зз}}, \quad (4.4.260)$$

где $\eta_{\text{вп}}$ — КПД винтовой кинематической пары, соответствующий подъему гайки по винту (определяется по уравнению (4.4.226));

$\eta_{\text{зз}}$ — КПД зубчатого зацепления ($\eta_{\text{зз}}=0,97-0,98$).

Скорость скольжения зубьев колеса по виткам червяка определяется как разность *векторов* окружных скоростей этих элементов (рис. 4.4.57):

$$v_{\text{ск}} = \frac{v_1}{\cos \gamma} = \frac{v_2}{\sin \gamma}. \quad (4.4.261)$$

Из формулы (4.4.226) следует; что КПД передачи возрастает с увеличением числа витков (заходов) червяка z_1 (при этом увеличивается угол подъема винтовой линии γ) и с уменьшением коэффициента трения f .

Как показали экспериментальные исследования, КПД зацепления зависит и от шероховатости поверхности, увеличиваясь с ее уменьшением.

В предварительных расчетах можно принять:

$$\eta=0,70-0,75 \text{ при } z_1=1,$$

$$\eta=0,75-0,82 \text{ при } z_1=2,$$

$$\eta=0,87-0,92 \text{ при } z_1=4.$$

Невысокий КПД показывает то, что в червячной передаче значительная часть механической энергии переходит в тепловую. Вызванное этим повышение температуры зоны контакта ухудшает защитные свойства масляного слоя, увеличивает опасность заедания и выхода переда-

чи из строя. Для предотвращения чрезмерного повышения температуры масла рассматривают тепловой баланс между тепловыделением и теплоотдачей и при необходимости реализуют мероприятия, уменьшающие тепловыделение выделение или увеличивающие теплоотдачу.

Основные *достоинства* червячных передач – плавность и относительная бесшумность, возможность реализации большого передаточного числа в одной ступени, возможность самоторможения (при низком коэффициенте полезного действия).

Основные *недостатки* – низкий коэффициент полезного действия, нагрев при работе на машинах непрерывного действия, высокая стоимость материала венцов червячных колес (бронза) для быстроходных передач.

3.2.2.6.3 Силы, действующие в зацеплении

Нормальное к поверхности зуба усилие F_n (рис. 4.4.60), условно сосредоточенное в полюсе зацепления P , можно разложить на окружную F_t , осевую F_a и радиальную F_r составляющие. При этом учитывают, что возникающее в зацеплении трение отклоняет силу F_n на угол трения φ от общей нормали к профилям.

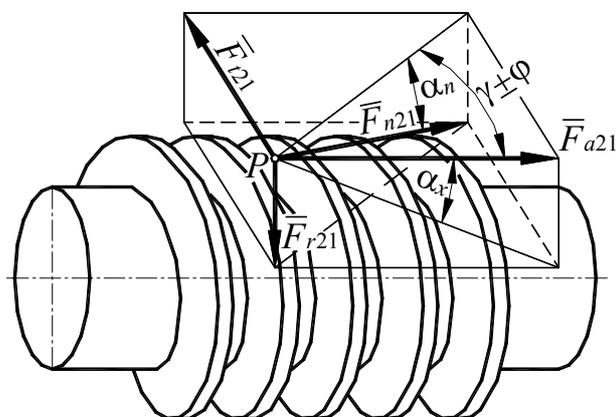


Рис. 4.4.60

Схема разложения нормальной силы F_{n21} , действующей на архимедов червяк, представлена на рис. 4.4.60.

Окружная сила F_{t21} :

$$F_{t21} = \frac{2KT_{1H}}{d_{\omega 1}} = \frac{2KT_{2H}}{\eta d_{\omega 2}} = \frac{2KT_{2H}}{u\eta d_{\omega 1}} = F_{n21} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi), \quad (4.4.262)$$

осевая сила F_{a21} :

$$F_{a21} = F_{n21} \cos \alpha_n \cos(\gamma \pm \varphi) = F_{t21} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi), \quad (4.4.263)$$

радиальная сила F_{r21} :

$$F_{r21} = F_{n21} \sin \alpha_n = F_{t21} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.264)$$

Нормальную силу F_{n21} определим из уравнения (4.4.262):

$$F_{n21} = \frac{2KT_{2H}}{u\eta d_{\omega 1} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.265)$$

Из рис. 4.4.60 определим значение угла α_n :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_n &= \frac{F_r}{F_t} = \frac{F_a \operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{F_t} = \frac{F_t \cos(\gamma \pm \varphi) \operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{\sin(\gamma \pm \varphi) F_t} = \\ &= \operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \varphi). \end{aligned} \quad (4.4.366)$$

Знак «+» в значении угла $(\gamma \pm \varphi)$ принимают при *ведущем* червяке, знак «-» — при *ведомом*.

Рассмотрим распределение сил в зацеплении червячной передачи (рис. 4.4.61).

С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$F_{a12} = F_{t21}, \quad (4.4.267)$$

$$F_{t12} = F_{a21}, \quad (4.4.268)$$

$$F_{r12} = F_{r21} \quad (4.4.269)$$

$$F_{n12} = F_{n21}. \quad (4.4.270)$$

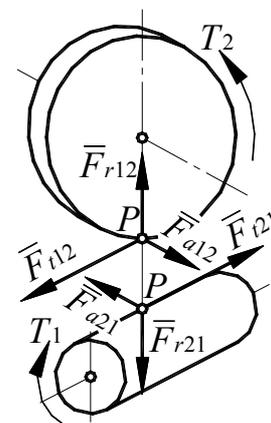


Рис. 4.4.61

3.2.2.6.3.4 Материалы элементов червячных передач

Тяжелые условия работы *червяка* в червячной паре (большая относительная скорость скольжения рабочих поверхностей, малый диаметр при относительно высокой длине между опорами) вызывают необходимость применения высококачественной углеродистой или легированной стали для его изготовления. Наименьшая интенсивность изнашивания в червячной паре обеспечивается, если червяк имеет высокую твердость, а его рабочие поверхности имеют малую шероховатость. Поэтому для червяков используются стали марок 45, 40X, 40XH, 35XГСА, закаленные до твердости (45-55)HRC с последующей шлифовкой.

Широко применяются *червяки из сталей* 20X, 12XH3A, 18XГТ и другие, подверженные *цементации* и из сталей 38X2МЮА, 38X2Ю и другие, упрочняемые *азотированием*. В этом случае достигается твердость поверхностей червяка (56-63)HRC, а финишную обработку производят шлифованием и полированием.

Значение угла трения φ червяка и червячного колеса, определяющего КПД передачи (см. формулу (4.4.226)), в большей своей части зависит от сочетания материалов пары «червяк – червячное колесо». В качестве материалов *венцов червячных колес* червячных передач с целью уменьшения трения используются бронзы, латуни и серые чугуны, которые условно делят на три группы:

- группа I – оловянные бронзы;
- группа II – безоловянные бронзы и латуни;
- группа III – серые чугуны (применяют для изготовления малонагруженных или редко работающих передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения).

Из бронзы или латуни изготавливают только венцы червячного колеса, монтируемый на стальную или чугунную ступицу. Чугунные колеса, как правило, делают цельными. Подробные сведения о материалах и их допускаемых напряжениях можно найти в специальной литературе.

3.2.2.6.3.5 Прочностной расчет червячной передачи

3.2.2.6.3.5.1 Общие сведения

В червячной передаче в отличие от зубчатой окружные скорости червяка v_1 и колеса v_2 не совпадают по направлению и различны по величине. Поэтому в относительном движении начальных цилиндров обкатывание профилей происходит с большим скольжением витков червяка по зубьям колеса. Когда точка контакта совпадает с полюсом зацепления P , скорость скольжения $v_{ск}$, определяемая уравнением (4.4.261), направлена по касательной к винтовой линии витка червяка (рис. 4.4.57). Скольжение является причиной износа и заедания передач, снижает их КПД.

Существенное влияние на условия смазывания и износ зубьев колеса оказывает расположение контактных линий. В ортогональной передаче с архимедовым червяком криволинейные контактные линии (рис. 4.4.62) образуют с вектором скорости скольжения некоторый угол δ , при котором создаются неблагоприятные условия для смазывания.

Опыт эксплуатации закрытых червячных передач показал, что их в большинстве случаев потеря работоспособности передачи вызывается износом зубьев червячного колеса, схватыванием (заеданием), усталостным контактным выкрашиванием. При *мягком* материале (оловянные бронзы) венца колеса схватывание проявляется в форме постепенного «намазывания» его материала на червяк. При *твердом* материале (алюминиево-железистая бронза, чугун) венца колеса схватывание происходит в более опасной форме – завершается задиром, вызывающим усиленный износ зубьев червячного колеса и последующее их разрушение.

В *открытых* передачах встречаются *поломки зубьев* колес и их *износ*.

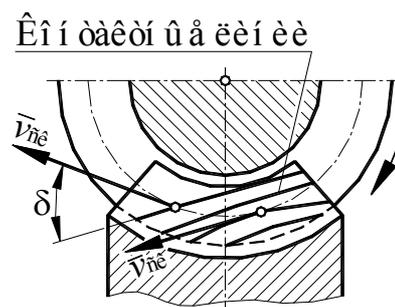


Рис. 4.4.62

Таким образом, *контактная прочность, износостойкость и противозадирная стойкость* являются основными критериями работоспособности червячных передач.

3.2.2.6.3.5.2 Прочностной расчет зубьев червячного колеса по контактным напряжениям

Общие принципы расчета цилиндрических косозубых зубчатых передач по контактным напряжениям применимы и к червячным передачам, причем рассчитывают только зубья колеса, так как витки червяка, выполняемые из сталей, значительно прочнее.

По аналогии с косозубой передачей [см. формулу (4.4.128)] суммарная длина контактных линий

$$l_{\Sigma} = \zeta \frac{l \varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma} \quad (4.4.271)$$

где $l = \frac{\pi d_{\omega 1} 2\delta}{360^{\circ}}$ – длина зуба червячного колеса на делительном цилиндре червяка,

2δ – условный угол обхвата,

ζ – коэффициент, учитывающий, что соприкосновение осуществляется не по полной дуге обхвата 2δ ,

ε_{α} – коэффициент торцового (для колеса) перекрытия.

Принимая $\varepsilon_{\alpha} \approx 1,8$ и $\zeta \approx 0,75$ для наиболее употребительного значения $2\delta = 100^{\circ}$ получаем:

$$l_{\Sigma} = 1,178 \frac{d_{\omega 1}}{\cos \gamma} \quad (4.4.272)$$

В этом случае *расчетная удельная нагрузка* q с учетом выражений (4.4.265) и (4.4.272) будет равна:

$$q = \frac{F_{n21}}{l_{\Sigma}} = \frac{1,7 K T_{2H} \cos \gamma}{d_{\omega 1}^2 u \eta \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.273)$$

Для определения *приведенного радиуса кривизны* в полюсе зацепления P достаточно знать параметры только цилиндрического прямозубого колеса, *эквивалентного червячному* (см. раздел 4.4.2.6.2), так как для *архимедовых червяков радиус кривизны витков червяка в осевом сечении* ρ_1 равен бесконечности. Из формулы (4.4.97) для *внешнего контакта рабочих поверхностей* получаем:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (4.4.274)$$

Для рассматриваемого случая:

$$\rho_1 = \infty. \quad (4.4.275)$$

Тогда из формулы (4.4.274) с учетом (4.4.274) получаем:

$$\rho_{\text{пр}} = \rho_2. \quad (4.4.276)$$

С учетом (4.4.100) и (4.4.62) величина приведенного радиуса кривизны контактирующих рабочих поверхностей в полюсе зацепления P червячной передачи с *архимедовым* червяком будет определяться уравнением:

$$\rho_{\text{пр}\varepsilon} = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma}. \quad (4.4.277)$$

Подставляя полученные значения q и $\rho_{\text{пр}\varepsilon}$ из уравнений (4.4.273) и (4.4.277) в уравнение прочности при расчете на *контактную* прочность (4.4.94), получим:

$$d_{\omega 1} \geq 0,841 \cos \gamma \sqrt[3]{\frac{KT_{2H} E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin \alpha_x \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}} \quad (4.4.278)$$

Значение α_n определяется из уравнения (4.4.66):

$$\alpha_n = \arctg \left[\operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \varphi) \right]. \quad (4.4.279)$$

С достаточной для практики точностью формулу (4.4.278) можно упростить, приняв:

$$\alpha_n \approx \alpha_x = 20^\circ. \quad (4.4.280)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} \geq 1,23 \cos \gamma \sqrt[3]{\frac{KT_{2H} E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin(\gamma \pm \varphi)}}. \quad (4.4.281)$$

где $E_{\text{пр}}$ – *приведенный модуль упругости первого рода* (определяется по формуле (4.4.96),

K – *коэффициент нагрузки*.

$$K = \frac{K_\beta}{K_a} \quad (4.4.282)$$

где K_β – коэффициент, учитывающий *распределение нагрузки* по ширине венца (при постоянной нагрузке $K_\beta=1$, при переменной нагрузке $K_\beta=1,1-1,3$),

K_a – коэффициент, учитывающий *точность передачи* (назначается в зависимости от степени точности передачи по табл. 4.4.3).

Таблица 4.4.3

Степень точности передачи $n_{\text{ст. точн.}}$	6	7	8	9
K_a	1,20	1,15	1,10	1,00

3.2.2.6.3.5.3 Прочностной расчет зубьев червячного колеса по напряжениям изгиба

Расчет зубьев колеса по напряжениям изгиба производят *приближенно* по аналогии с расчетом *косозубых* цилиндрических эвольвентных колес, но при этом учитывают различие геометрической формы и характера зацепления зубьев.

С учетом вышеизложенного формулу (4.4.135) можно записать так:

$$\sigma_F = \frac{F_{t12}}{m_n l_\Sigma Y_F} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.283)$$

С учетом (4.4.268) и (4.4.263) формула (4.4.283) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{2KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{u\eta d_{o1} m_n l_\Sigma} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.284)$$

Для червячной передачи с архимедовым червяком формулу (4.4.59) можно записать в виде:

$$m_n = m \cos \gamma, \quad (4.4.285)$$

где m – расчетный модуль.

Тогда, с учетом формул (4.4.272), (4.4.240) и (4.4.285), формула (4.4.284) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{1,7KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{u\eta m^3 z_2^2} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.286)$$

Из уравнения (4.4.286) получаем формулу для определения *расчетного модуля*:

$$m \geq 1,23 \sqrt[3]{\frac{KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{\sigma_F u z_2^2 \eta}}. \quad (4.4.287)$$

3.2.2.6.3.5.4 Тепловой расчет червячной передачи

Для нормальной работы передачи необходимо, чтобы количество теплоты, выделяющееся в результате превращения механической энергии в тепловую, не превышало количества теплоты, отводимой от передачи.

Количество теплоты Q_1 , *выделяющееся* в передаче, кал/ч:

$$Q_1 = 860(1 - \eta)P_{\text{вх}}, \quad (4.4.288)$$

где $P_{\text{вх}}$ – мощность на ведущем валу, Вт,

η – КПД передачи с учетом потерь на трение в зацеплении и подшипниках, а также гидравлических потерь в масляной ванне.

Количество теплоты Q_2 , отводимой через стенки редуктора в окружающую среду естественным путем, кал/ч:

$$Q_2 = A_k k_T (t_m^\circ - t_b^\circ), \quad (4.4.289)$$

где A_k – площадь теплоотводящей поверхности корпуса (m^2), соприкасающаяся со свободно циркулирующим воздухом снаружи и омываемая маслом или его брызгами изнутри, (поверхность днища корпуса обычно не учитывают; если корпус снабжен теплоотводящими ребрами, учитывают половину их поверхности);

k_T – коэффициент теплоотдачи (в зависимости от подвижности воздуха в помещении и масла в масляной ванне $k_T = 7,5-15$ кал/ m^2);

t_M° – температура масла в редукторе, $^\circ C$;

t_B° – температура окружающей среды (воздуха), $^\circ C$.

Из формул (4.4.288) и (4.4.289), полагая $Q_1 = Q_2$, получаем:

$$t_M^\circ = t_B^\circ + \frac{860(1-\eta)}{A_k k_T}. \quad (4.4.290)$$

Должно выполняться условие:

$$t_M^\circ \leq t_{MP}^\circ, \quad (4.4.291)$$

где t_{MP}° – допустимая температура применяемого масла.

Если условие (4.4.291) не соблюдается, необходимо или увеличить теплоотводящую поверхность, или применить искусственное охлаждение, или использовать масло с большей допустимой температурой.

Лекция № 21 (2 часа).

Валы и оси

3.3 Валы и оси

3.3.1 Общие сведения

Валы предназначены для поддержания вращающихся частей машины и для передачи вращающего момента от одной вращающейся детали машины к другой. Валы несут на себе детали механизма и поэтому, в зависимости от конструкции, работают или *при совместном действии изгиба и кручения*, или *только при кручении*.

Достаточно часто используются *частные варианты валов*, выделенные в отдельные группы – *торсионные валы (торсионы)* и *оси*.

Торсионы передают только *вращающие моменты*.

Ось является деталью, предназначенной только для поддержания вращающихся частей, и в передаче энергии непосредственно не участвует. *Оси* работают только на *изгиб*, так как не передают вращающего момента. Наиболее широко распространены в технике *прямые валы и оси*.

Коленчатые валы (рис. 5.2.1) применяют в поршневых двигателях и компрессорах.

Гибкие валы выпускаются трех типов:

ВС (гибкие проволочные валы),

ВС-Б (гибкие проволочные валы с броней),

В (гибкие валы).

Такие валы обладают *высокой жесткостью при кручении* и *малой жесткостью при изгибе*.

Валы первых двух типов используются в силовых цепях передачи энергии, а валы последнего типа – в приводах управления, в приводах автомобильных приборов и т.п.

Гибкий вал (рис. 5.2.2) состоит из сердечника 1, вокруг которого попеременно крестовой свивкой навиты (по винтовой линии) несколько слоев круглой стальной проволоки 2.

Для предохранения вала от внешней среды, удержания смазки и безопасной эксплуатации вал размещен в защитной броне 3 (обычно металлическом рукаве). Концы брони припаивают к наконечникам вала 4, а сердечник присоединяют к жестким валам узлов 5, между которыми гибкий вал передает движение.

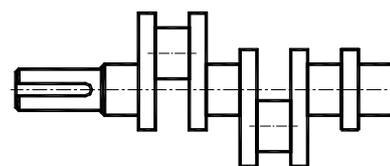


Рис. 5.2.1

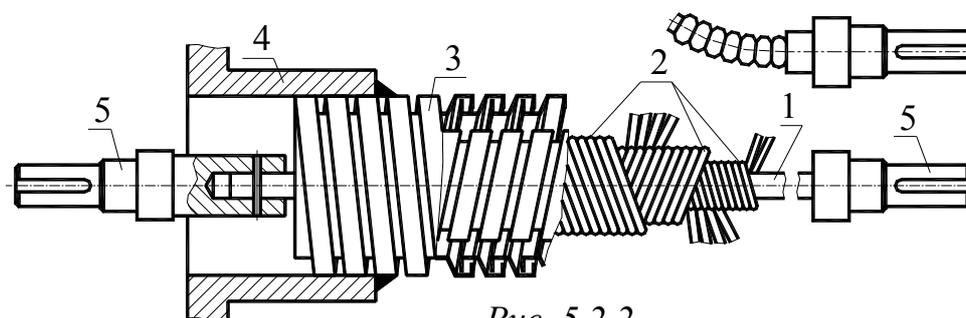


Рис. 5.2.2

Допустимый вращающий момент для каждого размера вала установлен стандартами. Он соответствует такому направлению вращения вала, при котором витки наружного слоя вала будут закручиваться и уплотнять внутренние слои проволоки.

Коленчатые, гибкие и торсионные валы относятся к деталям *специальных* машин и не являются предметом изучения данного курса.

Прямые валы и оси в большинстве случаев имеют круглое *сплошное* сечение. *Полые* валы и оси (рис. 5.2.3) применяют для облегчения конструкции, в тех случаях, когда через них проходят вдоль оси другие детали, для подачи масла, для расположения в полости вала деталей управления.

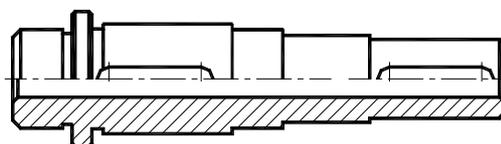


Рис. 5.2.3

Фиксирование насаженных деталей от относительного поворота осуществляют шпоночными, зубчатыми (шлицевыми) соединениями и соединениями с гарантированным натягом (рис. 5.2.4).

По условиям сборки на одном валу деталей с различными посадками и типами соединений, а также по требованиям к осевой фиксации деталей в большинстве случаев принимают *ступенчатую* конструкцию вала (рис. 5.2.3, 5.2.4). Такая форма вала удобна для монтажа

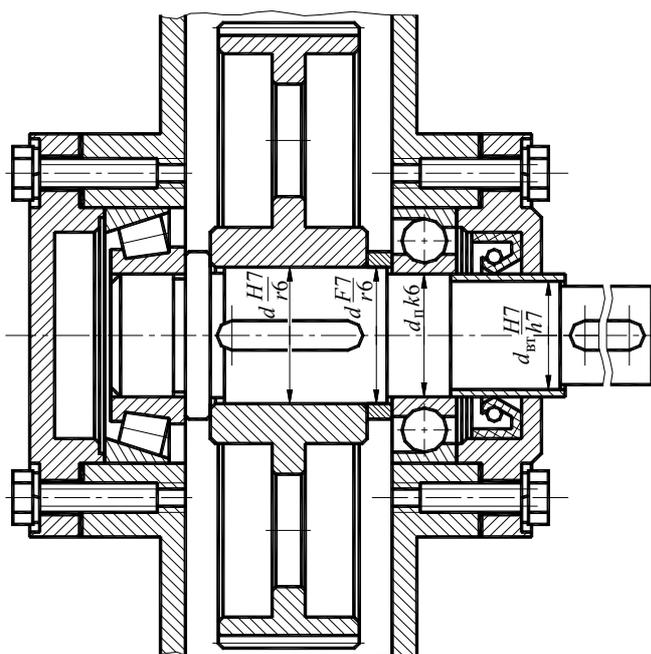


Рис. 5.2.4

на него вращающихся деталей, каждая из которых должна свободно проходить по валу до места своей посадки.

Диаметры посадочных участков выбирают на основании расчета на прочность и стандарта на предпочтительные размеры, а их длины определяют по размерам сопрягаемых деталей.

Торцы осей и валов и их ступеней выполняют с конусными *фасками* для облегчения посадки деталей и снятия заусенцев, являющихся источником травматизма при сборке конструкций (рис. 5.2.3, 4.3.4).

Для уменьшения концентрации напряжений в местах перехода от одного участка вала или оси к другому разность между диаметрами ступеней должна быть минимальной. Плавный переход от одной ступени к другой называется *галтелью* (рис. 5.2.5).

Для монтажа и демонтажа тяжелых деталей на концах валов и осей посадочные места часто выполняют *коническими* (рис. 5.2.6).

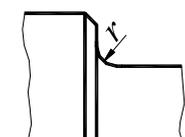


Рис. 5.2.5

Валы вращаются в *опорах*, в качестве которых служат *подшипники* качения или скольжения. На рис. 5.2.4 показаны варианты установки подшипников качения враспор радиально-упорных подшипников.

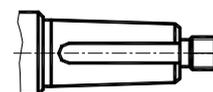


Рис. 5.2.6

Опорные части валов называют *цангами*, при этом *концевые цанфы* для подшипников скольжения называют *шпями*, а промежуточные – *шейками*. Концевые опорные поверхности валов, предназначенные для восприятия *осевых* нагрузок, называют *пятями*, а подшипники скольжения, в которых они размещаются, – *подпятниками*.

Цапфы осей и валов выполняют чаще всего *цилиндрическими*.

Конические цапфы применяют при осевом фиксировании валов и в точных механизмах, когда не допускается отклонение осей из-за износа опор.

Шаровые цапфы используют в тех случаях, когда необходимы угловые отклонения осей (рис. 5.2.7).

Цапфы валов и осей подвергают тщательной обработке. Для выхода шлифовального круга в местах перехода от меньшего диаметра цапфы к большему (рис. 5.2.8) выполняют кольцевые канавки, так как в противном случае часть поверхности цапфы окажется недошлифованной из-за скругленности краев шлифовального круга и посадка деталей подшипникового узла на цапфу будет затруднена.

При *небольшой* разнице диаметров зубчатого колеса и вала шестерню и вал выполняют как одно целое (рис. 5.2.9). В этом случае материал для изготовления *вала-шестерни* выбирают в соответствии с требованиями, предъявляемыми к материалу *шестерни*.

Шпоночные пазы, резьбы под установочные гайки, поперечные сквозные отверстия под штифты или отверстия под установочные винты, канавки, а также резкие изменения сечений вала вызывают концентрацию напряжений, уменьшающих его усталостную прочность. Поэтому, по возможности, следует избегать элементов, вызывающих концентрацию напряжений.

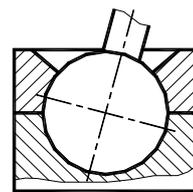


Рис. 5.2.7

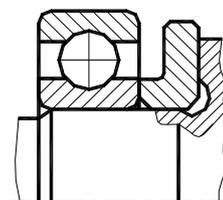


Рис. 5.2.8

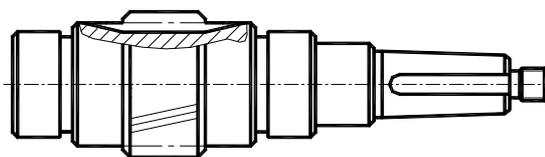


Рис. 5.2.9

3.3.2 Материалы валов и осей

Большинство валов и осей изготавливают из *углеродистых сталей* (марок 20, 30, 40, 45, 50) и *легированных сталей* (марок 20X, 40XН, 30ХГСА, 40ХН2МА, 18Х2Н4МА) и др.

Выбор материала определяется конструкцией вала или оси, требованиями к нему предъявляемыми условиями эксплуатации, необходимым сроком гарантии безотказной работы. Например, применение легированных сталей дает возможность при необходимости ограничить массу и габаритные размеры вала, повысить стойкость шлицевых соединений. Выбор материала вала-шестерни (или червяков) определяется требованиями к поверхностной твердости и выносливости при изгибе зубьев вала-шестерни (витков червяка).

Для улучшения механических характеристик валов и осей применяют различные виды термообработки, например, их цапфы подвергают закалке при нагреве током высокой частоты или цементации для повышения их износостойкости.

3.3.3 Критерии работоспособности валов и осей

Валы относятся к числу наиболее ответственных деталей машин. Чрезмерное нарушение формы вала из-за высокой радиальной податливости или колебаний, а в предельных случаях и разрушение вала, влечет за собой выход из строя всей конструкции.

Неподвижные оси при постоянных нагрузках и *тихоходные валы*, работающие в условиях *больших перегрузок*, рассчитывают на *статическую прочность*.

Валы быстроходных машин часто подвергаются *усталостному разрушению* и их необходимо рассчитывать на *усталостную прочность*. Характеристикой *усталостной* прочности является *коэффициент безопасности*.

Под действием приложенных сил у валов появляются деформации *изгиба* и *кручения*. Чрезмерный изгиб валов нарушает нормальную работу подшипниковых узлов, зубчатых зацеплений, фрикционных механизмов. Поэтому величина деформаций валов и осей ограничивается, а их *жесткость*, характеризуемая *допускаемым прогибом* в местах посадки деталей, а также *допускаемыми углами наклона* и *закручивания сечений*, является одним из основных *критериев работоспособности*.

3.3.4 Расчеты на прочность и конструирование валов

3.3.4.1 Общие сведения

Целью расчетов на *прочность* является определение основных размеров осей и валов, при которых обеспечивается их *статическая прочность* и *выносливость* (*усталостная прочность*).

Сложившаяся практика расчета и конструирования валов подразделяет эту процедуру на *три* этапа:

- ориентировочный расчет;
- конструирование вала;
- уточненный (поверочный) расчет.

Ориентировочный расчет вала выполняется с целью *предварительного* определения величины его минимально допускаемого диаметра.

На этапе *конструирования* разрабатывают конструкцию вала, обеспечивая условия технологичности изготовления и сборки. На этом этапе оп-

ределяют диаметры и осевые размеры выходного конца, посадочных мест под подшипники, зубчатые колеса и другие детали, монтируемые на вал.

Целью *уточненного (проверочного)* расчета вала является определение *напряжений* и *коэффициента безопасности* (при расчете на *статическую* прочность) или *коэффициента безопасности* (при расчете на *выносливость*) и сравнению полученных значений с допускаемыми.

3.3.4.2 Ориентировочный расчет вала

На этом этапе проектирования, геометрические параметры вала не определены, поэтому расчет ведется только по *касательным* напряжениям, возникающим при кручении. Из-за того, что *при ориентировочном расчете не учитывается влияние изгибающего момента, наличие ослабляющих факторов шпоночных канавок, колец, переходов* и т.д.), то на этом этапе значение допускаемого касательного напряжения $\tau_{кр}$ принимается *заниженным* по сравнению с допускаемыми касательными напряжениями $\tau_{кр}$ для конструкционных материалов, приводимыми в справочниках. Значения $\tau_{кр}$ при *ориентировочном* расчете для валов из среднеуглеродистых сталей принимаются в пределах от 20 Н/мм² до 30 Н/мм² в зависимости от материала вала и вида нагрузки.

Минимально допускаемый диаметр круглого сплошного вала d_{\min} без учета наличия шпоночных или шлицевых пазов определяют, основываясь на условии прочности на кручение по формуле (см. раздел 2.6.2):

$$d_{\min} \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{кр}}} \quad (5.2.1)$$

где T – максимальный крутящий момент на валу;

$\tau_{кр}$ – допускаемое касательное напряжение при *ориентировочном* расчете.

Для *консольных* участков *входных* или *выходных* валов (рис. 5.2.4) полученное значение d_{\min} следует округлить до ближайшего большего стандартного значения выходного участка вала (для *цилиндрических* – по ГОСТ 12080-75, для *конических* – по ГОСТ 12081-75).

3.3.4.3 Конструирование вала

3.3.4.3.1 Определение диаметров на различных участках вала

Исходя из величины d_{\min} , назначают диаметры промежуточных несопряженных участков вала, выбирают *номинальные* диаметры соединений.

Перепад *последовательных* ступеней диаметров d_i , и d_{i+1} валов, необходимый для свободной транспортировки деталей до мест их посадок с натягом, должен назначаться минимальным – (5-10)%, но *абсолютную* величину перепада не рекомендуется назначать более 10 мм.

Назначенные диаметры отдельных участков округляют до ближайшего значения по ГОСТ 6636-69 из ряда стандартных размеров.

Значение диаметра посадочной шейки подшипника качения округляют в большую сторону до значения диаметра внутреннего кольца выбранного подшипника.

Для *промежуточных* валов (рис. 5.2.10), *минимальным* диаметром, очевидно, является диаметр посадочной шейки подшипника. Поэтому для таких валов значение d_{\min} , полученное по формуле (5.2.1), округляют до *ближайшего большего* значения *внутреннего* диаметра подшипника.

Рекомендации для остальных диаметров остаются такими же, как и для выходных или входных валов.

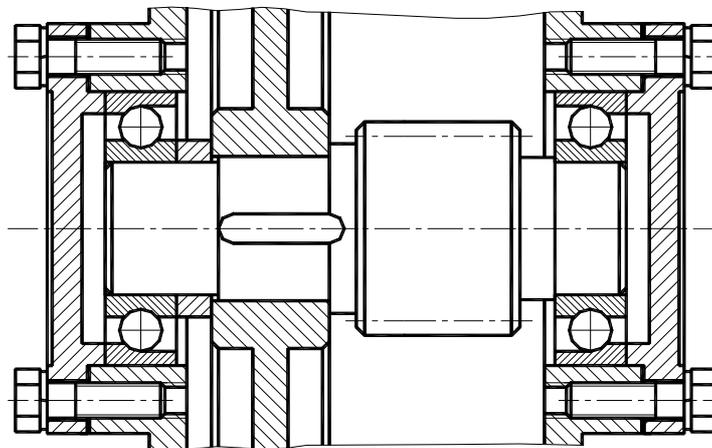


Рис. 5.2.10

3.2.2.4.3.2 Определение осевых размеров участков вала

Осевые размеры валов и осей выявляют в процессе *эскизной* компоновки редуктора в соответствии с рекомендациями к определению положения подшипников и ширины зубчатых венцов, определяемых при расчете передачи. Например, расстояние между опорами червячного колеса принимают равным $L = (0,50 - 0,75)d_2$ (где d_2 – делительный

диаметр червячного колеса), а расстояние между опорами консольной шестерни – $L = (3 - 4)B$, (где B – ширина подшипников качения).

Длина консольного участка вала должна быть согласована с длиной ступицы полумуфты, шкива или звездочки.

Длины консольных участков d_k входного или выходного валов должны быть приняты в зависимости от их диаметров:

для цилиндрических концов по ГОСТ 12080-75,

для конических – по ГОСТ 12081-75.

3.3.4.4 Уточненный (поверочный) расчет

3.3.4.4.1 Расчет валов на прочность и сопротивление усталости

3.3.4.4.1.1 Общие положения

Для выполнения расчетов валов и осей по основным критериям работоспособности необходимо в первую очередь установить величину, характер и место приложения действующих на них сил. Поэтому на основании конструктивных размеров вала, полученных в результате ориентировочного проектирования, составляют расчетную схему, упрощенно рассматривая вал, как балку на шарнирных опорах, роль которых выполняют подшипники.

Подшипники, одновременно воспринимающие осевые и радиальные нагрузки, заменяют шарнирно неподвижными опорами, а подшипники, воспринимающие только радиальные силы, – шарнирно подвижными опорами (рис. 5.2.11).

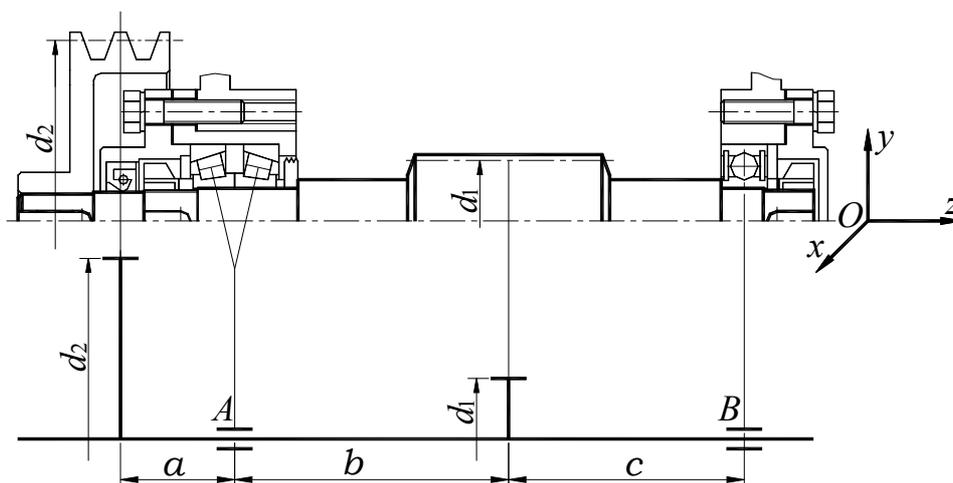


Рис. 5.2.11

Положение опоры определяют с учетом угла контакта подшипника качения. При угле контакта, равном нулю (для радиальных подшип-

ников) положение опоры принимают в середине ширины подшипника (рис. 5.2.11).

Нагрузки, передаваемые валу со стороны насаженных на него деталей в виде *распределенных* сил, действующих по ширине деталей, приводят к центру соединения в виде сосредоточенного крутящего момента T , осевой R_z радиальных R_x , R_y сил и моментов M_x , M_y , действующих в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 5.2.12).

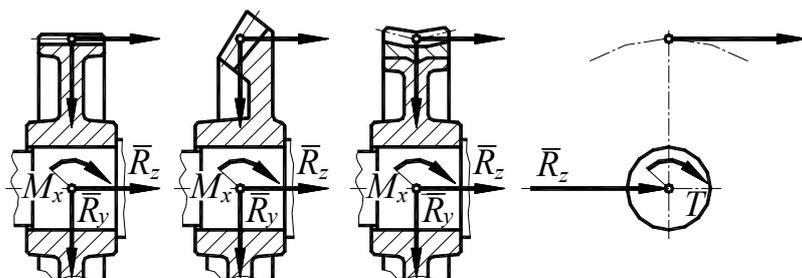


Рис. 5.2.12

Если нагрузки, действующие на вал и приведенные к оси вала, расположены в различных плоскостях, то их следует разложить на составляющие, лежащие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и в каждой из этих плоскостей определить опорные реакции и внутренние силы.

Силы, действующие на вал со стороны установленных на них деталей *передаточных*, определяют по методам, изложенным в разделе 4:

фрикционные передачи – раздел 4.3.2.3;

ременные передачи – раздел 4.3.3.10;

цилиндрические эвольвентные передачи – раздел 4.4.2.6.2.1;

конические эвольвентные прямозубые передачи – раздел 4.4.3.2.3.1;

червячные передачи – раздел 4.4.3.3.3;

цепные передачи – раздел 4.5.6.

При составлении расчетной схемы вес вала и деталей, расположенных на них, а также силы трения в опорах не учитывают.

Так же при расчетах на прочность вала *пренебрегают напряжениями*, возникающими от действия *растягивающих* или *сжимающих* и *перерезывающих* сил.

3.3.4.4.1.2 Определение нагрузок, действующих на вал

Для расчета вала на прочность необходимо определить величину *изгибающих* и *крутящих* моментов в различных сечениях вала, найдя при этом наиболее опасные из сечений, используя методики построения эпюр, изложенные в курсе по сопротивлению материалов. Построение

эпюры производится на основе *расчетной схемы*, изображенной, для лучшей наглядности, под эскизом чертежа вала (рис. 5.2.13).

Расчетная схема представляет собой ось вала, изображенную в виде прямой линии длиной, равной длине вала, к которой приложены *все* силы, действующие на вал (как *внешние*, так и *реактивные*) на тех же расстояниях друг от друга и от торцов оси, что и на валу, и на тех же расстояниях от оси, что и от оси вала. Следует иметь в виду, что *поперечные* силы (силы, нормальные к оси вала) можно, как скользящие вектора, привести к оси вала.

Методика определения *реакций* в опорах изложена в курсе по сопротивлению материалов.

При построении эпюр следует обратить внимание на следующее:

1. Уравнения моментов, необходимые при построении эпюры, составляются *относительно рассматриваемого сечения* на основании силовых факторов, действующих *по одну сторону* от данного сечения.

2. При наличии на валу сосредоточенных моментов (например, при действии осевых сил в зацеплении, приложенных на некотором расстоянии от продольной оси вала) появляется мгновенное изменение величину момента на величину сосредоточенного момента, так называемый *скачок*. Этот скачок может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака сосредоточенного момента.

3. *Эпюры изгибающих моментов* строятся в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. При определении величины полного изгибающего момента в каком-либо сечении, определяются их составляющие и суммируются по теореме Пифагора.

Следует иметь в виду, что в тех случаях, когда в рассматриваемом сечении эпюра располагается по *обе* стороны от нулевой линии, то в расчет принимается *большая* величина момента, отсчитанная *от кулевой линии* (рис. 5.2.13, 5.2.14).

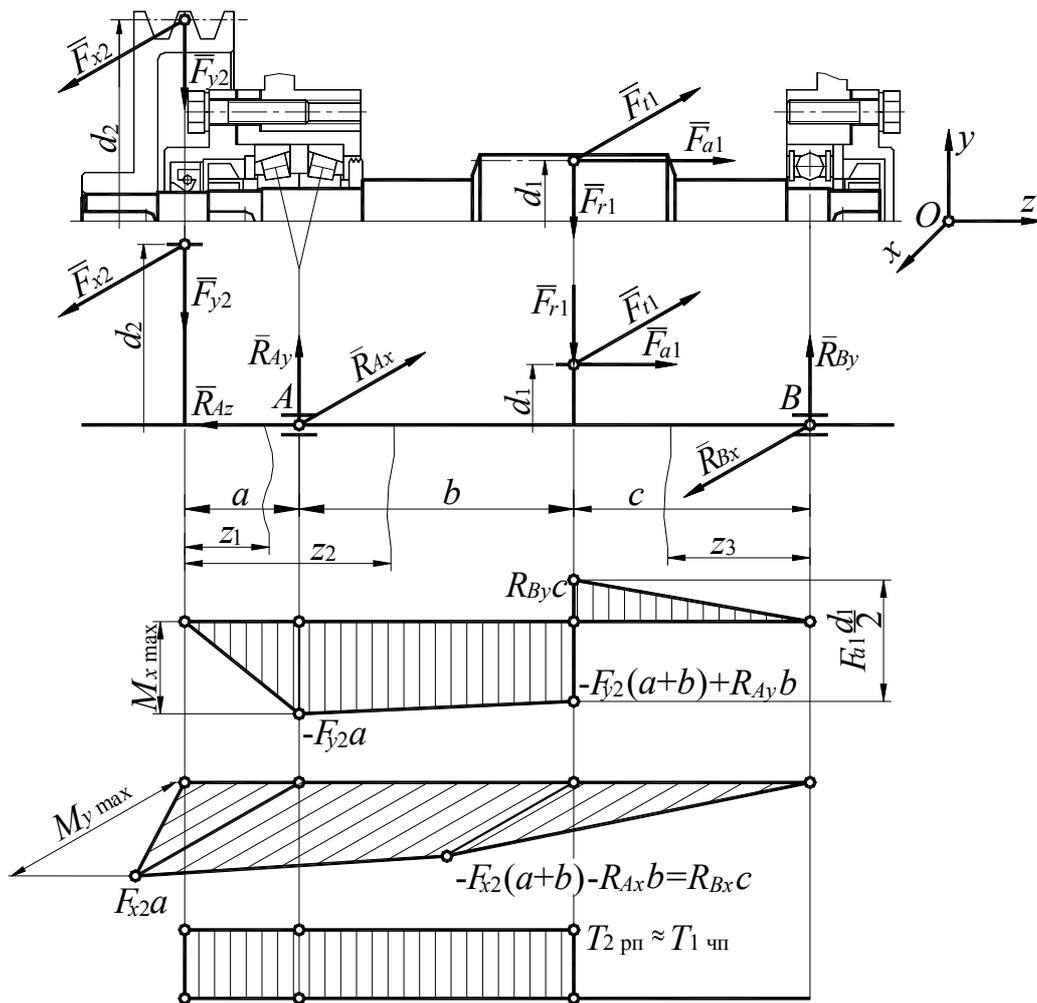


Рис. 5.2.13

4. Для *опасного* сечения (рис. 5.2.14) расчетное значение изгибающего момента равно (при использовании третьей теории прочности):

$$M = \sqrt{M_{x \max}^2 + M_{y \max}^2} \quad (5.2.2)$$

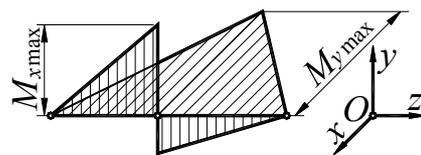


Рис. 5.2.14

Значение M , определенное по формуле (5.2.2), принимается положительным.

5. Для того чтобы значения M_x и M_y было удобно суммировать, их эпюры рекомендуется строить в одном масштабе.

3.3.4.4.1.3 Проверочный расчет вала по статической прочности

Расчет вала на *статическую* прочность сводится к определению *напряжений* и к определению *коэффициента безопасности* и сравнению полученных значений с допускаемыми.

Эквивалентные напряжения в *наиболее опасном сечении* вала, появляющиеся при совместном действии изгиба и кручения, наиболее часто определяют по *третьей* теории прочности.

При совместном действии *изгиба* и *кручения* на вал *круглого* сплошного поперечного сечения, условие прочности по третьей теории прочности (см. разделы 2.7.2.3 и 2.7.3.2) принимает вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M_{\text{и}}^2 + T^2}}{W} \leq \sigma_p. \quad (5.2.3)$$

Значение осевого момента инерции W для круглого сплошного сечения, входящего в формулу, равно:

$$W = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (5.2.4)$$

Величина действительного коэффициента безопасности S в этом случае определяется по формуле (2.7.62) и сравнивается с его допускаемым значением S_p в соответствии с условием:

$$S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} \geq S_p. \quad (5.2.5)$$

где $S_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{T}}}{\sigma}$ — коэффициент безопасности по нормальным напряжениям;

$S_{\tau} = \frac{\tau_{\text{T}}}{\tau}$ — коэффициент безопасности по касательным напряжениям.

$$\tau_{\text{T}} \approx 0,5\sigma_{\text{T}}.$$

3.3.4.4.1.4 Проверочный расчет вала по усталостной прочности

Проверочный расчет вала (или оси) на *усталостную* прочность учитывает все основные факторы, влияющие на усталостную прочность; характер напряжений, наличие концентраторов напряжений, абсолютные размеры вала (или оси), обработку поверхностей и прочностные характеристики материала, из которого изготовлен вал (или ось). Конструкция вала (или оси) должна быть полностью известна.

Переменные напряжения в валах появляются как от изменяющейся во времени, так и от постоянной внешней нагрузки. Постоянные по значению и направлению силы передач, например, вызывают во *вращающихся* валах циклические (переменные) напряжения изгиба, изменяющиеся по *симметричному* циклу.

Расчет на усталостную прочность заключается в определении величины действительных коэффициентов запаса усталостной прочно-

сти S для выбранных *опасных* сечений валов (или осей) и является поэтому проверочным и сравнению ее с допускаемой величиной S_p .

Допускаемый коэффициент безопасности S_p при расчете на *выносливость* может быть представлен в виде произведения трех составляющих:

$$S_p = S_{p1} S_{p2} S_{p3} \quad (5.2.6)$$

где S_{p1} – учитывает степень ответственности детали,

S_{p2} – учитывает точность расчетных нагрузок,

S_{p3} – учитывает надежность выбранного материала.

Величина коэффициента S_{p1} выбирается из диапазона 1,3-1,5, причем большие значения соответствуют большей ответственности детали с точки зрения последствий, вызванных поломкой детали.

Величина коэффициента S_{p2} принимается в пределах 1,1-1,5 и может быть меньшей или большей в зависимости от точности расчета нагрузок.

Величина коэффициента S_{p3} принимается равной 1,3 для деталей из проката или поковки и равной 1,5 для термообработанных деталей.

Условие усталостной прочности определяется уравнением (5.2.5), в котором коэффициенты безопасности S_σ и S_τ определяются по формулам (см. раздел 2.11.5):

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a K_\sigma}{\varepsilon_\sigma} + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (5.2.7)$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a K_\tau}{\varepsilon_\tau} + \psi_\tau \tau_m}, \quad (5.2.8)$$

где S_σ , S_τ – коэффициенты безопасности, соответственно, по нормальным и по касательным напряжениям;

σ_{-1} , τ_{-1} – пределов выносливости, соответственно, по нормальным и по касательным напряжениям;

σ_a , τ_a – амплитуда, соответственно, нормальных и касательных напряжений;

σ_m , τ_m – среднее напряжение цикла, соответственно, нормальных и касательных напряжений, Н/мм²;

ψ_σ , ψ_τ – коэффициенты, учитывающие влияние асимметрии цикла на прочность, соответственно, при изгибе и при кручении.