МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

УТВЕРЖДАЮ
Директор ЮТИ ТПУ
________________Д.А. Чинахов
«30» июня 2020 г.

Л.Б. Гиль

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Математика 3.2» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело», направления 20.03.01 «Техносферная безопасность»
всех форм обучения

Издательство
Юргинский технологический институт (филиал)
Томского политехнического университета
2020

УДК 517.075

Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математика 3.2» специальности 21.05.04 «Горное дело», направления 20.03.01 «Техносферная безопасность» всех форм обучения / Сост. Л.Б. Гиль – Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиала) Томского политехнического университета, 2020. – 60 с.

Рецензент
кандидат физико-математических наук, доцент Э.Г. Соболева

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром ЮТИ ТПУ протокол №5 от « 30 » июня 2020 г.

Зам. начальника ОО
кандидат технических наук, доцент ____________ А.В. Проскоков

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей играет важную роль в выявлении количественных закономерностей и качественных утверждений в естественнонаучных и инженерно-технических исследованиях.

Широкое внедрение статистических методов в практику горного дела позволяет объективно судить о разведанности месторождений, находить зависимости между изучаемыми показателями, устанавливать эффективные методы анализа и обработки данных разведки недр. При решении таких задач, как определение ошибок подсчитываемых запасов полезного ископаемого, установление оптимальной сети разведочных выработок, оценка достоверности разрезов и планов, выбор методов анализа и учета систематических ошибок опробования, установление и оценка связей между показателями, всё чаще применяются методы теории вероятностей и математической статистики.

Теория вероятностей и математическая статистика занимают важную роль в снижении риска техногенных ЧС. Обеспечение безопасности населения и окружающей природной среды представляет собой весьма сложную техническую задачу, решение которой невозможно без совершенствования и углубления инженерной подготовки в области исследования надёжности, прогнозирования и обеспечения безопасности технических систем с использованием законов теории вероятностей и математической статистики.

Цель лабораторных работ − помочь студентам усвоить основы теории вероятностей и математической статистики, методы решения задач по теории вероятностей и математической статистике с использованием компьютерной программы Excel, которая входит в состав пакета Microsoft Office.

Лабораторная работа заключается в выполнении студентами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий, направленных на усвоение теоретических основ раздела «Теория вероятностей и математическая статистика», приобретение навыков и опыта творческой деятельности, овладение методами решения задач по теории вероятностей и математической статистике с использованием Excel.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

При выполнении лабораторной работы студент должен продемонстрировать:

- знание теоретического материала и умение использовать его для решения практических задач;
- умение работать с учебной и учебно-методической литературой в традиционной и электронной форме;
- познавательные способности, самостоятельность мышления, творческую активность;
- умения и навыки использования ЭВМ, методов и технологий;
- умение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм в ходе выполнения лабораторной работы.

Аттестация по лабораторной работе производится в виде её защиты на аудиторном занятии (смотри контрольные вопросы к каждой лабораторной работе).

Критерии оценивания лабораторной работы (Л/р)

<table>
<tr><td colspan="3">Критерии оценивания выполнение Л/Р (максимальный балл-2)</td></tr>
<tr><td></td><td>Содержание критерия</td><td>Баллы</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>Методы выполнения работы обоснованы</td><td rowspan="4">2</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Получен верный конечный результат</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Все промежуточные расчёты верные</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Л/р оформлена согласно требованиям (требования в описании каждой работы)</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнено хотя бы одно из условий 1-4</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнены любые два из условий 1-4</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнены любые три из условий 1-4</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнено ни одно из условий 1-4</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Критерии оценивания защиты Л/Р (максимальный балл-2)</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Знание формулировок понятий, используемых при выполнении Л/Р</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Умение применить знания при обосновании выбранного метода решения (умение пояснить решение задач)</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Свободная ориентировка в выполненных расчётах (легко исправляет вычислительные ошибки при указании на них)</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнено хотя бы одно из условий 5-7</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнены любые два из условий 5-7</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Не выполнено ни одно из условий 5-7</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ИТОГО</td><td>Максимальный балл за Л/Р</td><td>4</td></tr>
</table>

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ

1. *Цель работы* – научиться вычислять вероятности различных случайных событий.

2. Задачи:

– уметь вычислить вероятность случайного события по определению вероятности;
– уметь отличить перестановки, размещения и сочетания;
– уметь находить число перестановок, размещений, сочетаний средствами Excel;
– уметь применять основной закон комбинаторики;
– различать события совместные и несовместные;
– уметь найти для события противоположное ему событие;
– уметь построить полную группу событий решаемой задачи;
– различать выборки с возвращением и выборки без возвращения;
– различать зависимые и независимые события;
– приобрести навыки решения различных задач по определению вероятности случайных событий;
– уметь вычислить геометрическую вероятность случайного события;
– уметь решать задачи на применение правила произведения.

3. Общее описание задания

Работа посвящена изучению основных формул комбинаторики. В задачах рассматриваются выборки с возвращением и без возвращения. Вычисления вероятности событий проводятся по определению понятия вероятности. Нарабатываются навыки по определению совместности событий, их зависимости друг от друга, составлению полной группы событий, нахождению среди событий противоположных друг другу. Рассматривается понятие геометрической вероятности и методы вычисления её для различных геометрических объектов.

При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Выполнение одного варианта может делать бригада из двух человек. Расчёты должны быть проведены средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий.

4. Варианты задания

Номер варианта	Номер задачи									
1	1	4	9	8	12	17	23	27	29	30
2	2	6	7	11	15	19	21	24	26	28
3	3	10	12	13	14	18	20	22	25	29
4	4	5	16	20	21	23	24	27	28	30
5	5	6	9	10	11	13	16	19	23	25
6	6	8	12	14	15	17	18	22	24	28
7	1	3	7	14	15	16	18	20	23	25
8	2	4	8	10	12	14	22	24	28	30
9	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
10	6	8	10	14	16	18	25	26	27	28
11	2	5	11	13	17	20	23	25	26	27
12	3	10	12	17	18	19	22	24	27	29
13	4	9	13	16	19	20	21	23	25	26
14	6	11	14	15	17	18	19	22	24	28
15	7	12	15	16	18	20	21	27	29	30

Задачи.

1. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное число; б) случайно названное число, цифры которого различны.
2. Монета брошена три раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится изображение герба.
3. В коробке семь одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу извлекают все кубики по очереди. Найти вероятность того, что номера кубиков появятся в убывающем порядке.
4. В пачке 30 пронумерованных карточек. Наудачу взяли 3 карточки. Какова вероятность того, что взяли карточки с номерами 12, 24, 30?
5. Среди 25 участников розыгрыша лотереи находятся 10 девушек. Разыгрывается 5 призов. Вычислить вероятность того, что обладателями двух призов окажутся девушки.
6. В коробке 4 белых и 5 черных футболок. Наугад вытаскивают две футболки. Найти вероятность того, что одна из футболок белая, другая – черная.
7. В 30 экзаменационных билетах содержатся по три вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных им вопросов?
8. Из партии, состоящей из 20 плееров, для проверки произвольно отбирают три плеера. Партия содержит 2 плеера с дефектами. Какова вероятность того, что в число отобранных плееров попадут только два бракованных плеера?

9. Потребители сдали в ремонт 16 компьютеров. Из них 8 нуждаются в мелком ремонте. Мастер берет 6 компьютеров. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в мелком ремонте?
10. В туристической группе 14 женщин и 9 мужчин. Среди них разыгрываются 6 билетов на бесплатное посещение театра. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся три женщины и трое мужчин?
11. В ящике лежат 6 чёрных и 6 синих перчаток. Наудачу извлекли 7 перчаток. Какова вероятность того, что 3 из них синие, а 4 – чёрные?
12. В коробке 12 мячиков, из которых 3 красных, 5 зелёных и 4 жёлтых. Наудачу взяли 3 мячика. Какова вероятность того, что все три мячика разного цвета?
13. В партии из 12 шкафов при транспортировке 4 получили повреждение. Наудачу выбрано 6 шкафов. Вычислить вероятность того, что 2 шкафа из них имеют повреждения.
14. В клуб принесли в корзине 9 рыжих и 11 серых котят. Наугад вынимают двух котят. Какова вероятность того, что они разного цвета?
15. С блюда с 30 пирожками взяли наугад 3. Какова вероятность того, что хоть один пирожок окажется с грибами, если их на блюде лежало шесть.
16. Молодой человек забыл номер своего приятеля, но помнит из него первые 4 цифры. В телефонном номере 7 цифр. Какова вероятность, что молодой человек дозвонится до своего приятеля, если наберёт номер случайным образом?
17. Сейфовый замок имеет 4 диска с пятью секторами, на каждом из которых записана одна из цифр от 0 до 4 . Какова вероятность открыть замок сейфа, набрав 4 цифры наугад?
18. Владелец лотерейной карточки зачеркивает 6 номеров из 49. Какова вероятность того, что им будет угадано 5 номеров в очередном тираже?
19. В группе 16 юношей и 14 девушек. Выбирают делегацию из 5 человек. Какова вероятность того, что при случайном выборе в состав делегации попадут 3 девушки и два юноши?
20. В мешке лежат 25 красных, 19 синих и 16 зелёных шарфов, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 9 шарфов. Вычислить вероятность того, что взяли 4 красных, 3 синих и 2 зелёных шарфа.
21. Из полной колоды карт (52 карты) вынимаются наугад сразу три карты. Найти вероятность того, что этими картами будут: а) тройка, семёрка, дама; б) тройка, семёрка, туз; в) три туза?
22. Трёх стюардесс для рейса выбирают по жребию из 25 девушек, среди которых 5 блондинок, 15 шатенок и 5 брюнеток. Какова вероятность

того, что среди выбранных девушек все будут иметь разный цвет волос?

23. В ящике лежат 15 игрушек, среди которых 4 с дефектами. Найти вероятность того, что среди 7 наудачу вынутых игрушек одна окажется с дефектом.
24. Среди 17 желающих поехать на модный курорт 10 женщин. Определить вероятность того, что среди 12 случайным образом купивших путёвки оказались 7 женщин?
25. В непрозрачной шкатулке лежат 7 белых, 6 красных и 9 чёрных бусин. Мастерица берет 5 бусин наугад. Какова вероятность того, что среди них окажутся 2 чёрных и 1 красная бусины?
26. Из партии, состоящей из 22 пар ботинок, для проверки отбирают 6 пар. Партия содержит 3 бракованные пары. Какова вероятность того, что в число отобранных ботинок войдёт не более одной бракованной пары?
27. На прилавке лежат 15 дынь, среди которых 3 нестандартные. Найти вероятность того, что среди четырёх отобранных продавцом дынь будет хотя бы одна нестандартная?
28. Кодовый замок содержит 5 цифр, которыми могут быть числа от 0 до 9. Замок открывается при наборе только одной единственной комби Кодовый замок содержит 5 цифр, которыми могут быть числа от 0 до 9. Замок открывается при наборе только одной единственной комбинации из пяти цифр. Какова вероятность открыть этот замок, набрав случайным образом 5 цифр?
29. К празднику в фирме формируют наборы из 45 шейных платков, 30 булавок для галстука и 25 дезодорантов. Менеджеру нравится только по одному предмету из всего предложенного ассортимента - один платок, одна булавка и один дезодорант. Какова вероятность того, что случайным образом составленный набор будет содержать все три предмета, понравившиеся менеджеру?
30. Из 5 лётчиков, 7 штурманов и 5 стюардесс необходимо сформировать экипаж, в который должны войти 2 лётчика, 1 штурман и 3 стюардессы. Сколькими способами это можно сделать?

5. Требования к оформлению результатов

5.1. В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает номер лабораторной работы и номер своего варианта.

5.2. Затем записывается номер решаемой задачи, исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. (Полученный ответ **выделить**).

5.3. Формулы, по которым находится тот или иной результат программируются с указанием использованных для вычислений ячеек, в которых хранятся численные исходные данные задачи.
5.4. Результаты выполнения лабораторной работы сдаются преподавателю в аудитории.
5.5. Студент должен уметь ответить на контрольные вопросы преподавателя по теме лабораторной работы.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №1

1. Какие события называются случайными?
2. Как определяется классическая вероятность?
3. Какие события несовместны?
4. Какие события независимы?
5. Докажите, что если события A и B независимы, то события A и B также независимы.
6. Определите понятие "сочетание".
7. Что называется размещением?
8. Как вычислить число перестановок?
9. Запишите формулу произведения и приведите пример ее применения.
10. Дайте определение противоположного события и выведите формулу для его вероятности.
11. Укажите границы применения классической вероятности.
12. В каких пределах изменяется вероятность случайного события?
13. Дайте определение статистической вероятности и приведите примеры.
14. Дайте определение геометрической вероятности и укажите границы её применения.
15. Вероятность какого события равна нулю?
16. Как связаны числа сочетаний, размещений и перестановок?
17. Дайте определение и приведите пример событий, образующих полную группу.
18. Вероятность какого события равна единице?
19. В каких пределах изменяется вероятность случайного события?
20. Какие события называются совместными?
21. Что называется полной группой событий?
22. Чем отличаются противоположные события?
23. Как определить, являются ли данные события зависимыми?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА БАЙЕСА

1. *Цель работы* - научиться вычислять вероятность события при наличии множества гипотез его наступления и получать оценки вероятностей гипотез.

2. Задачи:

- уметь построить различные гипотезы наступления случайного события;
- уметь найти все возможные гипотезы, приводящие к наступлению события;
- выработать навыки применения формулы полной вероятности;
- выработать навыки применения формулы переоценки вероятности гипотез;
- уметь организовать вычислительный процесс средствами Excel.

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает знание необходимых по теме «Формула полной вероятности. Формула Байеса». При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта, используя формулу полной вероятности или формулу Бейеса. При этом важным моментом является построение алгоритма решения задачи, в котором следует учесть все возможные гипотезы развития событий, при которых может наступить рассматриваемое событие. При переоценке гипотезы следует понимать, что реальная вероятность гипотезы как правило отличается от предполагаемой на основе теории. Расчёты должны быть проведены средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий.

4. Варианты заданий

Один вариант содержит 10 задач на вычисление либо по формуле полной вероятности (3.1-3.30), либо по формуле Байеса(4.1-4.30).

Номер варианта	Номер задачи									
1	3.1	3.6	3.10	3.21	3.30	4.5	4.7	4.19	4.23	4.25
2	3.5	3.8	3.9	3.20	2.22	4.1	4.8	4.20	4.25	4.30
3	3.6	3.11	3.14	3.16	3.19	4.22	4.23	4.24	4.26	4.28
4	3.7	3.12	3.13	3.15	3.24	4.15	4.17	4.19	4.21	4.27
5	3.2	3.25	3.26	3.27	3.30	4.6	4.9	4.12	4.27	4.30
6	3.3	3.7	3.11	3.14	3.29	4.2	4.11	4.13	4.15	4.16
7	3.4	3.19	3.23	3.24	3.25	4.16	4.18	4.19	4.20	4.21

8	3.2	3.3	3.8	3.10	3.12	4.3	4.4	4.23	4.28	4.29
9	3.6	3.8	3.9	3.11	3.13	4.5	4.12	4.24	4.26	4.30
10	3.7	3.9	3.10	3.14	3.16	4.18	4.20	4.22	4.23	4.26
11	3.8	3.10	3.11	3.13	3.17	4.20	4.21	4.24	4.25	4.27
12	3.9	3.11	3.12	3.17	3.18	4.9	4.10	4.14	4.16	4.20
13	3.1	3.10	3.13	3.15	3.16	4.17	4.22	4.23	4.25	4.26
14	3.2	3.9	3.14	3.18	3.19	4.10	4.1	4.2	4.4	4.18
15	3.3	3.12	3.13	3.15	3.18	4.22	4.24	4.26	4.27	4.29

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Задачи.

3.1. Имеются два ящика. В первом ящике четыре белых и три чёрных шара, во втором – пять белых и семь чёрных шаров. Из первого и второго ящика перекладывают по одному шару в третий ящик. Наугад из третьего ящика, берут один шар. Какова вероятность того, что этот шар белый?

3.2. В группе из 25 стрелков имеются 5 отличных , 15 хороших и 5 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна – 0,95; для хорошего – 0,15; для посредственного – 0,5. Найти вероятность того, что при одном выстреле двух стрелков из группы цель будет поражена.

3.3. В партии стаканов 95 % отвечают стандарту. Контроль признаёт пригодным стандартный стакан с вероятностью 0,98 и нестандартный стакан с вероятностью 0,03. Определить вероятность того, что стакан, прошедший контроль, отвечает стандарту.

3.4. Имеются две партии стульев по 25 и 48 штук, причём в первой партии 2 стула ниже других, а во второй – четыре. Взяв из первой партии один стул, присоединили его ко второй партии. Покупатель купил стул из второй партии. Какова вероятность того, что он купил стандартный стул?

3.5. Устройства сигнализации производятся тремя фирмами. Устройства первой фирмы установлены на 43 % машин; устройства второй фирмы – на 28 %; устройства третьей фирмы – на 29 %. Надёжность устройства, изготовленного первой фирмой, равна 0,9; второй – 0,8; третьей – 0,85. Какова надёжность устройства, принадлежность которого неопределена.

3.6. Имеются две коробки с мячами для тенниса. В первой коробке 1 красных и 8 зелёных мячей; во второй – 9 красных и 11 зелёных. Из первой и второй коробок, не глядя, берут по одному мячу и кладут в третью коробку. Мячи в третьей коробке перемешивают и берут наугад один мяч. Определить вероятность того, что этот мяч зелёный.

3.7. На опытной станции имеется запас семян сосны, полученных из двух лесничеств. Среди них 30 % семян сосны заготовлены в первом лесничестве, а 70 % – во втором. Известно, что всхожесть семян из первого лесничества составляет 90 %, а семян из второго лесничества – 80 %. Определить вероятность того, что наугад посаженное семечко взойдёт.

3.8. По периметру охраняемого участка леса установлены четыре датчика различной конструкции, фиксирующих проникновение внутрь участка. Вероятность срабатывания датчиков равна 0,9; 0,8; 0,85; 0,75 соответственно. Исследователь включил наугад один из датчиков. Какова вероятность зафиксировать нарушение границы?

3.9. В ателье работают три портнихи. Первая выполняет 40 % всех заказов; вторая – 35 %, а третья – 25 %. При изготовлении костюмов процент брака у каждой из портних составляет 2, 3 и 5 % соответственно. Какова вероятность того, что случайно выбранный костюм будет иметь дефект?

3.10. В одной корзине лежат 25 красных и 35 желтых яблок, а во второй – 42 желтых и 37 красных яблок. Берут по два яблока из каждой корзины и перекладывают в третью, а затем, не глядя, берут одно яблоко из третьей корзины. Какова вероятность, что возьмут красное яблоко?

3.11. В одном мешке лежат 15 синих перчаток и 18 зелёных, а в другом 21 синяя перчатка и 17 зелёных. Наугад из одного из мешков вынимают две перчатки. Найти вероятность того, что вынут обе перчатки одного цвета.

3.12. На двух станках изготавливаются детали для стульев и складываются в общую тару. Вероятность получения детали нестандартного типа на первом станке равна 0,086, а на втором – 0,065. Производительность второго станка втрое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь нестандартная.

3.13. В первой группе спортсменов 7 мастеров спорта и 8 кандидатов в мастера, во второй группе 6 мастеров и 10 кандидатов, в третьей 5 мастеров и 11 кандидатов. Из каждой группы выбрали случайным образом по два спортсмена. Какова вероятность того, что в сформированной команде будет три мастера спорта и 3 кандидата?

3.14. На склад поступает продукция трёх фабрик. Причём продукция первой фабрики составляет 20 %; второй – 46 %; третьей – 34 %. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 1 %; для второй – 3 %, а для третьей – 1,5 %. Вычислите вероятность того, что наугад взятое изделие окажется стандартным.

3.15. Среди восьми винтовок пристрелянными оказываются только три. Вероятность попадания из пристрелянной винтовки равна 0,9, а из не- пристрелянной – 0,5. Выстрелом из одной наугад взятой винтовки цель поражена. Определить вероятность того, что взята пристрелянная винтовка.

3.16. В первом ящике 17 сосновых и 15 еловых шишек, а во втором – 20 сосновых и 19 еловых. Из первого ящика переложили две шишки во второй, а потом из второго ящика, достали одну шишку. Какова вероятность того, что эта шишка сосновая?

3.17. С первого склада на сборку поступает 35 % деталей; со второго – 22 %; с третьего – 25 %; с четвертого – 18 %. Вероятность получить с первого склада бракованную деталь равна 0,01; со второго – 0,003; с третьего 0,005; с четвертого – 0,001. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная.

3.18. В первом мешке лежат 55 зелёных и 61 красных яблок, во втором мешке – 61 красных и 44 зелёных яблок, в третьем мешке – 38 зелёных и 65 красных яблок. Из каждого мешка взяли по яблоку и положили в корзину, из которой затем берут одно яблоко. Какова вероятность, что яблоко окажется красным?

3.19. На экзамене студентам предлагается 40 билетов. Студент выучил только 21 билет. Каким по счету ему выгоднее зайти: первым, вторым или третьим?

3.20. При исследовании жирности молока лосих всё стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 10 %; во второй 23 % и в третьей 1 % всех лосих. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной лосихи, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы лосих соответственно равна 0,6; 0,35 и 0,1. Определить вероятность того, что для взятой наугад лосихи жирность молока составит не менее 4 %.

3.21. Имеется 5 ящиков с кружками. В первом, втором и третьем находится по 5 белых и 1 синих кружек, в четвертом и пятом ящиках по 6 белых и 6 синих кружек. Случайно выбирают ящик и из него извлекают кружки. Какова вероятность того, что извлеченная кружка будет синей?

3.22. Первой бригадой производится в четыре раза больше продукции, чем второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады 0,88; для второй – 0,93. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.

3.23. Для посева заготовлены семена 4 видов клёна. Причем, 22 % всех семян клёна 1-го вида; 33 % – 2-го вида; 32 % – 3-го вида; 13 % – 4-го вида. Вероятность всхожести для семян первого вида равна 0,69; для второго 0,14; для третьего – 0,43; для четвёртого – 0,38. Найти вероятность того, что наугад взятое семечко взойдёт.

3.24. В ящик, содержащий 6 одинаковых перчаток, брошена перчатка с дефектом, а затем извлечена одна перчатка. Найти вероятность того, что извлечена перчатка без дефекта, если равновероятны все возможные предположения о числе дефектных перчаток, первоначально находящихся в ящике.

3.25. Из полного набора 28 костей домино наугад извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую извлеченную кость можно приставить к первой.

3.26. В группе спортсменов 12 метателей снарядов, 17 бегунов и 19 прыгунов. Вероятность выполнить квалификационную норму для метателя снаряда равна 0,71; для бегуна – 0,89; для прыгуна – 0,73. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наугад, выполнит норму.

3.27. При попытке угона машины сигнализация первого вида подаёт сигнал тревоги с вероятностью 0,84, а сигнализация второго вида – с вероятностью 0,99. Вероятность того, что машина оборудована сигнализацией первого или второго вида соответственно равна 0,7 и 0,3. Какова вероятность подачи сигнала тревоги сигнализации на случайно выбранной машине?

3.28. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: P1 (практически не рискует), P2 (мало рискует), P3 (всегда рискует). Анализ застрахованных водителей предыдущих периодов показал, что 32 % водителей принадлежит классу P1; 48 % – классу P2 и 20 % – классу P3. Вероятность попасть в течение года в аварию для водителей класса P_1 равна 0,01; класса P_2 – 0,015; класса P_3 – 0,124. Какова вероятность того, что наугад выбранный водитель за год не попадёт в аварию?

3.29. В соревнованиях участвуют 7 спортсменов из Москвы, 9 из городов Поволжья, 13 из городов Сибири. Спортсмен из Москвы попадает в сборную с вероятностью 0,9; из Поволжья – с вероятностью 0,7; а из Сибири – 0,85. Какова вероятность попасть в сборную наугад выбранному спортсмену?

3.30. В собранной электрической цепи могут быть поставлены предохранители 3 типов. Вероятности постановки предохранителя первого, второго или третьего типов равны 0,19; 0,63 и 0,18 соответственно. Вероятности перегорания при перегрузке цепи для предохранителей первого, второго и третьего типов равны 0,89, 0,97 и 0,82 соответственно. Какова вероятность того, что предохранитель в цепи перегорит, если его тип неизвестен?

4.1. Браконьер, убегая от лесника, вышел на поляну, от которой в разные стороны идут пять дорог. Если браконьер пойдет по первой дороге, то вероятность его выхода из леса в течение часа составляет 0,1; если по второй – 0,4; если по третьей – 0,3; по четвёртой – 0,2; по пятой – 0,6. Какова вероятность того, что браконьер пошел по первой дороге, если он через час вышел из леса?

4.2. Вероятность попадания при каждом выстреле у трёх охотников равна, соответственно, 0,8; 0,6; 0,1. При одновременном выстреле всех трех охотников имелось одно попадание. Найти вероятность того, что попал первый стрелок.

4.3. Счётчик регистрирует частицы трёх типов: A, B и C. Вероятность появления этих частиц составляет 0,3; 0,6; 0,1 соответственно. Вместе с тем, счётчик улавливает частицы типа A с вероятностью 0,1; частицы типа B – 0,6; а частицы типа C – 0,9. Счётчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была : а) частица C; б) частица B.

4.4. Вероятность того, что клиент банка направится к первой кассе – 1/2; ко второй – 1/6; к третьей – 1/3. Вероятность того, что ему придётся стоять в очереди больше получаса в первую кассу составляет – 1/6; во вторую кассу – 1/10; в третью – 1/9. Клиент обратился в одну из касс и был обслужен в течение 20 минут. Определите вероятность того, что клиент был обслужен в первой кассе.

4.5. Соревнования на стрельбище происходят следующим образом. Один из трёх спортсменов вызывается на линию огня и производит два выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле для первого стрелка равна 0,2; для второго – 0,4; для третьего – 0,1. Мишень не была поражена стрелком. Какова вероятность того, что на линию огня вызывался: а) второй стрелок? б) третий стрелок?

4.6. Для сдачи экзамена по правилам дорожного движения слушателям нужно было выучить 45 билетов. Из 30 слушателей 15 выучили все билеты; 8 – 30 билетов; 6 – 20 билетов и 1 – 10 билетов. Слушатель сдал экзамен. Найти вероятность того, что он знал всего 20 билетов.

4.7. Среди абитуриентов, подавших документы в приёмную комиссию, 60 проц. закончили обучение в текущем году, 30 проц. – не более трёх лет назад и 10 проц. более трёх лет назад. Вероятность поступления из этих групп абитуриентов равна 0,88, 0,13 и 0,45 соответственно. Найти вероятность того, что успешно сдавший экзамены абитуриент закончил обучение более трёх лет назад.

4.8. В лесхозе 50 % посадок составляет сосна; 40 % береза и 10 % ель. Вероятность поражения грибковыми заболеваниями для этих деревьев составляет 0,3; 0,6 и 0,8 соответственно. При санитарном осмотре было выбраковано дерево. Какова вероятность того, что это дерево ель?

4.9. На склад поступает продукция трёх фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 26 %; второй – 40 %; третьей – 34 %. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 1 %; для второй – 3 %; а для третьей – 1,5 %. Вычислите вероятность того, что наугад взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

4.10. В гимназии 67 проц. учащихся девочки. 89 проц. девочек и 78 проц. мальчиков имеют билеты в театр. В учительскую принесли кем-то потерянный билет. Какова вероятность того, что билет принадлежит девочке?

4.11. В кафе посетителей обслуживают три официантки. Первая обслуживает 40 % столиков, вторая – 35 % столиков и третья – 25 % столиков. Вероятность ожидания клиентами каждой из них более 5 минут составляет 0,4; 0,35 и 0,2 соответственно. Какова вероятность того, что клиенты были обслужены второй официанткой, если они ждали официантку 2 минуты.

4.12. В первом ящике 22 сосновых и 15 еловых шишек, а во втором – 20 сосновых и 25 еловых. Из первого ящика переложили две шишки во второй, а потом из второго ящика достали одну шишку. Какова вероятность того, что эта шишка из первого ящика, если она еловая?

4.13. В группе из 30 стрелков 7 отличных, 11 хороших, 10 посредственных и 2 плохих. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,98; хороший – с вероятностью 0,9; посредственный с вероятностью 0,75; а плохой – с вероятностью 0,4. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды; отмечены одно попадание и один промах. Каким стрелком вероятнее всего были произведены выстрелы?

4.14. Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания у первого охотника равна 0,8, а у второго – 0,6. В результате трёх залпов оказалось 5 попаданий. Какова вероятность того, что промахнулся первый охотник?

4.15. В цеху изготавливается 40 % овощных соков и 60 % фруктово-ягодных. В среднем 9 пакетов овощных соков из 1 000 оказываются с недоливом, а среди 500 пакетов фруктово-ягодных соков недолив встречается в 2 пакетах. Случайно выбранный пакет с соком оказался неполным. Найти вероятность того, что это пакет с овощным соком.

4.16. При исследовании жирности молока лосих всё стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 50 %; во второй 33 % и в третьей 17 % всех лосих. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной лосихи, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы лосих соответственно равна 0,7; 0,45 и 0,2. Взятая наугад лосиха даёт молоко жирностью 4%. Найти вероятность того, что эта лосиха из первой группы.

4.17. Имеется 5 ящиков с кружками. В первом, втором и третьем находится по 6 белых и 8 синих кружек, в четвёртом и пятом ящиках по 4 белых и 6 синих кружек. Случайно выбирается ящик, и из него извлекается кружка. Какова вероятность того, что был выбран четвёртый или пятый ящик, если извлеченная кружка оказалась белой?

4.18. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине равна 0,3; во втором 0,4; в третьем – 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купил товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.

4.19. Первая бригада производит в четыре раза больше продукции, чем вторая. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады 0,88; для второй – 0,93. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность того, что она сделана первой бригадой?

4.20. Для посева заготовлены семена 4 видов клёна. Причем, 25 % всех семян клёна 1-го вида; 36 % – 2-го вида; 28 % – 3-го вида; 11 % – 4-го вида. Вероятность всхожести для семян первого вида равна 0,61, для второго –54; для третьего – 0,33; для четвертого – 0,47. Найти вероятность того, что взошедшее семечко принадлежит к клёнам: а) третьего вида; б) второго вида; в) первого вида.

4.21. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: P_1 (практически не рискует), P_2 (мало рискует), P_3 (всегда рискует). Анализ застрахованных водителей предыдущих периодов показал, что 24 % водителей принадлежит классу P_1; 48 % – классу P_2 и 28 % – классу Р3. Вероятность попасть в течение года в аварию для водителей класса P_1 равна 0,01; класса P_2 – 0,015; класса P_3 – 0,024. Какова вероятность того, что водитель, ни разу не попавший за год в аварию, из класса Р1?

4.22. В собранной электрической цепи могут быть поставлены предохранители 3 типов. Вероятности постановки предохранителя первого, второго или третьего типов равны 0,17; 0,62 и 0,21. Вероятности перегорания при перегрузке цепи для предохранителей первого, второго и третьего типов равны 0,98; 0,87 и 0,84 соответственно. Какова вероятность того, что поставлен предохранитель первого или второго типа, если предохранитель перегорел?

4.23. На мебельной фабрике выпускаются столы: 24 % – "под орех"; 37 % – "под сосну"; 39 % – "под дуб". При этом в течение месяца продается 99 % выпускаемых столов "под орех"; 95 % – "под сосну"; 90 % –"под дуб". Какова вероятность того, что проданный сегодня утром стол имеет окраску "под орех"?

4.24. На деревообрабатывающем предприятии выпускают фанеру трех типов, причем типа А – 21 % от общего количества; типа В – 45 %; типа С38 %. За день распродано 98 % фанеры типа А; 90 % фанеры типа В и 80 % фанеры типа С. Какова вероятность того, что последняя продажа дня пришлась на фанеру типа А?

4.25. При окраске изделий фабрики в 30 случаях из 100 используется синяя краска, в 15 красная, в 23 зелёная и в 33 белая. Среди изделий, окрашенных цветными красками, вероятность некачественной окраски составляет 0,04, а среди тех, что окрашены белой краской, – 0,06. Случайно проверенное изделие оказалось с дефектом окраски. Какова вероятность того, что это изделие: а) зелёное? б) синее? в) белое?

4.26. Три пассажира вышли из вагона метро на станции "Киевская". Вероятности того, что они сделают пересадку, равны 0,89; 0,13 и 0,92, соответственно, для перового, второго и третьего пассажиров. Двое из пассажиров вышли к Киевскому вокзалу. Найти вероятность того, что среди них был второй пассажир.

4.27. Для контроля влажности воздуха в музее установлены четыре датчика. Вероятности ошибки в их показаниях равны 0,01 для первого, 0,13 для второго, 0,011 для третьего и 0,009 для четвертого. Контролёр наугад снимает показания с одного из датчиков и записывает его показания в контрольный журнал. Какова вероятность того, что были сняты показания со второго датчика, если они оказались ошибочными?

4.28. На одной яблоне привиты три сорта яблок, а на второй два из них. В этом году с первой яблони собрали 30 яблок сорта анис, 42 яблока сорта грушовка и 32 яблока сорта пепин шафранный, а со второй яблони – 43 яблока сорта анис и 54 яблока сорта пепин шафранный. Хозяин угостил мальчика яблоком сорта пепин шафранный. Какова вероятность того, что это яблоко росло на второй яблоне?

4.29. Хоккейная команда собрана из представителей клубов трёх областей: 30 % ее состава из Псковской области, 33 % из Новгородской и 41 % из Ленинградской. В нападении играет 30 % игроков из Ленинградской области и 28 % из Новгородской. В игре тренер выпускает на замену нападающего. Какова вероятность того, что он из Псковской области?

4.30. Туристы могут пообедать в трёх ресторанах города. Вероятность того, что они направятся к первому ресторану – 1/3; ко второму – 1/5; к третьему –1/15. Вероятность того, что эти рестораны уже закрыты на обслуживание какой-то другой группы туристов, для первого ресторана равна 0,5; для второго – 0,121; для третьего – 0,333. Туристы пообедали в том ресторане, куда они пришли. Какова вероятность того, что это был второй ресторан?

Контрольные вопросы к лабораторной работе №2

1. Что называется полной группой событий?
2. Какие события называются совместными?
3. Для чего применяется формула полной вероятности?
4. Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность вытащить неизвестный билет будет для него наименьшей: когда он берёт билет первым или последним?
5. Как записывается формула полной вероятности?
6. Что такое гипотеза в формуле полной вероятности?
7. Для каких событий справедлива формула полной вероятности?
8. Какие ограничения накладываются на гипотезы в формуле полной вероятности?
9. Что называется гипотезой?
10. При каких условиях применяется теорема гипотез?
11. Что позволяет оценивать формула Байеса?
12. Запишите формулу Байеса.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ПОВТОРНЫЕ НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ

1. *Цель работы* – научиться находить наивероятнейшие события и вероятность появления события в повторных независимых испытаниях.

2. Задачи:

– вычислять по формуле Бернулли средствами Excel вероятности появления события заданное число раз;
– уметь пользоваться локальной теоремой Лапласа;
– уметь пользоваться интегральной теоремой Лапласа;
– уметь использовать аппарат функций Excel для вычислений вероятностей по локальной и интегральной теоремам Лапласа;
– уметь вычислить наивероятнейшее число событий;
– находить вероятность появления наивероятнейшего числа событий.

3. Описание задания

Лабораторная работа посвящена повторным независимым испытаниям и предполагает знание необходимых определений понятий и теорем по теме «Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теоремы Лапласа». В ходе выполнения работы нарабатываются навыки использования в качестве справочных таблиц для вычисления функций средств Excel, размещённых в разделе «Статистические функции». Кроме того, рассматривается задача прогнозирования наиболее вероятного числа появления событий в ходе многократного повторения заданной вероятности его появления в одном опыте. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта.

Расчёты, проведенные по локальной и интегральной теоремам Лапласа, следует провести двумя способами: с использованием таблиц локальной и интегральной функций Лапласа и средствами Excel. Полученные результаты должны быть сопоставлены.

4. Варианты задания

Номер вари-	Номер задачи									
1	1	5	9	8	12	17	23	27	28	30
2	2	6	7	11	15	19	21	24	26	27
3	3	4	12	13	14	18	20	22	25	28
4	4	5	16	20	21	23	24	27	28	29
5	5	7	9	10	11	13	16	19	23	25
6	6	8	12	14	15	17	18	22	24	26

7	1	3	7	14	15	16	18	20	23	24
8	2	4	8	10	12	14	22	24	28	30
9	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
10	6	8	10	14	16	18	25	26	27	28
11	2	5	11	13	17	20	23	25	26	27
12	3	10	12	17	18	19	22	24	27	29
13	4	9	13	16	19	20	21	23	25	26
14	6	11	14	15	17	18	19	22	24	28
15	7	12	15	16	18	20	21	27	29	30

Задачи

1. Мастер обслуживает шесть однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания мастера в течение дня, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение дня мастеру придется вмешаться в работу станков: а) меньше одного раза; б) больше двух раз; в) не меньше трёх раз; г) не больше двух раз; д) от двух до пяти раз.
2. Девушка согласилась пойти в кино с юношей только на четвёртое его приглашение. Вероятность того, что юноша приглашает девушку в какой-то день пойти с ним в кино, равна 0,4. Какова вероятность того, что девушка пойдет в кино с юношей, если он её сегодня приглашает в пятый раз?
3. Игральную кость бросаем 15 000 раз. Какова вероятность того, что шестёрка появится не менее 2 000 и не более 2 500 раз?
4. Вероятность выигрыша в лотерее равна 0,01. Какова вероятность того, что среди 1 000 наугад купленных билетов не менее 30 и не более 40 выигрышных?
5. Вероятность того, что студент забросит мяч в корзину, равна 0,4. Студент произвел 24 броска. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность.
6. Мебельная фабрика производит продукцию, среди которой 90 % высшего качества. Какова вероятность того, что среди 200 изделий этой фабрики высшего сорта будет: а) не меньше 160; б) не больше 170?
7. Два равных по силе шахматиста играют в турнире. Что вероятнее: три победы одного из них в пяти партиях или 6 побед в десяти?

8. В освещении помещения фирмы используются 14 лампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна 1/8. Какова вероятность того, что в течение года придётся заменить не меньше половины всех лампочек?
9. Вероятность встретить на улице знакомого равна 0,1. Сколько среди первых 100 случайных прохожих можно надеяться встретить знакомых с вероятностью 0,95?
10. Стрелок стреляет по цели до первого попадания. Найти вероятность того, что у стрелка останется хотя бы один неизрасходованный патрон, если он получил 1 патронов и вероятность попадания в цель при одиночном выстреле равна 1/1.
11. В июне в Москве в среднем бывает 20 дождливых дней. Какова вероятность того, что в период с 20 по 25 июня какие-то два дня окажутся дождливыми?
12. Саженцы сосны приживаются с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что из 400 посаженных саженцев число прижившихся будет заключено между 348 и 368.
13. Вероятность выздоровления больных при применении нового лекарства составляет 85 %. В больницу на лечение положили 125 больных. Какова вероятность того, что 111 из них вылечатся?
14. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного охотника равна 0,9 и не зависит от номера выстрела. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 1 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.
15. Всхожесть семян астры данного сорта оценивается вероятностью 0,85. Какова вероятность того, что из семи посеянных семян взойдут не менее четырёх?
16. Монета брошена 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет от 4 до 6 раз?
17. Игральная кость брошена 5 раз. Чему равна вероятность выпадения единицы хотя бы один раз?
18. Было посажено 800 деревьев. Чему равна вероятность того, что прижившихся деревьев больше 350, если вероятность приживания для одного дерева равна 0,85?
19. Вероятность выигрыша по облигациям займа за всё время его действия равна 0,25. Какова вероятность человеку, купившему 6 облигаций, выиграть по четырём из них?
20. Какова вероятность того, что при 18 бросаниях монеты герб выпадет ровно 10 раз?
21. Игральную кость бросают 180 раз. Сколько раз, вероятнее всего, выпадет шесть очков? Найти вероятность этого события.

22. Вероятность появления на занятиях студента равна 0,2. В семестре всего 385 занятий. Какова вероятность того, что студент будет присутствовать не менее чем на 16 занятиях?
23. В мастерской работают 8 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найти вероятность того, что к обеденному перерыву перегреются 4 мотора.
24. Монету бросают 387 раз. Какова вероятность того, что герб при этом выпадет не менее 195 раз, но не более 207 раз?
25. Вероятность опоздать на электричку для студента ежедневно равна 0,15. Студент ездит на учёбу 236 дней в году. Найти наивероятнейшее число опозданий в течение года. Какова вероятность этого числа?
26. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной из костей выпало не больше двух очков.
27. В кольцо делают четыре независимых броска. Вероятность попадания в кольцо при одном броске равна 0,3. Чтобы победить, команде достаточно попасть три раза. При двух попаданиях в кольцо вероятность выигрыша равна 0,8, а при одном попадании – 0,5. Найти вероятность того, что команда выиграет.
28. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,03. Найти вероятность того, что из 10 телевизоров хотя бы один потребует ремонта в течение гарантийного срока.
29. Вероятность изготовления детали высшего качества на данном станке равна 0,43. Найти наивероятнейшее число деталей высшего качества среди 42 деталей. Чему равна вероятность этого события?
30. По цели производятся три независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,12; при втором – 0,21 и при третьем – 0,34. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель поражается с вероятностью 0,63. Найти вероятность поражения цели.

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №3

1. Какие испытания называются независимыми?
2. Запишите формулу Бернулли.
3. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит менее k раз?
4. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит не менее k раз?
5. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит более k раз?
6. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит не более k раз?
7. Что вычисляется с помощью локальной теоремы Лапласа?
8. Какие задачи решаются с помощью интегральной теоремы Лапласа?
9. Как формулируется интегральная теорема Лапласа?
10. Запишите функцию Лапласа.
11. Функция Лапласа является чётной или нечётной?
12. Функция Лапласа является монотонной или нет?
13. Как найти значение функции Лапласа для конкретно заданного числового значения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

1. *Цель работы* – научиться строить законы распределения по заданным для дискретных случайных величин.

2. Задачи работы:

- уметь находить закон распределения для произведения константы на случайную величину;
- уметь находить закон распределения для суммы случайных величин;
- уметь находить закон распределения для разности случайных величин;
- уметь находить закон распределения для квадрата случайной величины;
- уметь находить закон распределения для корня квадратного из случайной величины;
- строить по закону распределения случайной величины ее многоугольник распределения;

– проводить расчеты средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий;
– уметь применять средства "Мастера диаграмм" Excel.

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает знание необходимых по теме определений, понятий по теме «Дискретные случайные величины». Изучаются различные дискретные случайные величины и действия с ними. Строятся многоугольники и гистограммы распределения. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Выполнение одного варианта может делать бригада из двух человек. Расчёты должны быть проведены средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий.

Построение многоугольника распределения проводится средствами «Мастера диаграмм» Excel. При этом ставится цель: овладеть способами нанесения на рисунки необходимых текстовых пояснений,а также обозначений осей и рисуемых объектов. При построении диаграмм используются различные виды диаграмм и их цветовые разновидности. При построении графиков для многоугольника распределения изучаются различные формы линии тренда и способы получения аналитических зависимостей для них.

Рассматриваются возможности Excel построения графиков разного типа. Для построения графиков, гистограмм и диаграмм необходимо нажать на иконку с названием «Мастер диаграмм». После включения окна «Мастер диаграмм» выбирают тот вид графического изображения заданной случайной величины, который наиболее соответствует решаемой задаче.

4. Задания

4.1. Закон распределения для дискретной случайной величины X задан рядом распределения.

X	12	14	16	24	21
P	0,4	0,3	0,1	0,15	0,05

а) Найти законы распределения случайных величин $3X$ + А, AX - $5X$, X^2. Число A равно последней цифре в Вашем порядковом номере в списке группы (журнала по математике).

б) Построить многоугольник распределения для дискретной случайной величины X. При построении различных диаграмм продемонстрировать возможности Excel для представления различных типов гистограмм, графиков и диаграмм. Сделать соответствующие надписи на осях и диаграммах. Применить возможности нахождения тренда и его аналитической зависимости для линейных графиков. Использовать при построении диаграмм цветовые возможности программы «Мастер диаграмм».

4.2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины $Z = 3X - 2Y$, если известны математические ожидания и дисперсии случайных величин X и Y .

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M (X)	32	25	112	34	55	46	73	54	123	236	46	24	53	167	41
$M(Y)$	16	127	57	13	67	37	112	33	101	213	78	93	45	321	57
D(X)	4	12	42	23	3	2	11	14	13	17	5	11	3	34	3
$D(Y)$	6	19	12	40	4	6	21	15	17	6	8	9	6	67	5

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ. Многоугольник распределения построить с помощью графиков из "Мастера диаграмм" Excel.

Полученные в ходе решения задач рисунки могут быть сделаны как отдельно для каждой из вновь полученных случайных величин, так и на общих координатных осях.

На графике воспользоваться средствами для нахождения аналитической функции тренда и определить достоверность найденного тренда.

Провести эксперименты с цветами и формами представления различных видов диаграмм.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №4

1. Какая случайная величина называется дискретной?
2. Что называют законом распределения дискретной случайной величины?
3. Основное свойство закона распределения.
4. Что называется многоугольником распределения?
5. Приведите пример дискретной случайной величины.
6. Составьте закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений чётного числа очков на двух игральных костях.
7. Как определяется сумма случайных величин?
8. Как определяется произведение случайной величины на число?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. *Цель работы* – приобретение навыков работы с функциями распределения различных случайных величин.

2. Задачи работы .

- уметь находить функцию распределения дискретной случайной величины;
- определять по заданной функции распределения непрерывной случайной величины её плотность и наоборот;
- уметь вычислять вероятность события по заданной функции распределения или плотности распределения;
- определять параметры функций распределения и плотности распределения на основании их свойств.

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает знание теоретических положений темы «Функция распределения. Плотность распределения». В работе изучаются понятия функции и плотности распределения, их взаимосвязь и свойства. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Расчёты должны быть проведены средствами Excel, где это возможно. Задачи для непрерывных случайных величин выполняются методами дифференциального и интегрального исчисления, изученными ранее.

4. Задания

Необходимо выполнить два задания (4.1 и 4.2).

Задание 4.1 предложено в пяти вариантах. Вариант выбрать согласно порядкового номера в списке журнала, используя кратность 5.

Если у Вас порядковый номер 7, то ваш вариант 2 (7=5*1+**2**), и Вы решаете задания 4.1.2.

4.1. Задана функция распределения.

А) Построить график функции распределения;

В) Определить вероятность того, что случайная величина попадёт в интервал (0,5; 0,6);

С) Найти плотность распределения случайной величины.

4.1.1. $$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1, \\ \dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4}, & -1<x\le\dfrac{1}{3}, \\ 1, & x>\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

4.1.2. $$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2, \\ 0{,}5x-1, & 2<x\le 4, \\ 1, & x>4. \end{cases}$$

4.1.3. $$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ x^2, & 0<x\le 1, \\ 1, & x>1. \end{cases}$$

4.1.4. $$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1, \\ x-1, & 1<x\le 2, \\ 1, & x>2. \end{cases}$$

4.1.5. $$F(x)=\begin{cases} e^x, & x\le 0, \\ 1, & x>0. \end{cases}$$

4.2. Задана плотность распределения случайной величины X. Найти:

А) параметр а;

В) функцию распределения F(x).

$$f(x)=\begin{cases} 0, & -\infty<x\le 1, \\ a\cdot(x-1)/n, & 1<x<n+1, \\ 1, & n+1\le x<+\infty. \end{cases}$$

В задание 4.2. вместо *n* подставить последнюю цифру Вашего порядкового номера в списке журнала.

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Задания лабораторной работы для непрерывных случайных величин, требующие знания дифференциального и интегрального исчисления функций, необходимо выполнять на листах формата А4 в рукописном или печатном виде.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №5

1. Что называется функцией распределения случайной величины?
2. Какая случайная величина называется непрерывной?
3. Какими свойствами обладает функция распределения случайной величины?
4. Чем характеризуется функция распределения непрерывной случайной величины?
5. Чем характеризуется линия, изображающая график функции распределения
6. дискретной случайной величины?
7. Чем характеризуется линия, изображающая график непрерывной
8. случайной величины?
9. Чему равно максимальное значение функции распределения?
10. Чему равно минимальное значение функции распределения?
11. Что называют плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины?
12. Какими свойствами обладает плотность распределения?
13. Как найти плотность распределения по функции распределения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

1. *Цель работы* – научиться вычислять числовые характеристики случайной величины.

2. Задачи работы:

- уметь находить математическое ожидание дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить дисперсию дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить математическое ожидание, дисперсию, моду, медиану, среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает предварительное изучение и усвоение теоретических положений темы «Случайные величины». В работе нарабатываются навыки вычисления математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения случайных величин. При решении задач изучаются различные свойства числовых характеристик случайных величин.

Для непрерывных случайных величин изучаются понятия моды и медианы. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Расчёты должны быть проведены либо на листах формата А4, либо средствами Excel, где это возможно.

Задачи для непрерывных случайных величин выполняются методами интегрального исчисления, изученными ранее.

4. Работа состоит из 2 заданий.

Задание 1.

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	n^*+5	n+2	n	n+1	2n
P	0,4	0,3	0,1	0,15	0,05

*n − Ваш порядковый номер в списке журнала.

Задание 2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины $Z = 4X + 5Y$, если известны математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$ и дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$ случайных величин X и Y.*(Задание выполнять по вариантам согласно списочного состава группы в журнале преподавателя. Если Ваш порядковый номер в этом списке 13, то выполняете 3 вариант (13=5*2+**3**).*

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M (X)	15	3,4	103	19	25	11	46	39	93	74
M (Y)	61	4,6	321	31	54	90	68	32	22	27
D(X)	0,02	7,1	32	2,4	6,8	0,2	8	3	4,1	0,8
$D(Y)$	0,04	1,2	46	1,1	7,7	0,4	2	4	3,3	0,1

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Результаты решения задач для непрерывных случайных величин представляются на отдельных листах формата А4 в рукописном или печатном виде с указанием номера лабораторной работы и решаемого варианта. Материал на проверку должен быть сдан преподавателю не позднее, чем через неделю после проведения лабораторной работы.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №6

1. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины?
2. Свойства математического ожидания.
3. Что называется дисперсией дискретной случайной величины?
4. Что называется средним квадратическим отклонением?
5. Запишите свойства дисперсии.
6. Запишите формулу вычисления дисперсии.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. *Цель работы* – изучить свойства различных законов распределения случайных величин.

2. Задачи работы:

– уметь находить значения параметров различных распределений с помощью функций Excel;

– уметь распознавать тип закона распределения случайной величины;

– уметь составить закон распределения для дискретной случайной величины;

– уметь вычислять числовые характеристики для специальных законов распределения.

1. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает предварительное изучение, и усвоение теоретических положений темы «Специальные законы распределения». Необходимо обратить особое внимание на формулы, задающие числовые характеристики каждого из рассмотренных в разделе специальных распределений. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Выполнение одного варианта может делать бригада из двух человек. Расчёты должны быть проведены средствами Excel.

4. Работа состоит из 4 заданий. В каждом задании 5 вариантов. Выполнять по вариантам согласно списочного состава группы в журнале преподавателя. Если Ваш порядковый номер в этом списке 13, то выполняете 3 вариант (13=5*2+**3**).

Задание 1.

1. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус не более 3 минут.
2. Среднее число клиентов банка в одну минуту равно двум. Найти вероятность того, что за 4 минуты придут: а) три клиента; б) менее трёх клиентов; в) не менее трех клиентов. Поток клиентов предполагается простейшим.
3. Магазин получил 1 000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что в результате перевозки одна бутылка окажется разбитой, равна 004. Найти вероятности того, что магазин получит разбитых бутылок: а) ровно две; б) меньше двух; в) более двух; г) хотя бы одну.
4. Мебельная фабрика отправила на базу 1 000 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,001. Найти вероятности того, что в пути будет повреждено изделий: а) ровно три; б) менее трёх; в) более трёх; г) хотя бы одно.
5. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус не более 1 минуты.

Задание 2. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X равны числам a и b , соответственно. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключённое в интервале $(a + c; a + 2c)$.

Номер варианта	1	2	3	4	5
a	32	20	12	42	25
b	64	5	4	16	3
c	2	5	3	1	2

Задание 3.

1. Получены результаты IQ 8 выпускников университета: 99, 102, 105, 108, 109, 110, 113, 115. Построить график нормальной функции плотности распределения со средним значением выборки 107,63 и стандартным отклонением 5,05.
2. Случайная величина X распределена по нормальному закону и представляет собой ошибку измерения датчика давления (МПа): 0,1; 0,3; 0,4; 0,8; 0,9. Построить график функции плотности распределения со средним значением выборки 0,5 МПа, среднее квадратическое отклонение ошибки измерения составляет 0,2 МПа.
3. Пусть случайная величина Х (см) − рост наугад выбранного студента подчиняется нормальному распределению с параметром а=172 см, и стандартным отклонением 3,2 см. Х={156; 161; 165; 168; 169; 172; 175; 178; 183; 190 }. Построить график функции плотности распределения случайной величины Х.
4. Пусть случайная величина Х (ч) − время работы на отказ механизма сцепления подчиняется нормальному распределению с параметром а=24,6 и стандартным отклонением 3,2 ч. Х={20,2; 21,8; 23,0; 24,1; 25,4; 26,3; 27,0; 29,1}. Построить график функции плотности распределения случайной величины Х.
5. Для исследования уровня надежности станков было выбрано 8 единиц оборудования. Случайная величина Х (ч) − время работы на отказ станка. Х={202,5; 218,1; 230,4; 241,6; 254,8; 263,4; 270,3; 291,1}. Построить график функции плотности распределения случайной величины Х при условии, что наработка на отказ подчинена нормальному закону распределения со средним значением выборки 246,5 и стандартным отклонением 25,5 ч.

Задание 4.

С помощью ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ:

1. Сформировать выборку из 10 действительных случайных чисел, лежащих в диапазоне от 0 до 1.
2. Сформировать выборку из 20 случайных чисел, лежащих в диапазоне от 5 до 20.
3. Составить график тренировок для спортсмена на 10 дней, так чтобы дистанция, пробегаемая каждый день, случайным образом менялась от 5 км до 10 км.
4. Составить расписание индивидуальных занятий (по математике, физике, химии, физ. подготовке, теоретической механике, экологии, информатике) на неделю для их случайного проведения.

5. Составить расписание на месяц для случайной демонстрации на телевидении одного из четырех рекламных роликов турфирмы.

Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ. Все используемые числовые данные задачи должны быть записаны в отдельные ячейки. Ход решения программируется с помощью ячеек, используемых для хранения числовых данных.

Требования к защите результатов

При защите всех лабораторных работ студент предъявляет полученные результаты в электронном виде и отвечает на контрольные вопросы из разделов, задачи которых решались. Для успешной защиты лабораторной работы необходимо дать верные ответы не менее, чем на три заданных вопроса.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №7

1. Какое распределение называется биномиальным?
2. Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределённой по биномиальному закону?
3. Чему равна дисперсия случайной величины, распределённой по биномиальному закону?
4. Как определяется распределение Пуассона?
5. Как найти математическое ожидание случайной величины, распределённой по закону Пуассона?
6. Как вычислить дисперсию случайной величины, распределённой по закону Пуассона?
7. Как записывается плотность равномерного распределения?
8. Определить показательное распределение.
9. Какое распределение называется нормальным?
10. Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределенной по нормальному закону?
11. Чему равна дисперсия случайной величины, распределённой по нормальному закону?
12. Какие свойства имеет функция распределения нормального закона?

13. Чему равны мода и медиана случайной величины, распределённой по нормальному закону?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

1. *Цель работы* – научиться вычислять основные статистические характеристики выборки;

2. Задачи работы:

- уметь находить основные статистические характеристики выборки с помощью расчётных формул;
- уметь находить основные статистические характеристики выборки с помощью Excel;

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает предварительное изучение и усвоение теоретических положений темы «Основы математической статистики». Расчёты должны быть проведены с помощью расчётных формул на листах формата А4 и средствами Excel.

4. Задание (5 вариантов). **(**Вариант выбрать согласно Вашего порядкового номера в списке журнала, используя кратность 5. Если у Вас порядковый номер 7, то ваш вариант 2 (7=5*1+**2**), и Вы обрабатываете статистические данные из задания 4.2.)

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

4.1.

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
16,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,6	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

4.2.

189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	217	193	216	205	197	203	229	204
225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

4.3

9,4	7,9	0,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,4	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	7,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5,0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5,9	9,0	5,3	2,4
9,5	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,5	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

4.4

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,2	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

4.5

20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

4.2. Задание:

А) **средствами Excel найти:**

а) среднее значение выборки $\overline{x}$; б) выборочную дисперсию $D_В$;
в) стандартную ошибку; г) моду; д) медиану*;* е) стандартное отклонение; ж) эксцесс; и) ассиметричность.; к) минимум, максимум, сумму.

В) с помощью расчётных формул на листах формата А4:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти числовые характеристики выборки $\overline{x}$, $D_В$;

д) приняв в качестве нулевой гипотезу H_0*:* генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости α=0,025*;*

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности γ = 0,9.

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК сформировать свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записать исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Результаты решения задач для представляются на отдельных листах формата А4 в рукописном или печатном виде с указанием номера лабораторной работы и решаемого варианта.

Контрольные вопросы к лабораторной работе №8

1. Предмет изучения математической статистики.
2. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Репрезентативность выборки.
4. Полигон и гистограмма частот.
5. Эмпирическая функция распределения вероятностей.
6. Точечные оценки параметров распределения – выборочные среднее и дисперсия.
7. Интервальные оценки.
8. Надежность оценки и понятие о доверительном интервале.
9. Проверка гипотез. Критерии согласия. Мера расхождения и уровень значимости.
10. Критерии согласия Пирсона и Стьюдента.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ EXCEL

Русский	Английский	Описание функции
ABS	ABS	Находит модуль (абсолютную величину) числа.
ACOS	ACOS	Вычисляет арккосинус числа.
ASIN	ASIN	Вычисляет арксинус числа.
ATAN	ATAN	Вычисляет арктангенс числа.
ATAN2	ATAN2	Вычисляет арктангенс для заданных координат x и y.
ЧИСЛКОМБ	COMBIN	Находит количество комбинаций для заданного числа объектов.
COS	COS	Вычисляет косинус числа.
ГРАДУСЫ	DEGREES	Преобразует радианы в градусы.
EXP	EXP	Вычисляет число e, возведенное в указанную степень.
ФАКТР	FACT	Вычисляет факториал числа.
НОД	GCD	Находит наибольший общий делитель.
НОК	LCM	Находит наименьшее общее кратное.
LN	LN	Вычисляет натуральный логарифм числа.
LOG	LOG	Вычисляет логарифм числа по заданному основанию.
LOG10	LOG10	Вычисляет десятичный логарифм числа.
МОПРЕД	MDETERM	Вычисляет определитель матрицы, хранящейся в массиве.
МОБР	MINVERSE	Определяет обратную матрицу (матрица хранится в массиве).
МУМНОЖ	MMULT	Вычисляет произведение матриц, хранящихся в массивах.
ОКРУГЛТ	MROUND	Находит число, округленное с требуемой точностью.
ПИ	PI	Вставляет число «пи».
СТЕПЕНЬ	POWER	Вычисляет результат возведения числа в степень.
ПРОИЗВЕД	PRODUCT	Вычисляет произведение аргументов.
РАДИАНЫ	RADIANS	Преобразует градусы в радианы.

Приложение 1(продолжение)

СЛЧИС	RAND	Выдает случайное число в интервале от 0 до 1.
СЛУЧМЕЖДУ	RANDBETVEEN	Выдает случайное число в заданном интервале.
РЯД.СУММ	SERIESSUM	Вычисляет сумму степенного ряда по заданной формуле.
SIN	SIN	Вычисляет синус заданного угла.
КОРЕНЬ	SQRT	Вычисляет положительное значение квадратного корня.
КОРЕНЬПИ	SQRTPI	Вычисляет значение квадратного корня из числа «пи».
СУММ	SUM	Суммирует аргументы.
СУММЕСЛИ	SUMIF	Суммирует ячейки, удовлетворяющие заданному условию.
СУММПРОИЗВ	SUMPRODUCT	Вычисляет сумму произведений соответствующих элементов массивов.
СУММКВ	SUMSQ	Вычисляет сумму квадратов аргументов.
СУММРАЗНКВ	SUMX2MY2	Вычисляет сумму разностей квадратов соответствующих значений в двух массивах.
СУММСУММКВ	SUMX2PY2	Вычисляет сумму сумм квадратов соответствующих элементов двух массивов.
СУММКВРАЗН	SUMXMY2	Вычисляет сумму квадратов разностей соответствующих значений в двух массивах.
TAN	TAN	Вычисляет тангенс числа.
TANH	TANH	Вычисляет гиперболический тангенс числа.
СРЗНАЧ	AVERAGE	Вычисляет среднее арифметическое аргументов.
БИНОМРАСП	BINOMDIST	Вычисляет отдельное значение биномиального распределения.
ДОВЕРИТ	CONFIDENCE	Определяет доверительный интервал для среднего значения по генеральной совокупности.
КОРРЕЛ	CORREL	Находит коэффициент корреляции между двумя множествами данных.
СЧЁТ	COUNT	Подсчитывает количество чисел в списке аргументов.
СЧЁТЗ	COUNTA	Подсчитывает количество значений в списке аргументов.
КОВАР	COVAR	Определяет ковариацию, то есть среднее произведений отклонений для каждой пары точек.
КВАДРОТКЛ	DEVSQ	Вычисляет сумму квадратов отклонений.
ЭКСПРАСП	EXPONDIST	Находит экспоненциальное распределение.
СРГЕОМ	GEOMEAN	Вычисляет среднее геометрическое.
РОСТ	GROWTH	Вычисляет значения в соответствии с экспоненциальным трендом.

Приложение 1(продолжение)

НАИБОЛЬШИЙ	LARGE	Находит k-ое наибольшее значение из множества данных.
МАКС	MAX	Определяет максимальное значение из списка аргументов.
МАКСА	MAXA	Определяет максимальное значение из списка аргументов, включая числа, текст и логические значения.
МЕДИАНА	MEDIAN	Находит медиану заданных чисел.
МИН	MIN	Определяет минимальное значение из списка аргументов.
МИНА	MINA	Определяет минимальное значение из списка аргументов, включая числа, текст и логические значения.
МОДА	MODE	Определяет значение моды множества данных.
НОРМРАСП	NORMDIST	Выдает нормальную функцию распределения.
НОРМСТРАСП	NORMSDIST	Выдает стандартное нормальное интегральное распределение.
НОРМСТОБР	NORMSINV	Выдает обратное значение стандартного нормального распределения.
ПИРСОН	PEARSON	Определяет коэффициент корреляции Пирсона.
ПЕРЕСТ(n,k)	PERMUT	Вычисляет число перестановок из n элементов по k $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
ПЕРЕСТ(n,n) или ФАКТР(n)		Вычисляет число перестановок $P_n = n!$
ПУАССОН	POISSON	Выдает распределение Пуассона.
КВПИРСОН	RSQ	Находит квадрат коэффициента корреляции Пирсона.
НАИМЕНЬШИЙ	SMALL	Находит k-ое наименьшее значение в множестве данных.
СТАНДОТКЛОН	STDEV	Оценивает стандартное отклонение по выборке.
СТАНДОТКЛОНА	STDEVA	Оценивает стандартное отклонение по выборке, включая числа, текст и логические значения.
СТАНДОТКЛОНП	STDEVP	Определяет стандартное отклонение по генеральной совокупности.
СТАНДОТКЛОНПА	STDEVPA	Определяет стандартное отклонение по генеральной совокупности, включая числа, текст и логические значения.
СТЬЮДРАСП	TDIST	Выдает t-распределение Стьюдента.

Приложение 1(окончание)

ТЕНДЕНЦИЯ	TREND	Находит значения в соответствии с линейным трендом.
УРЕЗСРЕДНЕЕ	TRIMMEAN	Находит среднее внутренности множества данных.
ТТЕСТ	TTEST	Находит вероятность, соответствующую критерию Стьюдента.
ДИСП	VAR	Оценивает дисперсию по выборке.
ДИСПР ЧИСЛКОМБ(n,k)	VARP	Вычисляет дисперсию для генеральной совокупности. Вычисляет число сочетаний из n элементов по k $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Приложение 2.

Пример оформление задачи из лабораторной работы №1

Ход выполнения лабораторной работы

Задача 1. *В коробке 5 синих, 4 красных и 3 зелёных карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что все вынутые карандаши будут одного цвета.*

Решение.

I. Число способов выбрать 3 карандаша из 12 имеющихся в наличии равно n=C_{12}^{3}.

II. Выбрать 3 синих карандаша из 5 можно C_5^3 способами; 3 красных из имеющихся 4 можно выбрать C_4^3; 3 зелёных из 3 зелёных– C_3^3.

Для расчёта используем программу Microsoft Office-Excel.

1. Запустить программу для работы с электронными таблицами (Пуск–программы–Microsoft Office-Excel).
2. Переименовать «Лист1» в «Задача1» (правой кнопкой мышки на ярлычке Листа1, выбрать «Переименовать».
3. В ячейку B2 ввести текс «Общее число элементов», в ячейку C2 – «Число элементов подмножества», в ячейку D2 – «Число сочетаний».
4. В ячейку D3 ввести формулу для вычисления сочетаний: =ЧИСЛКОМБ(A3;B3).
5. Скопировать формулу: =ЧИСЛКОМБ(A3;B3) на 3 строки ниже.
6. Ввести данные в столбцы B и C. (В столбце D появятся результаты вычисления сочетаний) (см. рис. 1).

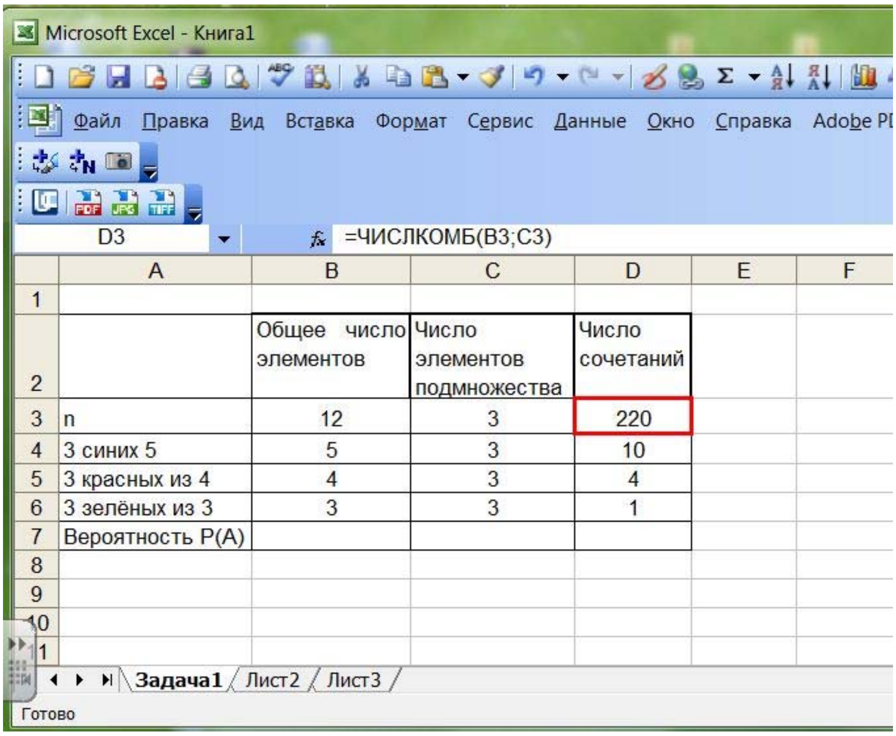


Рис. 1

III. По правилу сложения общее число случаев, благоприятствующих событию A={три карандаша, вынутых из коробки, одного цвета} равно m=$C_5^3+C_4^3+C_3^3$.

IV. $P(A)=\dfrac{m}{n}$.

Для расчёта используем программу Microsoft Office-Excel.

7. В ячейку E7 ввести формулу для вычисления P(A) (См. рис. 2).

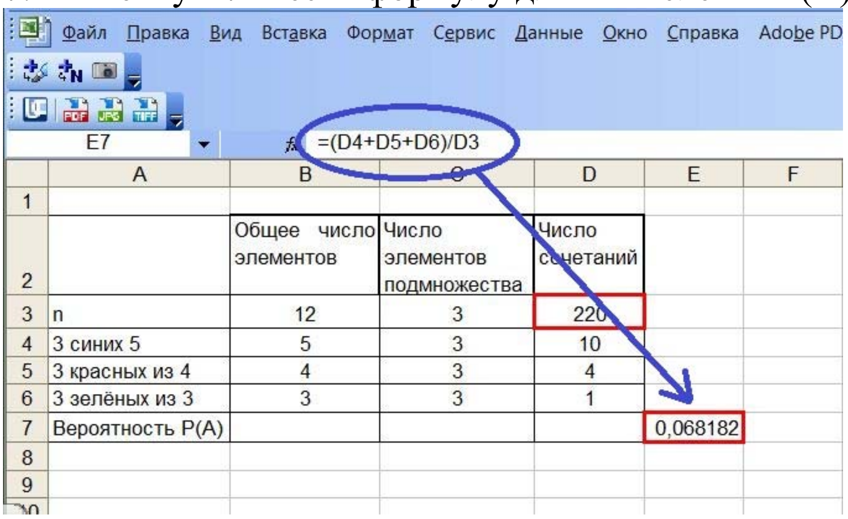


Рис. 2

8. Записать ответ. Ответ: $\approx 0{,}07$.

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли в Excel

Для вычислений с помощью формулы Бернулли в Excel есть специальная функция =БИНОМ.РАСП(), выдающая определенную вероятность биномиального распределения.

Чтобы найти вероятность $P_n(k)$ используйте следующий текст =БИНОМ.РАСП(k;n;p;0).

- ✓ Событие произойдет в точности k раз из n :=БИНОМ.РАСП(k;n;p;0)
- ✓ Событие произойдет от k1 до k2 раз:=БИНОМ.РАСП(k_2;n;p;1) - БИНОМ.РАСП(k_1;n;p;1) + БИНОМ.РАСП(k_1;n;p;0)
- ✓ Событие произойдет не более k3 раз:=БИНОМ.РАСП(k_3;n;p;1)
- ✓ Событие произойдет не менее k4 раз:=1 - БИНОМ.РАСП(k_4;n;p;1) + БИНОМ.РАСП(k_4;n;p;0)
- ✓ Событие произойдет хотя бы один раз:=1-БИНОМ.РАСП(0;n;p;0)
- ✓ Наивероятнейшее число наступлений события m :=ОКРУГЛВВЕРХ(n*p-q;0)
- ✓ $np-q \le m \le np+p$

Примечание. В задачах, где нужно складывать несколько вероятностей, используем функцию вида =БИНОМ.РАСП(k;n;p;**1**) – так называемая интегральная функция вероятности, которая дает сумму всех вероятностей от 0 до k включительно.

Пример.

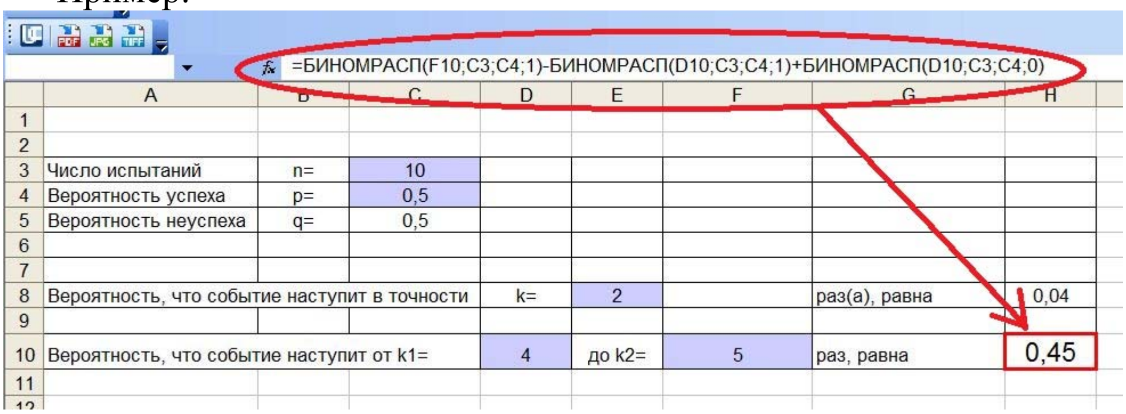


Рис. 3

Приложение 4.

Образец выполнения лабораторной работы №7

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

44,8	46,2	45,6	44,0	46,4	45,2	46,7	45,4	45,3	46,1
44,3	45,3	45,6	46,7	44,5	46,0	45,7	45,0	46,4	45,9
44,4	45,4	46,1	43,4	46,5	45,9	43,9	45,7	47,1	44,9
43,8	45,6	45,2	46,4	44.2	46,5	45,7	44,7	46,0	45,8
44,3	45,5	46,7	44,9	46,2	46,7	44,6	46,0	45,4	45,0
45,4	45,3	44,1	46,6	44,8	45,6	43,7	46,8	45,2	46,1
44,5	45,4	45,1	46,2	44,2	46,4	45,7	43,9	47,2	45,0
43,9	45,6	44,9	44,5	46,2	46,7	44,3	46,1	47,7	45,8
45,6	45,2	44,2	46,0	44,7	46,5	43,5	45,4	47,1	44,0
46,2	44,2	45,5	46,0	45,7	46,4	44,6	47,0	45,2	46,9

Задание:

А) средствами Excel найти:

а) среднее значение выборки $\overline{x}$; б) выборочную дисперсию D_B;

в) стандартную ошибку; г) моду; д) медиану; е) стандартное отклонение; ж) эксцесс; и) ассиметричность.; к) минимум, максимум, сумму.

В) с помощью расчётных формул на листах формата А4:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти числовые характеристики выборки $\overline{x}$, D_B;

д) приняв в качестве нулевой гипотезу H_0: генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить её, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости $\alpha=0,01$;

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надёжности $\gamma = 0,95$.

Решение.

А)

Для определения основных статистических характеристик в группе данных исследуемые данные следует представить в виде таблицы, где столбцом являются соответствующие показатели.

Далее необходимо провести элементарную статистическую обработку. Для этого, указав курсором мыши на пункт меню Сервис, выберите команду Анализ данных. Затем в появившемся списке Инструменты анализа выберите строку Описательная статистика.

Примечание: Если нет компонента «Анализ данных», то:

1) сначала нужно зайти в меню «Надстройки» и проверить, активизирован ли этот компонент. Если не активирован, то поставить птичку (возможно, потребуется дистрибутив Офиса) .

2) если в надстройках компонента нет совсем, то нужно заново запустить установку Офиса, где в настройках компонентов найти и установить нужный Вам «Анализ данных».

В появившемся диалоговом окне (см. рис. 4) в рабочем поле Входной интервал укажите входной диапазон \$A\$1:\$A\$100. Активировав переключателем рабочее поле Выходной интервал, укажите выходной диапазон − ячейку B12. В разделе Группировка переключатель установите в положение по столбцам. Установите флажок в поле Итоговая статистика и нажмите кнопку ОК.

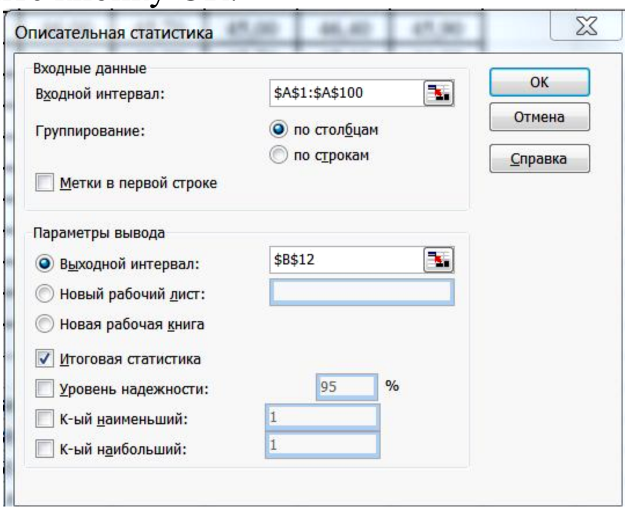


Рис. 4

Получите результаты работы инструмента Описательная статистика (см. табл. 1).

<u>Запомни:</u>

✓ *<u>Средним</u>* значением выборки, или выборочным аналогом математического ожидания, называется величина $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Среднее значение − это центр выборки, вокруг которого группируются элементы выборки. При увеличении числа наблюдений среднее приближается к математическому ожиданию. Среднее значение обозначается также буквой М.

Таблица 1

Основные статистические характеристики в группе данных

Среднее	45,464
Стандартная ошибка	0,095584539
Медиана	45,55
Мода	45,4
Стандартное отклонение	0,955845387
Дисперсия выборки	0,913640404
Эксцесс	-0,676943495
Асимметричность	-0,12535122
Интервал	4,3
Минимум	43,4
Максимум	47,7
Сумма	4546,4
Счет	100

- ✓ *Стандартная ошибка или ошибка среднего* находится из выражения $m = \dfrac{s}{\sqrt{n}}$.

  Стандартная ошибка − это параметр, характеризующий степень возможного отклонения среднего значения, полученного на исследуемой ограниченной выборке, от истинного среднего значения, полученного на всей совокупности элементов. С помощью стандартной ошибки задается так называемый доверительный интервал. 95%-ный доверительный интервал, равный x±2 m, обозначает диапазон, в который с вероятностью ρ=0,95 (при достаточно большом числе наблюдений n > 30) попадает среднее генеральной совокупности MX.
- ✓ *Выборочная медиана* − это число, которое является серединой выборки, то есть половина чисел имеет значения большие, чем медиана, а половина чисел кмеет значения меньшие, чем медиана. Для нахождения медианы обычно выборку ранжируют − располагают элементы в порядке возрастания. Если количество членов ранжированного ряда нечетное, медианой является значение ряда, которое расположено посередине, то есть элемент с номером (n + 1)/2. Если число членов ряда четное, то медиана равна среднему членов ряда с номерами n/2 и n/2 + 1.
- ✓ *Мода* – это элемент выборки с наиболее часто встречающимся значением (наиболее вероятная величина).

Основными показатели рассеяния вариант являются интервал, дисперсия выборки, стандартное отклонение и стандартная ошибка.

- ✓ *Выборочным стандартным отклонением* (среднее квадратичное отклонение) называется величина $s = \sqrt{s^2}$. Это параметр, также характеризующий степень разброса элементов выборки относительно среднего значения. Чем больше среднее квадратичное отклонение, тем дальше отклоняются значения элементов выборки от среднего значения. Параметр аналогичен дисперсии и используется в тех случаях, когда необходимо, чтобы показатель разброса случайной величины выражался в тех же единицах, что и среднее значение этой случайной величины. Часто выборочное стандартное отклонение обозначают буквой σ (сигма).

- ✓ *Дисперсией выборки*, или выборочным аналогом дисперсии, называется величина

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$
.

Дисперсия выборки − это параметр, характеризующий степень разброса элементов выборки относительно среднего значения. Чем больше дисперсия, тем дальше отклоняются значения элементов выборки от среднего значения.

Показателями, характеризующими форму распределения, являются выборочные эксцесс и асимметрия.

✓ *Эксцесс* − это степень выраженности «хвостов» распределения, то есть частоты появления удаленных от среднего значений.

✓ *Асимметрия* − величина, характеризующая несимметричность распределения элементов выборки относительно среднего значения. Принимает значения от -1 до 1. В случае симметричного распределения асимметрия равна 0. Часто значения асимметрии и эксцесса используют для проверки гипотезы о том, что данные (выборка) принадлежат к определенному теоретическому распределению, в частности, нормальному распределению. Для нормального распределения асимметрия равна нулю, а эксцесс – трем.

✓ *Интервал* (амплитуда, вариационный размах) – это разница между максимальным и минимальным значениями элементов выборки. Интервал является простейшей и наименее надежной мерой вариации или рассеяния элементов в выборке. Более точно отражают рассеяние показатели, учитывающие не только крайние, но и все значения элементов выборки.

- ✓ *минимум* – значение минимального элемента выборки;
- ✓ *максимум* – значение максимального элемента выборки;
- ✓ *сумма* – сумма значений всех элементов выборки;
- ✓ *счет* – количество элементов в выборке.

В)

а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т. е. записываем вариационный ряд:

43,4	43,5	43,7	43,8	43,9	43,9	43,9	44,0	44,0	44,1
44,2	44,2	44,2	44,3	44,3	44,3	44,4	44,5	44,5	44,5
44,6	44,6	44,7	44,7	44,8	44,8	44,8	44,9	44,9	44,9
45,0	45,0	45,1	45,2	45,2	45,2	45,2	45,2	45,3	45,3
45,3	45,4	45,4	45,4	45,4	45,4	45,4	45,5	45,5	45,6
45,6	45,6	45,6	45,6	45,6	45,7	45,7	45,7	45,7	45,7
45,8	45,8	45,9	45,9	46,0	46,0	46,0	46,0	46,0	46,0
46,1	46,1	46,1	46,1	46,2	46,2	46,2	46,2	46,2	46,4
46,4	46,4	46,4	46,4	46,5	46,5	46,5	46,6	46,7	46,7
46,7	46,7	46,7	46,8	46,9	47,0	47,1	47,1	47,2	47,7

б) Находим размах варьирования $\omega = x_{\max} - x_{\min} = 47,7 - 43,4 = 4,3$

По формуле $h = \omega / l$, где l – число интервалов, вычисляем длину частичного интервала $h = 4,3/9 = 0,4(7) = 0,48$. В качестве границы первого интервала можно выбрать значение $x_{\min}$. Тогда границы следующих частичных интервалов вычисляем по формуле $x_{\min} + dh$, $d = \overline{1,l}$.

Находим середины интервалов $x_i' = (x_i + x_{i+1})/2$.

Подсчитываем число значений результатов эксперимента, попавших в каждый интервал, т. е. находим частоты интервалов n_i. Далее вычисляем относительные частоты $W_i = n_i / n$ $(n = 100)$ и их плотности W_i / h. Все полученные результаты помещаем в таблицу (см. табл. 2).

Таблица 2

Номер частичного интервала l_i	Границы интервала x_i-x_{i+1}	Середина интервала $x_i = (x_i + x_{i+1})/2$	Частота интервала n_i	Относительная частота $Wi = n_i / n$	Плотность относительной частоты W_i / h
1	43,40–43,88	43,64	4	0,04	0,083
2	43,88–44,36	44,12	12	0,12	0,25
3	44,36–44,84	44,60	11	0,11	0,23
4	44,84–45,32	45,08	14	0,14	0,29
5	45,32–45,80	45,56	21	0,21	0,44
6	45,80–46,28	46,04	17	0,17	0,35
7	46,28–46,76	46,52	14	0,14	0,29
8	46,76–47,24	47,00	6	0,06	0,13
9	47,24–47,72	47,48	1	0,01	0,02
$\sum_i$	-	-	100	-	-

в) Строим полигон частот и гистограмму относительных частот (см. рис. 5 и рис. 6 соответственно), используя Мастер диаграмм.

Находим значения эмпирической функции распределения

$F^*(x) = n_x / n$:

$F^*(43,40) = 0,\ F^*(43,88) = 0,04,\ F^*(44,36) = 0,16,\ F^*(44,84) = 0,27,$

$F^*(45,32) = 0,41,\ F^*(45,80) = 0,62,\ F^*(46,28) = 0,79, F^*(46,76) = 0,93,$

$F^*(47,24) = 0,99,\ F^*(47,72) = 1.$

Строим график эмпирической функции распределения (см рис. 7).

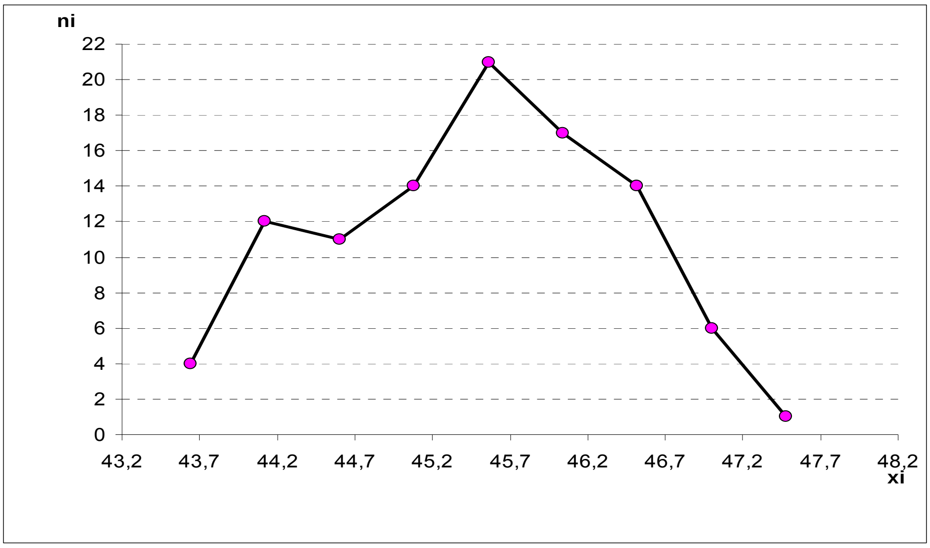


Рис. 5

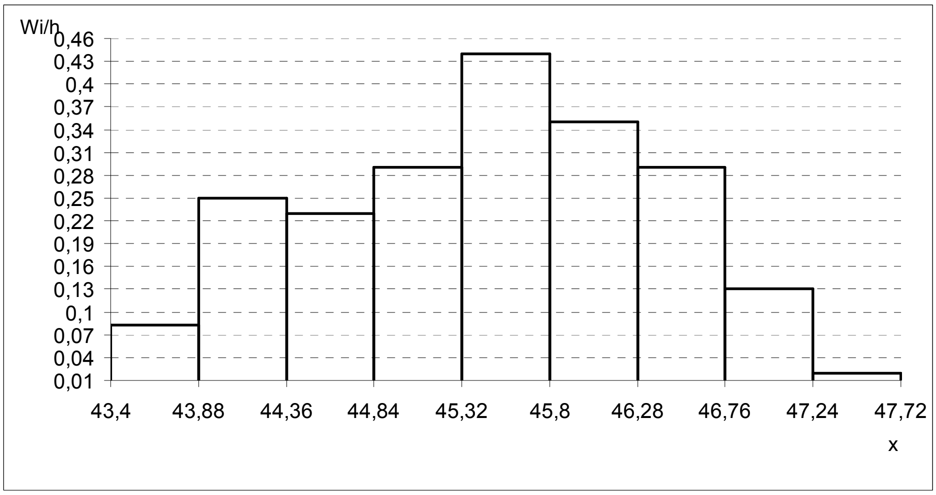


Рис. 6

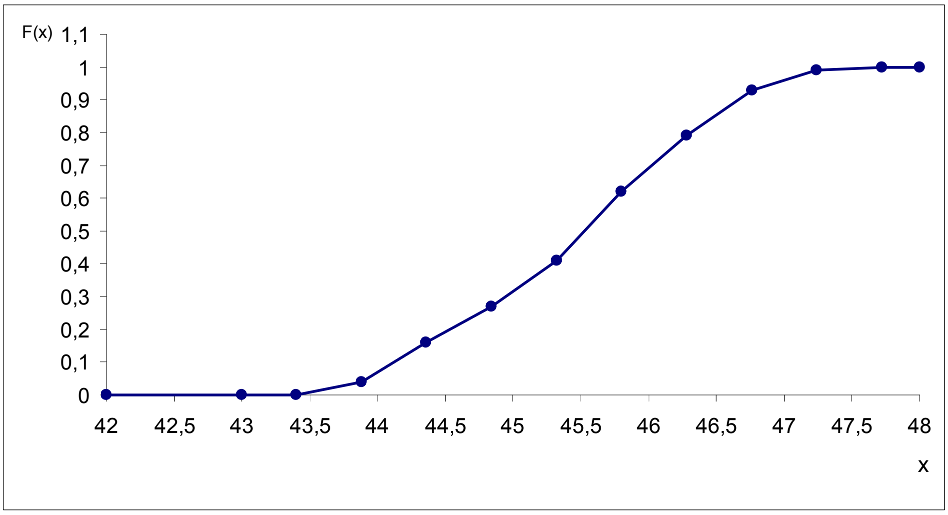


Рис. 7

г) Находим выборочное среднее $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i' n_i}{n}$

и выборочную дисперсию $D_в = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (x_i' - \overline{x})^2 n_i}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (x_i')^2 n_i}{n} - (\overline{x})^2$.

Для этого составляем расчетную таблицу (см. табл. 3).

Таблица 3

m_i	Границы интервала $x_i; x_{i+1}$	Середина интервала x_i'	Частота интервала n_i	$n_i x_i'$	$(x_i')^2$	$n_i (x_i')^2$
1	43,40-43,88	43,64	4	174,56	1904,45	7617,80
2	43,88-44,36	44,12	12	529,44	1946,57	23 358,84
3	44,36-44,84	44,60	11	490,60	1989,16	21 880,76
4	44,84-45,32	45,08	14	631,12	2032,21	28 450,94
5	45,32-45,80	45,56	21	956,12	2075,71	43 589,91
6	45,80-46,28	46,04	17	782,68	2119,68	36 034,56
7	46,28-46,76	46,52	14	651,28	2164,11	30 297,54
8	46,76-47,24	47,00	6	282,00	2209,00	13 254,00
9	47,24-47,48	47,48	1	47,48	2254,35	2 254,35
$\sum_i$	–	–	100	4545,92	–	206 738,7

Из неё получаем:

$\overline{x} = 4545,92 / 100 = 45,46$,

$D_в = 206738 / 100 - 45,46^2 = 0,85$, $\sigma_в = \sqrt{D_в} = 0,92$.

Выборочная дисперсия является смещённой оценкой генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия - несмещённой оценкой:

$\overline{D}_в = \dfrac{n}{n-1} D_в = \dfrac{100}{99} \cdot 0,85 = 0,867$, $\overline{\sigma}_в = \sqrt{\overline{D}_в} = 0,93$.

д) Согласно критерию Пирсона, необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем X, т. е. перейдем к СВ $z = (x - \overline{x}) / \sigma_в$ и вычислим концы интервалов:

$z_i = (x_i - \overline{x}) / \sigma_в$, $z_{i+1} = (x_{i+1} - \overline{x}) / \sigma_в$, причём наименьшее значение z, т. е. z_1, положим стремящимся к $-\infty$, а наибольшее, т. е. z_{m+1}, – к $+\infty$. Результаты занесем в таблицу 4. Так как $n_1 = 4 < 5$, то первый интервал объединяем со вторым и получаем интервал (43,404; 44,36) с частотой

$n_1 = 16$. Далее объединим восьмой и девятый интервалы, получим интервал (46,76; 47,72) с частотой $n_7 = 7$ (см. табл. 4).

Таблица 4

i	Граница интервала $x_i; x_{i+1}$		$x_i - \overline{x}$	$x_{i+1} - \overline{x}$	Граница интервала $(z_i; z_{i+1})$	
	x_i	x_{i+1}			$z_i = (x_i - \overline{x}) / \sigma_B$	$z_{i+1} = (x_{i+1} - \overline{x}) / \sigma_B$
1	43,40	44,36	–	-1,10	–	-1,19
2	44,36	44,84	-1,10	-0,62	-1,19	-0,67
3	44,84	45,32	-0,62	-0,14	-0,67	-0,15
4	45,32	45,80	-0,14	0,34	-0,15	0,37
5	45,80	46,28	0,34	0,82	0,37	0,89
6	46,28	46,76	0,82	1,30	0,89	1,40
7	46,76	47,72	1,30	–	1,40	–

Находим теоретические вероятности P_i и теоретические частоты $n_i = n \cdot P_i = 100 \cdot P_i$. Составляем расчётную таблицу (см. табл. 5).

Таблица 5

i	Граница интервала $(z_i; z_{i+1})$		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$P_i = \Phi(z_{i+1}) - -\Phi(z_i)$	$n_i' = 100 P_i$
	z_i	z_{i+1}				
1	-	-1,19	-0,5000	-0,3830	0,1170	11,70
2	-1,19	-0,67	-0,3830	-0,2486	0,1344	13,44
3	-0,67	-0,15	-0,2486	-0,0596	0,1890	18,90
4	-0,15	0,37	-0,0596	0,1443	0,2039	20,39
5	0,37	0,89	0,1443	0,3133	0,1690	16,90
6	0,89	1,40	0,3133	0,4192	0,1059	10,59
7	1,40	-	0,4192	0.5000	0,0808	8,08
$\sum_i$	–	–	–	–	1	100

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчётную таблицу (см. табл. 6). Последние два столбца служат для контроля вычислений по формуле

$$\chi^2_{набл.} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i^2 - n$$

Таблица 6

i	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n'_i}$
1,0000	16,0000	11,7000	4,3000	18,4900	1,5803	256,0000	21,8803
2,0000	11,0000	13,4400	-2,4400	5,9536	0,4430	121,0000	9,0030
3,0000	14,0000	18,9000	-4,9000	24,0100	1,2704	196,0000	10,3704
4,0000	21,0000	20,3900	0,6100	0,3721	0,0182	441,0000	21,6282
5,0000	17,0000	16,9000	0,1000	0,0100	0,0006	289,0000	17,1006
6,0000	14,0000	10,5900	3,4100	11,6281	1,0980	196,0000	18,5080
7,0000	7,0000	8,0800	-1,0800	1,1664	0,1444	49,0000	6,0644
$\sum_i$	100	100			$\chi^2_{набл.} = 4,5549$		104,5549

Контроль: $\frac{\sum (n_i - n'_i)^2}{n} = 104,5549 - 100 = 4,5549$.

По таблице критических точек распределения Пирсона χ^2 (см. табл. 7), уровню значимости $\alpha = 0,01$ и числу степеней свободы $k = l - 3 = 7 - 3 = 4$ ($l -$ число интервалов) находим $\chi^2_{кр.} = 13,3$.

Так как $\chi^2_{набл.} < \chi^2_{кр.}$, то гипотезе H_0 о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надёжностью γ можно утверждать, что математическое ожидание a случайной величины X покрывается доверительным интервалом $\left(\bar{x} - \frac{\widetilde{\sigma_B}}{\sqrt{n}} t_\gamma ; \bar{x} + \frac{\widetilde{\sigma_B}}{\sqrt{n}} t_\gamma\right)$, где $\delta = \frac{\widetilde{\sigma_B}}{\sqrt{n}} t_\gamma$ – точность оценки.

В нашем случае $\bar{x} = 45,46$, $\widetilde{\sigma}_B = 0,93$, $n = 100$. Из таблицы значений критерия Стьюдента для $\gamma = 0,95$ находим: $t_\gamma = 1,984$, $\delta = 0,1843$. Доверительным интервалом для a будет (45,2757; 45,6443). Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение σ с заданной надёжностью γ, $(\widetilde{\sigma_B}(1-q); \widetilde{\sigma_B}(1+q))$, где q находится по данным γ и n из таблицы значений $q = q(\gamma, n)$ (см. табл. 8). При $\gamma = 0,95$ и n=100 имеем q=0,143. Доверительным интервалом для σ будет (0,7970; 1,0630).

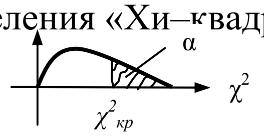
Таблица 7а

Критические точки распределения Пирсона χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,89
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54

Таблица 7б

Критические точки $\chi^2_{кр} = \chi^2_{кр}(\alpha;\, k)$ распределения «Хи–квадрат» с k степенями свободы, удовлетворяющие условию



$p(\chi^2 > \chi^2_{кр}) = \alpha$

k	α			k	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63	16	23,54	26,30	32,00
2	4,61	5,99	9,21	17	24,77	27,59	33,41
3	6,25	7,81	11,34	18	25,99	28,87	34,81
4	7,78	9,95	13,28	19	27,20	30,14	36,19
5	9,24	11,07	15,09	20	28,41	31,41	37,57
6	10,64	12,59	16,81	21	29,62	32,67	38,93
7	12,02	14,07	18,48	22	30,81	33,92	40,29
8	13,36	15,51	20,09	23	32,01	35,17	41,64
9	14,68	16,92	21,67	24	33,20	36,42	42,98
10	15,99	18,31	23,21	25	34,38	37,65	44,31
11	17,28	19,68	24,72	26	35,56	38,89	45,64
12	18,55	21,03	26,22	27	36,74	40,11	46,96
13	19,81	22,36	27,69	28	37,92	41,34	48,28
14	21,06	23,68	29,14	29	39,09	42,56	49,59

15	22,31	25,00	30,58	30	40,26	43,77	50,89

Таблица 8

Таблица значений $q = q(\gamma, n)$

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

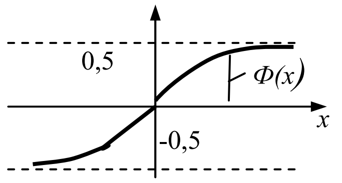
аблица 9

Значения функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0.4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1.4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1.6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1.8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2.0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2.3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2.4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3.1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0026
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002-	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица10

Значения функции $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$



x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0,00	0,0000	0,39	0,1517	0,78	0,2823	1,17	0,3790	1,56	0,4406	1,95	0,4744
0,01	0,0040	0,40	0,1554	0,79	0,2852	1,18	0,3810	1,57	0,4418	1,96	0,4750
0,02	0,0080	0,41	0,1591	0,80	0,2881	1.19	0,3830	1,58	0,4429	1,97	0,4756
0,03	0,0120	0,42	0,1628	0,81	0.2910	1,20	0,3849	1,59	0.4441	1,98	0,4761
0,04	0,0160	0,43	0,1664	0,82	0,2939	1,21	0,3869	1,60	0,4452	1,99	0,4767
0,05	0,0199	0,44	0,1700	0,83	0,2967	1,22	0,3883	1,61	0,4463	2,00	0,4772
0,06	0,0239	0,45	0,1736	0,84	0,2995	1,23	0,3907	1.62	0,4474	2,02	0,4783
0,07	0,0279	0,46	0,1772	0,85	0,3023	1,24	0,3925	1,63	0,4484	2,04	0,4793
0,08	0,0319	0,47	0,1808	0,86	0,3051	1,25	0,3944	1,64	0.4495	2,06	0,4803
0,09	0,0359	0,48	0,1844	0,87	0,3078	1,26	0,3962	1,65	0,4505	2,08	0,4812
0,10	0,0398	0,49	0,1879	0,88	0,3106	1,27	0,3980	1,66	0,4515	2,10	0,4821
0,11	0,0438	0,50	0,1915	0,89	0,3133	1,28	0,3997	1,67	0,4525	2,12	0,4830
0,12	0,0478	0,51	0,1950	0,90	0,3159	1,29	0,4015	1,68	0,4535	2,14	0.4838
0,13	0,0517	0,52	0,1985	0,91	0,3186	1,30	0,4032	1,69	0,4545	2,16	0,4846
0,14	0,0557	0,53	0,2019	0,92	0,3212	1,31	0,4049	1,70	0,4554	2.18	0,4854
0,15	0,0596	0,54	0,2054	0,93	0,3238	1,32	0,4066	1,71	0,4564	2.20	0,4861
0,16	0,0636	0,55	0,2088	0,94	0,3264	1,33	0,4082	1,72	0,4573	2,22	0,4868
0,17	0,0675	0,56	0,2123	0,95	0,3289	1,34	0,4099	1,73	0,4582	2,24	0,4875
0,18	0,0714	0,57	0,2157	0,96	0,3315	1,35	0,4115	1,74	0,4591	2,26	0,4881
0,19	0,0753	0,58	0,2190	0,97	0,3340	1,36	0,4131	1,75	0,4599	2,28	0,4887
0,20	0,0793	0,59	0,2224	0,98	0,3365	1,37	0.4147	1,76	0,4608	2,30	0,4893
0,21	0,0832	0,60	0,2257	0.99	0,3389	1,38	0,4162	1,77	0,4616	2,32	0,4898
0,22	0,0871	0,61	0,2291	1,00	0,3413	1,39	0,4177	1,78	0,4625	2,34	0,4904
0,23	0,0910	0,62	0,2324	1,01	0,3438	1,40	0,4192	1,79	0,4633	2,36	0,4909
0,24	0,0948	0,63	0,2357	1,02	0,3461	1.41	0,4207	1,80	0,4641	2,38	0,4913
0,25	0,0987	0,64	0,2389	1,03	0,3485	1.42	0,4222	1,81	0,4649	2,40	0,4918
0,26	0,1026	0,65	0,2422	1,04	0.3508	1,43	0,4236	1,82	0,4656	2,42	0,4922
0,27	0,1064	0,66	0,2454	1,05	0,3531	1,44	0,4251	1,83	0,4664	2.44	0,4927
0,28	0,1103	0,67	0,2486	1,06	0,3554	1,45	0,4265	1,84	0,4671	2,46	0,4931
0,29	0,1141	0,68	0,2517	1,07	0,3577	1,46	0,4279	1,85	0.4678	2,48	0,4934
0,30	0,1179	0,69	0,2549	1,08	0,3599	1,47	0,4292	1,86	0,4686	2,50	0,4938
0,31	0,1217	0,70	0,2580	1,09	0,3621	1,48	0,4306	1,87	0,4693	2,60	0,4953
0,32	0,1255	0,71	0,2611	1,10	0,3643	1,49	0,4319	1,88	0,4699	2,70	0,4965
0,33	0,1293	0,72	0,2642	1.11	0,3665	1,50	0,4332	1,89	0,4706	2,80	0,4974
0,34	0,1331	0,73	0,2673	1,12	0,3686	1,51	0,4345	1,90	0,4713	2,90	0,4981
0.35	0,1368	0,74	0,2703	1,13	0,3708	1,52	0,4357	1,91	0,4719	3,00	0,4986
0.36	0,1406	0,75	0,2734	1.14	0,3729	1,53	0,4370	1,92	0,4726	3,50	0,4997
0,37	0,1443	0,76	0.2764	1.15	0,3749	1,54	0.4382	1,93	0,4732	4,00	0,4999
0,38	0,1480	0,77	0,2794	1,16	0,3770	1,55	0,4394	1,94	0,4738	5,00	0,5

Рекомендуемая литература

1. Ганичева, А. В. Теория вероятностей : учебное пособие / А. В. Ганичева. – Санкт-Петербург : Лань, 2017. – 144 с. – ISBN 978-5-8114-2380-4. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/91078
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп.. – Москва: Юрайт, 2015. – 404 с..– Бакалавр. Прикладной курс. – ISBN 978-5-9916-3625-4 - http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2013/FN/fn-2433.pdf
3. Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 332 с. – ISBN 978-5-8114-3984-3. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/113941
4. Фролов, А. Н. Краткий курс теории вероятностей и математической статистики : учебное пособие / А. Н. Фролов. – Санкт-Петербург : Лань, 2017. – 304 с. – ISBN 978-5-8114-2460-3. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/93706
5. Решение математических задач средствами EXCEL: Практикум / В.Я. Гельман. − СПб.: Питер, 2003 − 240 с. URL: https://eknigi.org/programmirovanie/32416-reshenie-matematicheskix-zadach-sredstvami-excel.html
6. Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Теория вероятностей. Математическая статистика: учеб. Пособие / А.П. . – 2-е изд., испр. – Минск: 2007. – 336 с. URL: http://idz-ryabushko.ru/sbornik-zadaniy/

Список сайтов образовательных электронных ресурсов

1. Электронный курс «Математика 3.2» Гиль http://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=568
2. Электронный курс «Математика 3.2_Рожкова»- http://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=645
3. Электронный курс «Математика 3.2_Чернышев»- http://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=648

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математика 3.2» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело», направления 20.03.01 «Техносферная безопасность» всех форм обучения

Составитель Гиль Людмила Болеславна

Подписано к печати 30.06.20.02.2020 г.
Формат 60x84/16.Бумага «Снегурочка»
Печать CANON. Усл. печ. л. 3,24. Уч. изд. л. 3,57 .
Тираж 50 экз. Заказ 05-20. Цена свободная.
ИПЛ ЮТИ ТПУ
652000, Юрга, ул. Московская, 17.