

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю

Декан МСФ

_____ Р.И. Дедюх

“ ____ ” _____ 2009 г.

В.Т. Горбенко, М.В. Горбенко

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
СЛОЖНЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы для
студентов всех специальностей дневного и заочного отделений

Издательство
Томского политехнического университета
Томск 2009

УДК 621.833.01(07)
ББК 34.445я7
Г673

Горбенко В.Т.

Г673 Кинематический анализ сложных зубчатых механизмов: Методические указания к выполнению лабораторной работы для студентов всех специальностей дневного и заочного отделений /В.Т. Горбенко, М.В. Горбенко. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 22 с.

УДК 621.833.01(07)
ББК 34.445я7

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретической и прикладной механики МСФ «20» ноября 2008 г.

Зав. кафедрой ТПМ
доц., канд. техн. наук

_____ *В.М. Замятин*

Председатель
учебно-методической комиссии

_____ *Н.А. Куприянов*

Рецензент
профессор, доктор технических наук
Ан И-Кан

© Горбенко В.Т., Горбенко М.В., 2009
© Томский политехнический университет, 2009
© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2009

1. Общие сведения о зубчатых механизмах

Зубчатые механизмы находят очень широкое применение во многих машинах и приборах для передачи вращательного движения (с изменением угловой скорости и крутящего момента) в широком диапазоне мощностей (до 100 тыс. кВт) и скоростей (до 200 м/с), а также для преобразования вращательного движения в поступательное или наоборот (реечные передачи). Они имеют высокий КПД (до 0,98-0,99 для одной пары колёс – ступени), надёжны в работе, просты в обслуживании, компактны.

Зубчатые механизмы относятся к механизмам с высшими кинематическими парами. Передача движения осуществляется **зацеплением**. Высшая кинематическая пара, образуемая последовательно взаимодействующими поверхностями зубьев называется **зубчатым зацеплением**.

Простейшим зубчатым механизмом является механизм, состоящий из пары зубчатых колёс и стойки. Меньшее из этих колёс (с меньшим числом зубьев) называется **шестерней**, большее – **колесом**. Механизмы с числом зубчатых колёс больше двух являются сложными.

В кинематическом отношении зубчатые передачи можно разделить на две группы: 1 – рядовые механизмы – механизмы, у которых оси вращения зубчатых колёс неподвижны; 2 – сателлитные механизмы – механизмы, у которых имеются зубчатые колёса с подвижными осями вращения. Если степень подвижности таких механизмов равна единице, они называются планетарными, а механизмы с двумя и более степенями подвижности – дифференциальными.

Основной задачей кинематического анализа зубчатых механизмов является определение угловых скоростей или частоты вращения звеньев механизма, частоты вращения звеньев механизма, направления вращения. Эта задача обычно решается через вычисление передаточных отношений.

Целью настоящей лабораторной работы является более глубокое усвоение теоретического материала и преобразование навыков в практическом его применении к решению конкретных инженерных задач, связанных с кинематическим исследованием зубчатых механизмов.

2. Передаточные отношения и их определение

Передаточное отношение является основным кинематическим параметром зубчатых механизмов. Согласно ГОСТ 16530-83 **передаточным отношением** называется отношение угловых скоростей звеньев (или частоты вращения), т. е.

$$i_{j,k} = \frac{\omega_j}{\omega_k} = \frac{n_j}{n_k}, \quad (1)$$

где i_{jk} – передаточное отношение от звена j к звену k ;

$\omega_j(n_j), \omega_k(n_k)$ – угловые скорости (частоты вращения) звеньев j, k .

В указанном выше ГОСТе есть такое примечание: «При отсутствии дополнительных указаний имеется в виду отношение угловой скорости ведущего к угловой скорости ведомого зубчатого колеса».

Передаточное отношение для двух зубчатых колёс с неподвижными осями можно выразить через диаметры (начальных или делительных окружностей) зубчатых колёс и числа зубьев (обратные отношения):

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2)$$

При параллельных осях вращения (плоские механизмы) для определения направления вращения зубчатых колёс передаточному отношению приписывают знак. Передаточное отношение считается положительным, если направления вращения колёс одинаковы (для зубчатой пары с внутренним зацеплением) и отрицательным, если направления вращения (угловых скоростей) противоположны (для зубчатой пары с внешним зацеплением – рис. 1а, б).

При пересекающихся или скрещающихся осях вращения (конические, винтовые, червячные передачи) передаточное отношение равно отношению модулей угловых скоростей.

По ГОСТ 16530-83 кроме термина «передаточное отношение» используется термин «передаточное число», под которым понимается отношение числа зубьев колеса к числу зубьев шестерни (зубчатого колеса с меньшим числом зубьев), т.е.

$$U_{1,2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

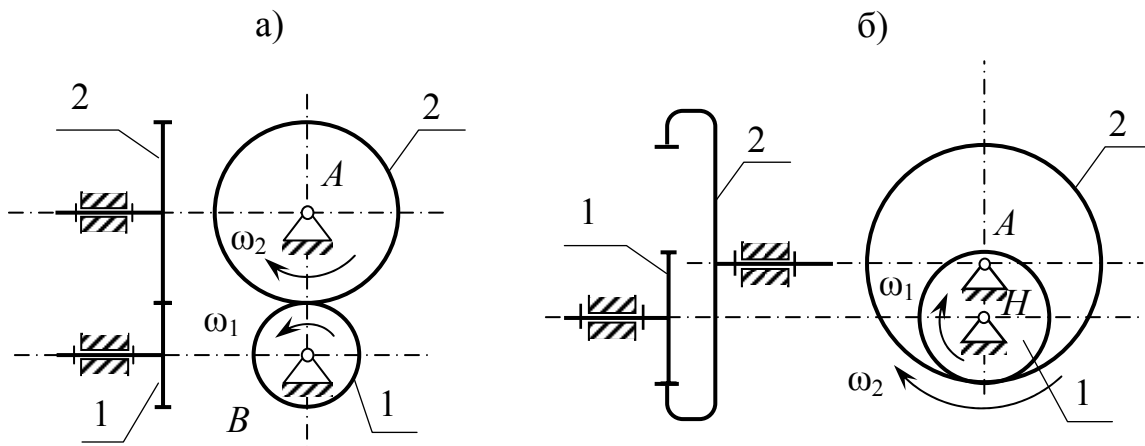


Рис. 1

Передаточное число $U > 1$ и не имеет знака. Оно может быть равным или обратным передаточному отношению.

Для круглых зубчатых колёс передаточное отношение постоянное. В приборостроении и в общем машиностроении также применяются зубчатые механизмы с переменным передаточным отношением, которое воспроизводится **некруглыми** зубчатыми колесами различного вида.

Зацепление одной пары зубчатых колес называется **ступенью** с передаточным отношением в пределах 6–8. Для обеспечения большего передаточного отношения применяются многоступенчатые зубчатые механизмы. Если угловая скорость ведомого звена меньше скорости угловой скорости ведущего звена ($i > 1$), то этот механизм является замедляющим или **редуктором**. В том случае, когда угловая скорость ведомого звена больше угловой скорости ведущего звена ($i < 1$) механизм является ускоряющим или **мультипликатором**. В машиностроении более широкое применение нашли замедляющие передачи (редукторы).

2.1. Передаточные отношения многоступенчатых рядовых механизмов

2.1.1. Механизм с параллельным соединением зубчатых колёс

На рис. 2 представлена схема трехступенчатого механизма с неподвижными осями. На промежуточных валах $O_2 - O_2$ и $O_3 - O_3$ жёстко насажены по два зубчатых колеса. Передаточное отношение механизма будет равно:

$$i_{1,4} = \frac{\omega_1}{\omega_4}. \quad (3)$$

Передаточное отношение каждой пары колёс (ступени):

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{2',3} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} = -\frac{z_2}{z_{2'}}; \quad i_{3',4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_{3'}}. \quad (4)$$

Перемножив полученные передаточные отношения (4), получим:

$$i_{1,2} \cdot i_{2',3} \cdot i_{3',4} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = -\frac{\omega_1}{\omega_4}.$$

Так как $\frac{\omega_1}{\omega_4} = i_{1,4}$, то

$$i_{1,4} = i_{1,2} \cdot i_{2',3} \cdot i_{3',4}. \quad (5)$$

Следовательно, передаточное отношение сложного зубчатого

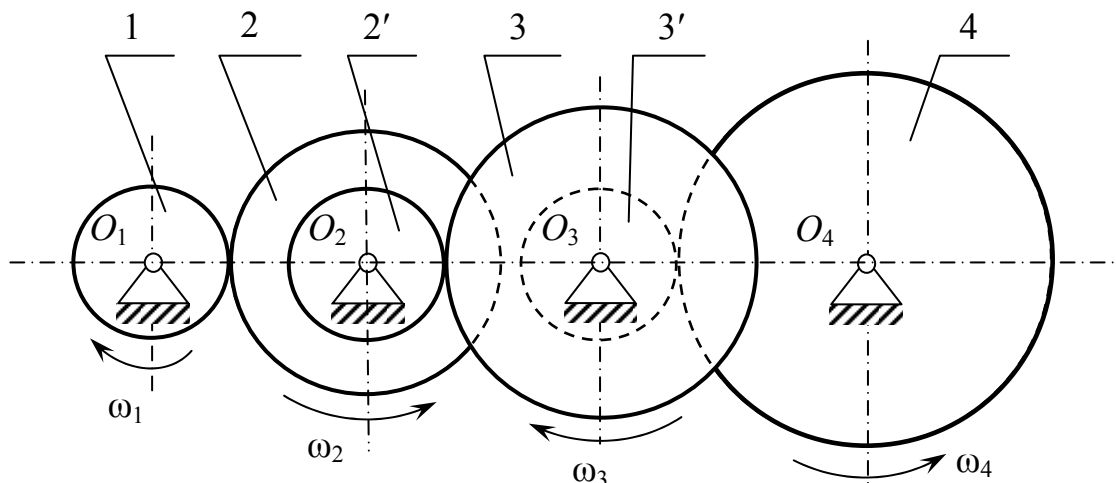


Рис. 2

механизма с неподвижными осями равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней.

Это уравнение справедливо для любых механизмов с неподвижными осями, которые могут содержать цилиндрические, конические зубчатые колёса, червячные, винтовые и другие передачи.

Для механизмов с параллельными осями при необходимости определения направления вращения валов передаточные отношения следует брать со своим знаком. Так как направления вращения изменяется при внешнем зацеплении (знак минус), то оно и будет изменяться столько раз, сколько кинематических пар с внешним зацеплением. Тогда формулу передаточного отношения сложного механизма можно представить в виде

$$i_{1,n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^m \cdot i_{1,2} \cdot i_{2',3} \cdot i_{3',4} \cdots i_{(k-1),k}, \quad (6)$$

где m – число пар с внешним зацеплением, k – число колёс.

Подставив значение передаточных отношений из формулы (4) в формулу (6), выразим общее передаточное отношение через числа зубьев. В данном механизме число пар с внешним зацеплением $m=3$, тогда

$$i_{1,4} = (-1)^m \cdot i_{1,2} \cdot i_{2',3} \cdot i_{3',4} = (-1)^3 \cdot \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3'} = -\frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3'}. \quad (7)$$

То есть общее передаточное отношение равно отношению произведения числа зубьев (диаметров) ведомых колёс к произведению числа зубьев (диаметров) ведущих колёс, взятых со своими знаками.

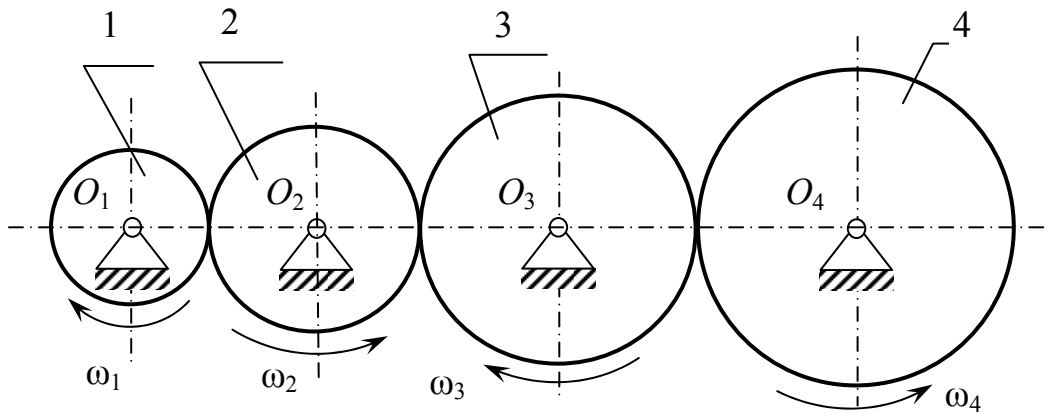


Рис. 3

2.1.2. Механизм с последовательным соединением зубчатых колёс

В таком механизме (рис. 3) каждое колесо имеет собственную ось вращения.

Общее передаточное отношение рассматриваемого механизма, состоящего из четырёх зубчатых колёс, или трёх ступеней ($m=3$) равно:

$$i_{1,4} = (-1)^m \cdot i_{1,2} \cdot i_{2,3} \cdot i_{3,4} = -\left(\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_4}{z_1} = -\frac{d_4}{d_1}. \quad (8)$$

Или в общем случае при k колёсах в механизме с последовательным соединением:

$$i_{1,k} = (-1)^m \cdot \frac{z_k}{z_1} = (-1)^m \cdot \frac{d_k}{d_1}. \quad (9)$$

Как следует из формулы (9), общее передаточное отношение рядового механизма определяется только размерами (числом зубьев или

диаметрами) ведущего и ведомого зубчатых колёс, называемых промежуточными (или паразитными). Следует отметить, что последнее определение необъективно, так как промежуточные колёса выполняют существенную роль, заключающуюся в том, что в передаче движения при большом межосевом расстоянии значительно уменьшаются габариты механизма, а также в обеспечении надлежащего направления вращения ведомого вала.

2.2. Эпициклические механизмы

К эпициклическим механизмам относятся дифференциальные и планетарные механизмы. На рисунке 4а показан один из типов дифференциального, а на рисунке 4б – планетарного механизмов. В этих механизмах звенья имеют названия: колёса 1, 3 – центральные (солнечные). Эти колёса имеют одну геометрическую ось $O-O$. Колесо 2 – сателлит (или планетарное). Эти колёса совершают сложное движение – вращаются вокруг собственной оси и относительно оси центральных колёс (движение планет в солнечной системе, откуда и названия механизмов). Звено H – водило – звено, несущее ось сателлита. На рисунке 5 приведены типовые схемы планетарных механизмов с цилиндрическими зубчатыми колёсами со сдвоенным сателлитом 2-2'.

Планетарные редукторы, применяемые в машиностроении, выполняют с числом сателлитов не менее двух. Это обеспечивает уравнивание сил инерции, возникающих вследствие того, что сателлиты и центр массы водила вращаются на определённом расстоянии относительно оси центральных колёс. Так как при этом увеличивается число пар зацепления, то при одних и тех же габаритах можно передать больший крутящий момент.

Планетарный редуктор, имеющий неподвижное колесо, превращается в дифференциал, если освободить неподвижное (центральное) колесо и сообщить ему вращение. Наоборот, любой дифференциал можно превратить в планетарный редуктор если закрепить одно (при $W=2$) или несколько (при $W>2$) из центральных колёс. Вследствие этого для планетарных и дифференциальных механизмов применяются одинаковые методы кинематического исследования. В подавляющем большинстве на практике применяют планетарные зубчатые механизмы с цилиндрическими колёсами. Механизмы с коническими зубчатыми колёсами используют главным образом в качестве дифференциальных механизмов.

Рассмотрим аналитический метод кинематического исследования дифференциальных и планетарных механизмов, предложенных Виллисом (Роберт Виллис – английский механик (1800–1875)), основанном на обращении движения. Сущность метода Виллиса состоит в том, что действительный механизм заменяется обращенным механизмом, у которого оси всех зубчатых колёс, в том числе и сателлитов, становятся неподвижными, и планетарный (или дифференциальный) механизм превращается в рядовой, передаточное отношение для которого определяется по формулам (5) – (9).

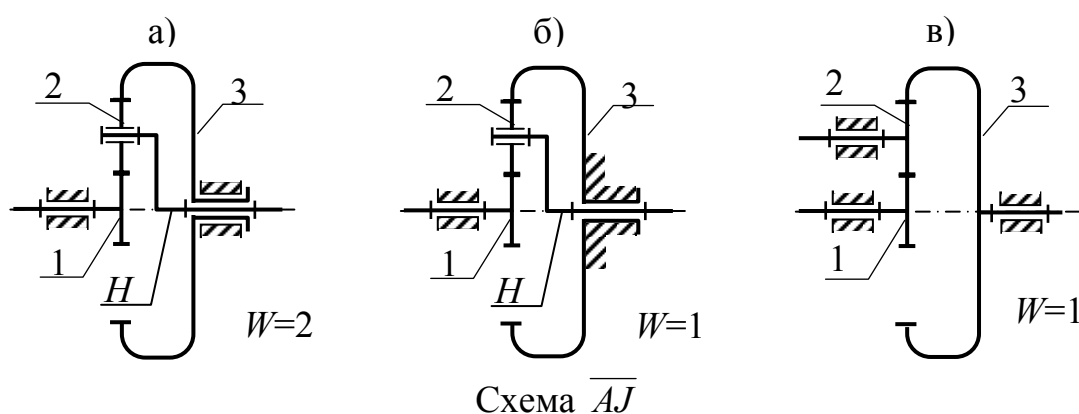
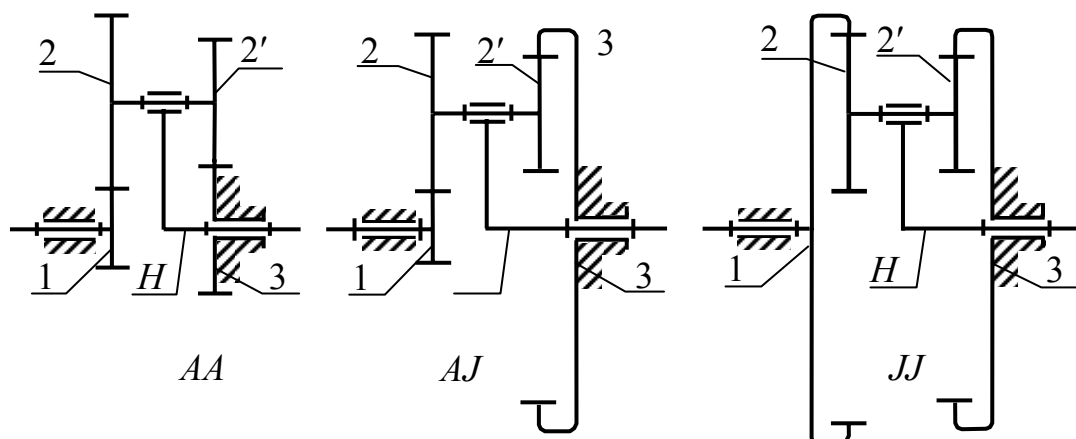


Рис. 4



В обозначениях схем: *A* - внешнее зацепление,
J - внутреннее зацепление

Рис. 5.

Применение этого метода покажем на примере дифференциального механизма, представленного на рисунке 4а, степень подвижности которого равна двум ($W=2$), все зубчатые колёса подвижные. Пусть все зубчатые колёса подвижные. Пусть все угловые скорости звеньев будут иметь значения: $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_H$. Зададим всей системе угловую

скорость. Равную и противоположную угловой скорости водила, т.е. $-\omega_H$. Тогда угловые скорости звеньев получают значения:

$$\begin{aligned}\omega_1^{(H)} &= \omega_1 - \omega_H; \\ \omega_2^{(H)} &= \omega_2 - \omega_H; \\ \omega_3^{(H)} &= \omega_3 - \omega_H; \\ \omega_H^{(H)} &= \omega_H - \omega_H = 0;\end{aligned}$$

Получим обращенный механизм и обозначение (H) означает, что водило H неподвижно. Передаточные отношения механизма такого отношения будут:

$$\begin{aligned}i_{1,2}^{(H)} &= \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_2^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}, \\ i_{2,3}^{(H)} &= \frac{\omega_2^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \\ i_{1,3}^{(H)} &= \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}.\end{aligned}\tag{10}$$

Здесь

$$\begin{aligned}i_{1,2}^{(H)} &= -\frac{z_2}{z_1}, \\ i_{2,3}^{(H)} &= \frac{z_3}{z_2}, \\ i_{1,3}^{(H)} &= i_{1,2}^{(H)} \cdot i_{2,3}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_3}{z_1}.\end{aligned}$$

Или в общем случае передаточное отношение от колеса j к колесу k при неподвижном водиле будет равно:

$$i_{j,k}^{(H)} = \frac{\omega_j^{(H)}}{\omega_k^{(H)}} = \frac{\omega_j - \omega_H}{\omega_k - \omega_H}.\tag{11}$$

Это универсальное уравнение Виллиса для эпициклических механизмов.

В планетарном механизме (рис. 4б) колесо 3 неподвижно, $\omega_3 = 0$, тогда используя одно из уравнений (10), получим:

$$i_{1,3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1,H}^{(3)},$$

где $i_{1,H}^{(3)}$ - передаточное отношение от колеса 1 к водилу H .

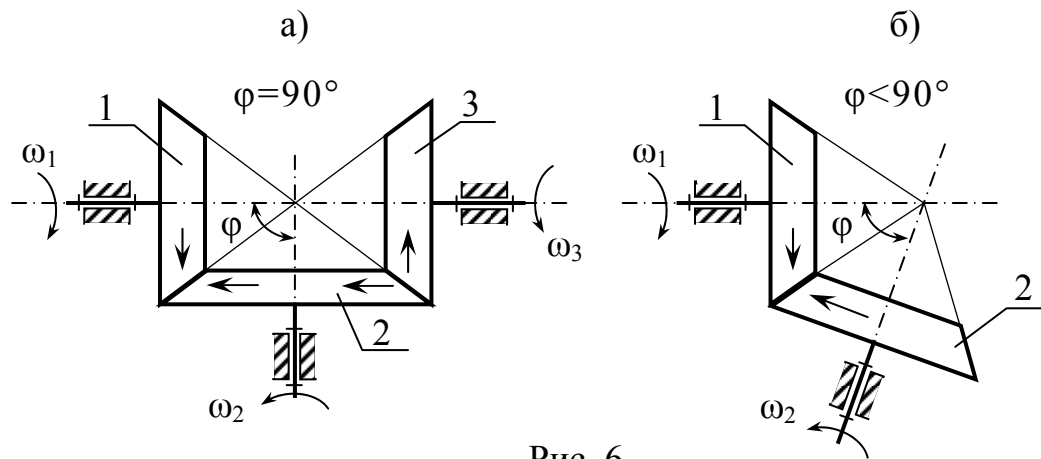


Рис. 6

$$i_{1,H}^{(3)} = 1 - i_{1,3}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (12)$$

В общем случае формула передаточного отношения в планетарном механизме от колеса j к водилу H будет:

$$i_{j,H}^{(k)} = 1 - i_{j,k}^{(H)}, \quad (13)$$

где k – неподвижное колесо,

$i_{j,k}^{(H)}$ – передаточное отношение от колеса j к колесу k при неподвижном водиле H (обращенный рядовой механизм).

Передаточное отношение от водила H к колесу j будет:

$$i_{H,j}^{(k)} = \frac{\omega_H}{\omega_j} = \frac{1}{i_{j,H}^{(k)}} = \frac{1}{1 - i_{j,k}^{(H)}}. \quad (14)$$

Для механизмов, показанных на рис. 5, ведущее звено – 1, ведомое – водило H , колесо 3 – неподвижное, тогда, согласно формуле (13) получим:

$$i_{1,H}^{(3)} = 1 - i_{1,3}^{(H)} = 1 - i_{1,2}^{(H)} \cdot i_{2,3}^{(H)} = 1 - \left(\mp \frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\pm \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 \pm \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2}. \quad (15)$$

Здесь (+) – для схемы AJ , (–) – для схем AA , JJ .

2.3. Передаточные отношения зубчатых механизмов с коническими зубчатыми колесами

Такие передачи применяются для передачи вращения в механизмах с перекрещивающимися валами (рис. 6).

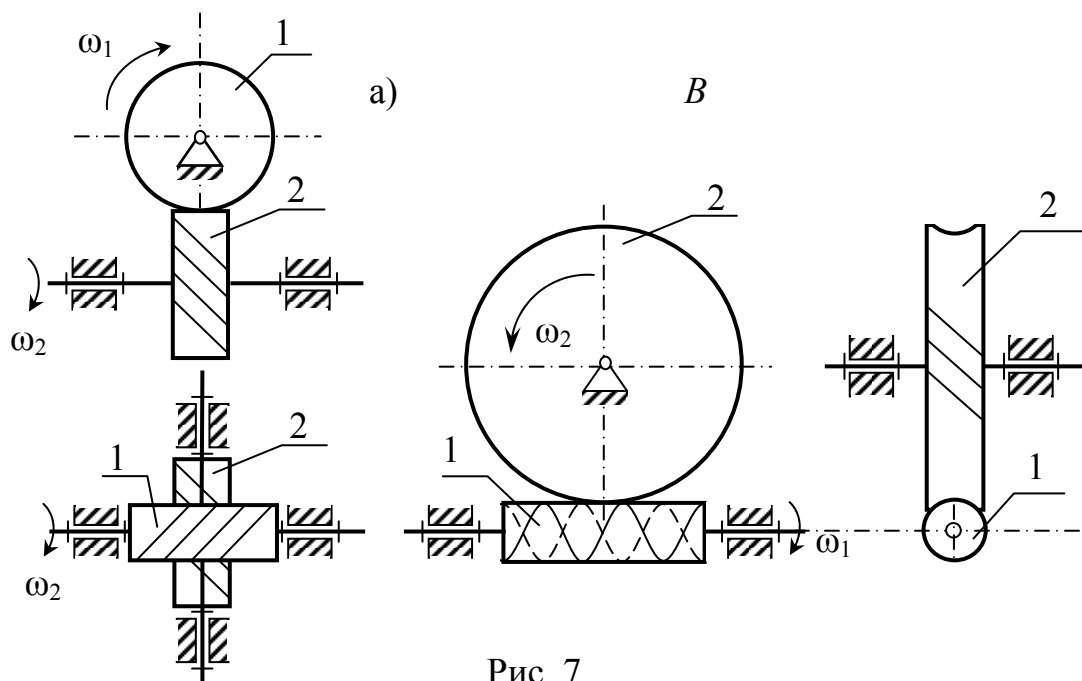


Рис. 7

Передаточное отношение таких механизмов определяется по тем же формулам, что и для цилиндрических колёс с параллельными осями, то есть через отношение чисел зубьев или диаметров (радиусов) зубчатых колёс.

Направления вращения определяется методом стрелок (рис. 6). Знак передаточного отношения вводится только для передач с параллельными осями. Так передаточное отношение на схеме (а) от первого колеса к третьему отрицательное.

2.4. Передаточное отношение для винтовых и червячных механизмов

Такие механизмы применяют для передачи вращения между перекрещивающимися валами. Чаще всего угол перекрещивания валов равен 90° (рис. 7а, б).

Передаточное отношение таких механизмов определяется также по уже знакомой формуле

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (16)$$

где z_1 – число зубьев ведущего винтового колеса 1, а для червяка – число заходов червяка (на рис. 7б показан двухзаходный червяк, т.е. $z_1=2$),

z_2 – число зубьев ведомого винтового колеса.

Заметим, что передаточное отношение червячной передачи, в отличие от цилиндрических или конических колёс, не равно отношению диаметров червячного колеса к диаметру червяка.

2.5. Передаточное отношение замкнутых дифференциальных механизмов

В технике находят применение сателлитные механизмы, состоящие из дифференциала с двумя степенями подвижности, между звеньями которого установлена промежуточная зубчатая передача, играющая роль замыкающего механизма. Эта передача накладывает дополнительное условие связи, и дифференциальный механизм превращается в сложный планетарный механизм с одной степенью подвижности. Такой механизм называется замкнутым дифференциальным механизмом.

В качестве примера на рис. 8 и 9 показаны два таких механизма. На рис. 8а ведущим звеном является звено 1, ведомым – водило H . Механизм состоит из дифференциала (рис. 8б), с колёсами 1, 2, 2', 3 и водилом H и замыкающего механизма (рис. 8в), с зубчатыми колёсами 3', 4 и 5. Найдём передаточное отношение $i_{1,H}$.

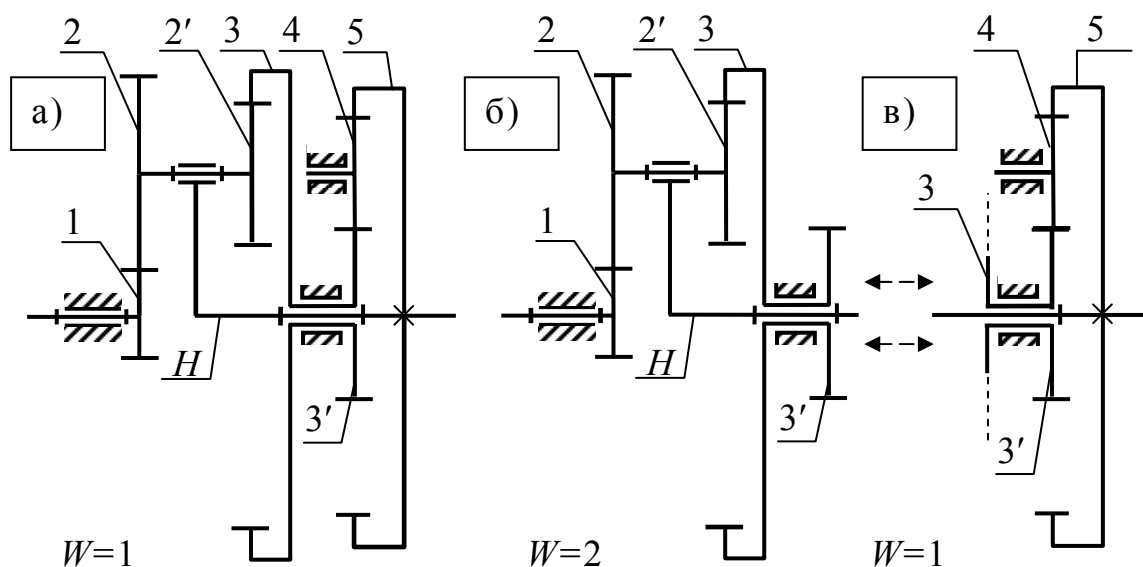


Рис. 8

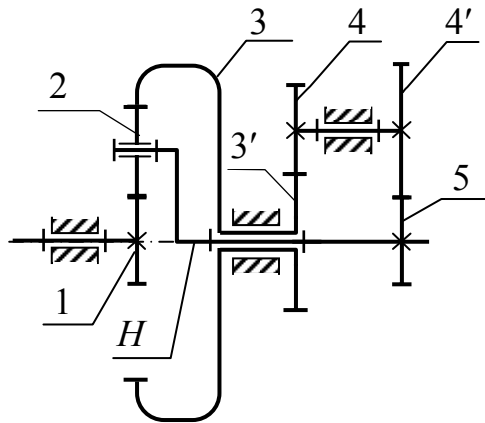


Рис. 9

Применив формулу Виллиса, имеем:

$$i_{1,3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}.$$

Разделив числитель и знаменатель на угловую скорость ведомого звена ω_H , получим:

$$i_{1,3}^{(H)} = \frac{\frac{\omega_1}{\omega_H} - 1}{\frac{\omega_3}{\omega_H} - 1}, \quad (17)$$

откуда получим

$$i_{1,H} = i_{1,3}^{(H)} \cdot (i_{3,H} - 1) + 1, \quad (18)$$

Здесь

$$i_{1,3}^{(H)} = i_{1,2}^{(H)} \cdot i_{2,3}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_{2'}} \right) = -\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}}, \quad (19)$$

$$i_{3,H} = i_{3,5} = i_{3',5} = i_{3',4} \cdot i_{4,5} = \left(-\frac{z_4}{z_{3'}} \right) \cdot \left(\frac{z_5}{z_4} \right) = -\frac{z_5}{z_{3'}}. \quad (20)$$

Подставив (19), (20) в формулу (18) получим:

$$i_{1,H} = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_5}{z_1 \cdot z_{2'} \cdot z_{3'}} + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}} + 1. \quad (21)$$

На рис. 9 представлен замкнутый дифференциальный механизм. Ведущее звено – 1, мощность снимается с вала блока колёс 4–4'. В данном случае колёса 1, 2 – сателлиты, 3 и водило H принадлежат

дифференциальному механизму, а колёса 3', 4, 4' – замыкающему элементу.

Найдём передаточное отношение механизма $i_{1,4'}$.

Согласно формуле Виллиса, напишем:

$$i_{1,3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad (22)$$

Разделим числитель и знаменатель на угловую скорость ведомого звена $\omega_{4'}$, получим

$$i_{1,3}^{(H)} = \frac{\frac{\omega_1}{\omega_{4'}} - \frac{\omega_H}{\omega_{4'}}}{\frac{\omega_3}{\omega_{4'}} - \frac{\omega_H}{\omega_{4'}}} = \frac{i_{1,4'} - i_{H,4'}}{i_{3,4'} - i_{H,4'}}. \quad (23)$$

Из этого уравнения получим

$$i_{1,4'} = i_{1,3}^{(H)}(i_{3,4'} - i_{H,4'}) + i_{H,4'}. \quad (24)$$

Здесь:
$$i_{1,3}^H = i_{1,2}^H \cdot i_{2,3}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(+\frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1};$$

$$i_{3,4'} = i_{3',4} = -\frac{z_4}{z_{3'}};$$

$$i_{H,4'} = i_{5,4'} = -\frac{z_{4'}}{z_5}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (24), получим

$$i_{1,4'} = -\frac{z_3}{z_1} \left(-\frac{z_4}{z_{3'}} - \frac{z_4}{z_{3'}} \right) - \frac{z_4}{z_5} = \frac{z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_{3'}} + \frac{z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_{3'}} - \frac{z_{4'}}{z_5}. \quad (25)$$

Передаточное отношение сложных зубчатых механизмов, состоящих из механизмов рядовых (с неподвижными осями) и планетарных определяется как *произведение* передаточных отношений рядовых и планетарных ступеней.

3. Порядок выполнения лабораторной работы

Работа, как правило, проводится на моделях зубчатых механизмов (в отдельных случаях – на схемах). Руководитель, представляя механизмы, указывает, какое звено (зубчатое колесо или водило) является ведущим; как соединяются механизмы; с какого звена снимается мощность (ведомое, или выходное, звено).

При выполнении работы необходимо:

1. Составить схему механизма.
2. Пронумеровать все зубчатые колеса, начиная с ведущего (1, 2, ..., H или H , 1, 2, ...). Если на одной оси закреплены два зубчатых колеса или блок шестерен, то они обозначаются одним и тем же номером, т.к. у них одинаковые угловые скорости, но более удаленное от ведущего дополнительно обозначается штрихом, например, 2 и 2' (рис. 2, 4, 8, 9).
3. Подсчитать числа зубьев на каждом колесе.
4. Дать характеристику данного сложного механизма (что представляет собой данный механизм, указать рядовые и планетарные ступени).
5. Определить степень подвижности механизма.
6. Написать формулу передаточного отношения всего механизма в общем виде.
7. Выразить частные передаточные отношения через числа зубьев и рассчитать их.
8. Выразить общее передаточное отношение через числа зубьев.
9. Определить частоту вращения каждого звена. Принять частоту вращения ведущего звена n_1 (n_H) равной 1000 или 1500 об/мин или (в отдельных случаях) по указанию преподавателя.
10. Определить передаточное отношение опытным путем. Для этого необходимо сосчитать число оборотов ведущего звена, соответствующее одному обороту ведомого звена. При больших значениях передаточного отношения проверку можно сделать для неполного оборота ведомого звена (1/2, 1/4 оборота).

В приложении приведен пример отчета по выполненной работе.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Томский политехнический университет

Кафедра теоретической
и прикладной механики

Лабораторная работа № _____

по дисциплине

Теория механизмов и машин

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
СЛОЖНОГО ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА

Группа _____

Факультет _____

Выполнил: студент Ф.И.О. _____

Томск 20...

Схема механизма

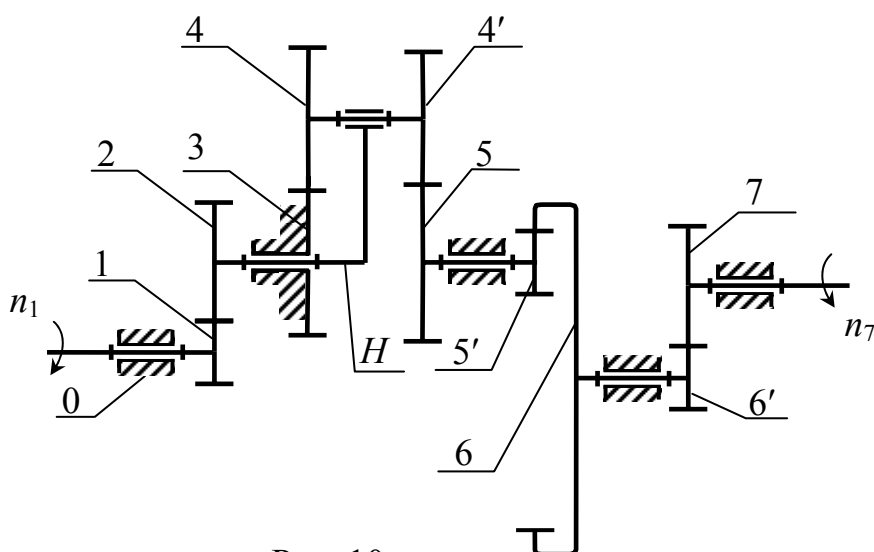


Рис. 10

Исходные данные:

Числа зубьев зубчатых колес:

$$\begin{array}{ccccc} z_1=20 & z_3=49 & z_{4'}=48 & z_{5'}=20 & z_{6'}=16 \\ z_2=40 & z_4=49 & z_5=50 & z_6=80 & z_7=32 \end{array}$$

Частота вращения ведущего звена $n_1=1000$ об/мин.

Степень подвижности определим по формуле П.Ф.Чебышева:

число подвижных звеньев $n=6$ (1, 2–H, 4–4', 5–5', 6–6', 7),

кинематических пар 5-го класса $p_5=6$ ($B_{0,1}, B_{2,0}, B_{4,0}, B_{5,0}, B_{6,0}, B_{7,0}$),

кинематических пар 4-го класса $p_4=5$ ($ВП_{1,2}, ВП_{3,4}, ВП_{4',0}, ВП_{5',6}, ВП_{6,7}$).

Подставив эти значения в формулу, получим

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 5 = 1.$$

Представленный сложный зубчатый механизм состоит из трех рядовых ступеней: пары зубчатых колес 1–2, 5'–6 и 6'–7, – и планетарного механизма – H, 3, 4, 4', 5 типа AA. Планетарный механизм имеет два внешних зацепления со сдвоенным сателлитом 4–4'. Ведущее звено – водило H. Ведомое колесо 5, центральное колесо 3 неподвижное. Рядовые ступени 1–2, 6'–7 с внешним зацеплением, 5'–6 с внутренним зацеплением. Мощность подводится к валу колеса 1 и снимается с вала колеса 7.

Передаточное отношение механизма определяется по формуле

$$i_{1,7} = i_{1,2} \cdot i_{H,5} \cdot i_{5',6} \cdot i_{6',7}.$$

Выразим частные передаточные отношения через числа зубьев:

$$i_{1,2} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2,$$

$$\begin{aligned}
i_{H,5} &= \frac{1}{i_{5,H}^3} = \frac{1}{1 - i_{5,3}^H} = \frac{1}{1 - i_{5,4'}^H \cdot i_{4,3}^H} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{z_{4'}}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_4}\right)} = \\
&= \frac{1}{1 - \frac{z_{4'} \cdot z_3}{z_5 \cdot z_4}} = \frac{1}{1 - \frac{48 \cdot 49}{50 \cdot 49}} = 25 \\
i_{5',6} &= \frac{z_6}{z_5} = \frac{80}{20} = 4, \\
i_{6',7} &= -\frac{z_7}{z_6'} = -\frac{32}{16} = -2.
\end{aligned}$$

Подставив в исходное уравнение, получим

$$i_{1,7} = i_{1,2} \cdot i_{H,5} \cdot i_{5',6} \cdot i_{6',7} = (-2) \cdot 25 \cdot 4 \cdot (-2) = 400.$$

Через числа зубьев общая формула передаточного отношения механизма примет вид

$$i_{1,7} = \frac{z_2 \cdot z_6 \cdot z_7}{z_1 \cdot z_5 \cdot z_6'} \left(\frac{z_5 \cdot z_4}{z_5' \cdot z_4 - z_{4'} \cdot z_3} \right).$$

Частоты вращения звеньев определяются, если записать передаточные отношения через частоты вращения звеньев:

$$i_{1,2} = \frac{n_1}{n_2},$$

тогда $n_2 = n_H = \frac{n_1}{i_{1,2}} = \frac{1000}{-2} = -500$ об/мин.

1.
$$i_{H,5} = \frac{n_H}{n_5},$$

тогда $n_5 = n_{5'} = \frac{n_H}{i_{H,5}} = \frac{-500}{25} = -20$ об/мин.

2. Частоту вращения сателлита 4–4' определим из формулы Виллиса:

$$i_{4,3}^{(H)} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_4 - n_H}{n_3 - n_H},$$

Здесь $n_3 = 0$ (колесо 3 неподвижно). $i_{4,3}^H = -\frac{z_3}{z_4}$.

Решая уравнение относительно n_4 , получим

$$n_4 = n_H \left(1 - i_{4,3}^H \right) = -500 \cdot \left(1 + \frac{49}{49} \right) = -1000 \text{ об/мин.}$$

С другой стороны

$$i_{4',5}^{(H)} = \frac{n_{4'} - n_H}{n_5 - n_H}.$$

Здесь $i_{4',5}^{(H)} = -\frac{z_5}{z_{4'}} = -\frac{50}{48}.$

Из уравнения найдем:

$$n_{4'} = i_{4',5}^{(H)}(n_5 - n_H) + n_H = -\frac{50}{48}(-20 + 500) - 500 = -1000 \text{ об/мин.}$$

Таким образом, получили, что $n_4 = n_{4'}$. Однако это очевидный факт, так как колеса 4 и 4' жестко насажены на один и тот же вал или конструктивно могут быть выполнены как блок шестерен. Такая проверка – определение частоты вращения блока сателлитов через два различных уравнения, – рекомендуется для того чтобы убедиться в правильности решения.

3. Частоту вращения звена 6-6' найдем из отношения

$$i_{5',6} = \frac{n_{5'}}{n_6}.$$

Отсюда $n_6 = n_{6'} = \frac{n_{5'}}{i_{5',6}} = \frac{-20}{4} = -5 \text{ об/мин.}$

4. Частоту вращения звена 7 (ведомый вал механизма) можно найти из отношений:

$$i_{6',7} = \frac{n_{6'}}{n_7},$$

отсюда $n_7 = \frac{n_{6'}}{i_{6',7}} = \frac{-5}{-2} = 2,5 \text{ об/мин,}$

или $i_{1,7} = \frac{n_1}{n_7},$

откуда $n_7 = \frac{n_1}{i_{1,7}} = \frac{1000}{400} = 2,5.$

Результаты определения частот вращения звеньев механизма сведены в таблицу.

Частота вращения звеньев механизма, об/мин

Звено	1	2-Н	3	4-4'	5-5'	6-6'	7
Частота вращения	1000	-500	0	-1000	-20	-5	2,5

Оглавление

1. Общие сведения о зубчатых механизмах	3
2. Передаточные отношения и их определение	4
2.1. Передаточные отношения многоступенчатых рядовых механизмов	5
2.1.1. Механизм с параллельным соединением зубчатых колёс	5
2.1.2. Механизм с последовательным соединением зубчатых колёс	7
2.2. Эпициклические механизмы	8
2.3. Передаточные отношения зубчатых механизмов с коническими зубчатыми колесами	11
2.4. Передаточное отношение для винтовых и червячных механизмов	12
2.5. Передаточное отношение замкнутых дифференциальных механизмов	13
3. Порядок выполнения лабораторной работы	16
Приложение	17

Учебное издание

ГОРБЕНКО Владимир Тимофеевич,
ГОРБЕНКО Михаил Владимирович

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Методические указания к выполнению лабораторной работы и
домашних заданий для студентов всех специальностей дневного и
заочного отделений

Подписано к печати 2009. Формат 60x84/16. Бумага
«Классика».


Печать Хероx. Усл. печ. л. 1,28. Уч.-изд. л. 1,16.

Заказ . Тираж 100 экз.



Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Томского политехнического университета
сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO
9001:2000



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ . 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

