МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

О.Н. Ефремова, Е.Д. Глазырина

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПРЕДБАКАЛАВРОВ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
для иностранных граждан
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство
Томского политехнического университета
2018

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я73
Е92

Ефремова О.Н.

Е92 Математика для предбакалавров медико-биологического профиля : учебное пособие для иностранных граждан / О.Н. Ефремова, Е.Д. Глазырина ; Томский политехнический университет. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2018. – 115 с.

В учебном пособии представлены теоретический материал и разнообразные задания по курсу «Математика», адаптированные для восприятия их иностранными гражданами на неродном языке. Содержание пособия направлено на повторение основных разделов дисциплины на русском языке в рамках школьной программы и соответствует требованиям к уровню подготовки иностранных граждан по предбакалаврской программе.

Предназначено для иностранных граждан, обучающихся по программе предбакалаврской подготовки и планирующих обучение в бакалавриате по образовательным программам медико-биологического профиля на русском языке

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я73

Рецензенты

Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике ОмГПУ
С.Н. Скарбич

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры программирования Института прикладной математики и компьютерных наук ТГУ
Е.Г. Пахомова

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие «Математика для предбакалавров медико-биологического профиля» предназначено для иностранных слушателей, обучающихся на подготовительном отделении и планирующих поступление в бакалавриат. Пособие содержит основные разделы школьного курса математики, предусмотренные рабочей программой для иностранных граждан.

При создании учебного пособия авторы ставили следующие цели:

- изложить материал для иностранных граждан на русском языке в доступной форме;
- помочь обучающимся овладеть математической терминологией на русском языке;
- пополнить словарный запас иностранных граждан для ответов на вопросы и объяснения решений примеров и задач по математике.

Пособие состоит из 16 тем школьного курса математики. Темы разделены на части. Каждая часть включает словарь с новыми словами и выражениями, теоретическую информацию, примеры, задачи с решением, разнообразные задания для самостоятельного выполнения, таблицы и рисунки.

Пособие содержит основные конструкции, которые позволяют обучающимся формулировать определения понятий, читать формулы и примеры, отвечать на вопросы, задаваемые им при изучении курса математики. Предложены лексико-грамматические тесты, которые могут быть использованы в качестве контроля усвоения обучающимися лексического материала по теме.

Учебный материал в пособии изложен просто и наглядно, с математической строгостью и логичностью. В пособии не приводятся доказательства теорем и вывод математических формул, т. к. курс рассчитан на 44 аудиторных часа.

Пособие может быть использовано преподавателями и обучающимися как на занятиях, так и в процессе организации самостоятельной работы.

ВВЕДЕНИЕ

При обучении на подготовительном отделении медико-биологического профиля иностранные граждане должны научиться использовать на русском языке терминологию, лексику и конструкции, характерные для языка математики, и повторить основы школьного курса математики.

Учебное пособие предназначено для иностранных граждан, обучавшихся в школе не на русском языке и желающих продолжить обучение в бакалавриате в России.

Числа и действия над ними, элементы теории множеств, линейные и квадратные уравнения и неравенства, системы линейных уравнений, прямоугольная система координат, фигуры на плоскости, основные элементарные функции и дифференцирование функции одной переменной являются основополагающими разделами школьной математики.

Знания по данным разделам школьной математики на русском языке служат теоретическим фундаментом для освоения математики на первом курсе бакалавриата в российских медицинских вузах.

Авторы надеются, что, изучив материал учебного пособия, иностранные граждане сформируют навыки использования основных понятий, терминов, символов и математических конструкций на русском языке. В дальнейшем эти умения будут необходимы учащимся при освоении высшей математики на первом курсе бакалавриата.

Желаем успеха!

Тема 1. Натуральные числа. Арифметические операции

1.1. Натуральные числа

Словарь к теме

ци́фра число́ натура́льное число́ мно́жество натура́льных чи́сел	испо́льзовать *что? для чего?* знак обознача́ть – обозна́чить *что? чем?*

Цифры **читают**:

0 – ноль (нуль); 1 – оди́н[1]; 2 – два; 3 – три; 4 – четы́ре;
5 – пять; 6 – шесть; 7 – семь; 8 – во́семь; 9 – де́вять.

Буквы и записи **читают**:

n – эн (эн ма́леньк**ое**);
N – эн (эн больш**о́е**);
… – и так да́лее.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Цифры – это знаки. Цифры используют для записи чисел. Сейчас цифры – это десять знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Числа 1, 2, 3, … n, … – это натуральные числа. В математике множество всех натуральных чисел обозначают большой латинской буквой N.

Б) Прочитайте числа.

Числа **читают:**

10 – де́сять;	80 – во́семьдесят;	6000 – шесть ты́сяч;
11 – оди́ннадцать;	90 – девяно́сто;	7000 – семь ты́сяч;
12 – двена́дцать;	100 – сто[2];	8000 – во́семь ты́сяч;
13 – трина́дцать;	200 – две́сти;	9000 – де́вять ты́сяч;
14 – четы́рнадцать;	300 – три́ста;	10000 – де́сять ты́сяч;
15 – пятна́дцать;	400 – четы́реста;	100000 – сто ты́сяч;
16 – шестна́дцать;	500 – пятьсо́т;	1000000 – оди́н миллио́н;
17 – семна́дцать;	600 – шестьсо́т;	2000000 – два миллио́на;
18 – восемна́дцать;	700 – семьсо́т;	3000000 – три миллио́на;
19 – девятна́дцать;	800 – восемьсо́т;	4000000 – четы́ре миллио́на;
20 – два́дцать;	900 – девятьсо́т;	5000000 – пять миллио́нов;
30 – три́дцать;	1000 – одна́ ты́сяча[3];	6000000 – шесть миллио́нов;
40 – со́рок;	2000 – две ты́сячи;	7000000 – семь миллио́нов;
50 – пятьдеся́т;	3000 – три ты́сячи;	8000000 – во́семь миллио́нов;
60 – шестьдеся́т;	4000 – четы́ре ты́сячи;	9000000 – де́вять миллио́нов;
70 – се́мьдесят;	5000 – пять ты́сяч;	10000000 – де́сять миллио́нов.

[1] Один = едини́ца.
[2] Сто = со́тня.
[3] Одна ты́сяча = ты́сяча.

Задание 2. Прочитайте чи́сла.
1) 1; 11; 10; 100; 1000; 10000; 100000; 1000000;
2) 2; 12; 20; 200; 2000; 20000; 200000; 2000000;
3) 3; 13; 30; 300; 3000; 30000; 300000; 3000000;
4) 4; 14; 40; 400; 4000; 40000; 400000; 4000000;
5) 5; 15; 50; 500; 5000; 50000; 500000; 5000000;
6) 6; 16; 60; 600; 6000; 60000; 600000; 6000000;
7) 7; 17; 70; 700; 7000; 70000; 700000; 7000000;
8) 8; 18; 80; 800; 8000; 80000; 800000; 8000000;
9) 9; 19; 90; 900; 9000; 90000; 900000; 9000000;
10) 12; 18; 19; 20; 27; 32; 46; 53; 68; 77; 89; 99;
11) 110; 111; 121; 132; 145; 158; 176; 187; 199;
12) 234; 345; 456; 567; 678; 789; 799; 890; 981;
13) 1001; 2003; 2016; 3089; 4125; 5016; 9987;
14) 10023; 23405; 42110; 56018; 89761; 92200.

Задание 3. Прочитайте числа и ответьте на вопросы:
1. Сколько в числе цифр?
2. Какие это цифры?

Образе́ц. Число 432 – четыреста тридцать два. Здесь три цифры. Это цифры четыре, три и два.

1) 539;	2) 1074;	3) 19;	4) 7;	5) 318;	6) 1259;
7) 28;	8) 2731;	9) 96;	10) 863;	11) 29;	12) 532.

1.2. Арифметические операции. Компоненты арифметических операций

Словарь к теме

арифме́тика арифмети́ческая опера́ция компоне́нт опера́ция *над чем?* над чи́слами приме́р равно́ результа́т плюс сложе́ние слага́емое су́мма ми́нус вычита́ние уменьша́емое вычита́емое	ра́зность умноже́ние мно́житель произведе́ние деле́ние дели́мое дели́тель констру́кция изуча́ть – изучи́ть *что?* находи́ть – найти́ *что?* вычита́ть – вы́честь *из чего? что?* дели́ть – раздели́ть *что? на что?* прибавля́ть – приба́вить *к чему? что?* скла́дывать – сложи́ть *что? и что?* умножа́ть – умно́жить *что? на что?*

Задание 4. Прочитайте текст.

Арифметика изучает числа и операции над ними. Сложение, вычитание, умножение и деление – это операции над числами. Операции сложения, вычитания, умножения и деления – это арифметические операции.

Зна́ки **читают:**

=	равно
+	плюс
–	минус
· (или ×)	умножить на
:	разделить на

Задание 5. Запомните компоненты арифметических операций.

Операция сложения: $3 + 5 = 8$

Первое слагаемое | Второе слагаемое | Сумма

Операция вычитания: $10 – 7 = 3$

Уменьшаемое | Вычитаемое | Разность

Операция умножения: $6 \cdot 2 = 12$

Первый множитель | Второй множитель | Произведение

Операция деления: $15 : 5 = 3$

Делимое | Делитель | Частное

Задание 6. А) Прочитайте конструкции с глаголами. Составьте предложения с глаголами.

Образе́ц. Вычита́ть – вы́честь *из чего? что?* (*что? из чего?*) **Из числа** десять **вычесть** пять. **Вычесть** пять **из числа** десять.

1) вычита́ть – вы́честь *из чего? что?* (*что? из чего?*);
2) дели́ть – раздели́ть *что? на что?*;
3) прибавля́ть – приба́вить *к чему? что?* (*что? к чему?*);
4) скла́дывать – сложи́ть *что? и что?*;
5) умножа́ть – умно́жить *что? на что?*.

Б) Прочитайте примеры и задания в таблице.

Пример	Задание		
10 + 12	**сложи́те** (*что? и что?*) 10 и 12	**приба́вьте** (*к чему?*) к числу 10 (*что?*) число 12	**найди́те су́мму** чисел 10 и 12
12 – 7	**вы́чтите** (*из чего?*) из числа 12 (*что?*) число 7	**вы́чтите** (*что?*) число 7 (*из чего?*) из числа 12	**найди́те ра́зность** чисел 12 и 7
10 · 3	**умно́жьте** (*что? и что?*) 10 и 3; **умно́жьте** (*что?*) 10 (*на что?*) на 3		**найди́те произведе́ние** чисел 10 и 3
16 : 2	**раздели́те** (*что?*) 16 (*на что?*) на 2		**найди́те ча́стное** чисел 16 и 2

Задание 7. Запишите операцию и результат.

Образе́ц. Сложите числа 15 и 19. **Запишем:** $15+19=34$. **Результат** – это сумма.

1. Вычтите из числа 102 число 17.
2. Сложите числа 12 и 13.
3. Умножьте 5 на 13.
4. Разделите 102 на 51.
5. Найдите сумму чисел 5 и 79.
6. Прибавьте число 7 к числу 12.
7. Найдите частное чисел 35 и 7.
8. Найдите разность чисел 19 и 11.
9. Найдите произведение чисел 6 и 12.
10. Вычтите число 5 из числа 50.
11. Умножьте числа 5 и 7.
12. Разделите 75 на 5.
13. Сложите числа 9 и 8.
14. Найдите частное чисел 70 и 10.
15. Прибавьте к числу 19 число 18.
16. Разделите 15 на 3.
17. Найдите разность чисел 27 и 8.
18. Найдите произведение чисел 10 и 13.

Задание 8. Прочитайте примеры. Назовите операцию и её компоненты.

Образе́ц. 2 + 5 = 7. Два плюс пять равн**о** числ**у** семь. Это операция сложени**я**. 2 и 5 – это слагаемые. 7 – это сумма.

1) 10 + 12 = 22;   2) 12 – 10 = 2;   3) 10 · 12 = 120;   4) 12 : 2 = 6;
5) 22 + 17 = 39;   6) 53 – 13 = 40;   7) 7 · 19 = 133;   8) 32 : 16 = 2;
9) 13 + 19 = 32;   10) 18 – 11 = 7;   11) 9 · 13 = 117;   12) 18 : 2 = 9;
13) 2 + 18 = 20;   14) 19 – 18 = 1;   15) 6 · 15 = 90;   16) 66 : 3 = 22.

Задания

Задание 1. Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что такое цифра?
2. Сколько сейчас цифр?
3. Назовите все натуральные числа.
4. Какие арифметические операции Вы знаете?
5. Назовите знаки арифметических операций.
6. Назовите компоненты операции сложения.
7. Назовите компоненты операции вычитания.
8. Назовите компоненты операции деления.
9. Назовите компоненты операции умножения.
10. Назовите результат операции вычитания 12 – 10 = 2.
11. Назовите результат операции сложения 10 + 12 = 22.
12. Назовите результат операции умножения 10 · 3 = 30.
13. Назовите результат операции деления 16 : 2 = 8.
14. Какой буквой обозначают множество натуральных чисел?

Задание 2. Запишите числа цифрами.

1) семь; 2) семнадцать; 3) двадцать семь;
4) пятнадцать; 5) девятнадцать; 6) пятьдесят три;
7) тринадцать; 8) восемнадцать; 9) двести один;
10) сто пять; 11) двенадцать; 12) триста шесть;
13) четыреста восемьдесят девять; 14) шестьсот пятьдесят три;
15) две тысячи семнадцать; 16) триста шестьдесят пять;
17) шестьдесят восемь; 18) пятьсот пятьдесят;
19) тысяча восемьдесят два; 20) сто семьдесят девять.

Задание 3. Запишите операцию и ответ.

Образе́ц. Вычтите из числа 12 число 3. **Запишем:** 12 – 3 = 9.

1. Сложите числа 7 и 13.
2. Вычтите из числа 47 число 19.
3. Умножьте 5 на 9.
4. Прибавьте к числу 17 число 25.
5. Разделите 48 на 6.
6. Найдите сумму чисел 35 и 39.
7. Найдите произведение чисел 5 и 12.
8. Найдите частное чисел 56 и 8.
9. Найдите разность чисел 90 и 85.
10. Вычтите из числа 45 число 17.
11. Прибавьте число 11 к числу 32.
12. Вычтите число 8 из числа 19.
13. Сложите числа 18 и 23.
14. Разделите 72 на 9.
15. Найдите разность чисел 39 и 8.

Задание 4. Запишите в таблице пропущенные слова.

Глагол	Операция	Компоненты	Результат
Сложить	…	…	…
…	Вычитание	…	…
…	…	Первый множитель, второй множитель, произведение	…
Разделить	…	…	Частное

Задание 5. Соедините левую и правую части таблицы.

Левая часть	Правая часть
N	минус
=	множество натуральных чисел
4	плюс
·	равно
+	разделить на
14	умножить на
–	цифра
:	число

Задание 6. Закончите предложения.

1. Цифры – это … .
2. Сейчас цифры – это десять … .
3. Цифры используют для записи … .
4. Числа 1, 2, 3, … n, … – это … .
5. Большой латинской буквой N обозначают … .
6. Арифметика изучает … .
7. Сложение, вычитание, умножение и деление – это … .
8. Плюс (+), минус (–), умножить на (·) и разделить на (:) – это … .
9. Сумма, разность, слагаемое, делитель и так далее – это … .
10. Плюс (+) – это знак операции … .
11. Уменьшаемое, вычитаемое, разность – это компоненты операции … .

Задание 7. Запишите в предложения глаголы *вычесть, изучает, используют, обозначают*, *прибавить, разделить, умножить*.

1. Цифры ______________ для записи чисел.
2. В математике множество всех натуральных чисел ________________ большой латинской буквой N.
3. Арифметика ______________ числа и операции над ними.
4. Из числа три _____________ два.
5. Десять ______________ на пять.
6. К шести _____________ семь.
7. ______________ шесть на три.

Тема 2. Сравнение чисел.
Положительные и отрицательные числа

Словарь к теме

де́йствие арифмети́ческое де́йствие приме́р нера́венство ра́венство реше́ние отрица́тельное число́ положи́тельное число́ поря́док ско́бка в ско́бках (п. п. мн. ч.) квадра́тные ско́бки	кру́глые ско́бки фигу́рные ско́бки числово́е выраже́ние числово́е ра́венство за́дан, за́дана, за́дано, за́даны испо́льзовать *что? для чего?* содержа́ть *что?* сра́внивать – сравни́ть *что? с чем?* существова́ть бо́льше ме́ньше кото́рый, -ая, -ое, -ые

Знаки и записи **читают**:

(…)	кру́глые ско́бки
[…]	квадра́тные ско́бки
{…}	фигу́рные ско́бки
(2 + 3)	выраже́ние два плюс три **в** ско́бк**ах**
$\neq$	не равно́
$<$	ме́ньше
$>$	бо́льше
$\leq$	ме́ньше или равно́
$\geq$	бо́льше или равно́
$a < b$	а ме́ньше, чем бэ
$x > 7$	икс бо́льше, **чем** (*что?*) **семь**
$y \leq 1$	и́грек ме́ньше или ра́вен (*чему?*) одном**у**

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Действия (арифметические действия) – это арифметические операции. Мы знаем четыре действия: сложение, вычитание, умножение и деление. **Числовое выражение** – это запись, которая [4] содержит числа и знаки арифметических операций. Числовое выражение может содержать скобки.

Например, 5 + (9 – 3) – это числовое выражение. Числовое выражение содержит числа 5, 9 и 3, знаки «плюс», «минус» и круглые скобки.

Выражение 5 + (9 – 3) = 11 – это числовое равенство.

[4] Это запись, **которая** содержит числа и знаки. = Это запись. **Она** содержит числа и знаки.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.
1. Что такое арифметическое действие?
2. Какие арифметические действия Вы знаете?
3. Что такое числовое выражение?
4. Какие знаки может содержать числовое выражение?
5. Какие знаки содержит числовое выражение 5 + (9 – 3)?
6. Сколько чисел содержит числовое равенство 5 + (9 – 3) = 11?
7. Приведите пример числового выражения.
8. Приведите пример числового равенства.

Задание 2. Прочитайте числа и числительные в таблице.

Число	**И. п. что? сколько?**	**Д. п. чему? скольки?**	**Число**	**И. п. что? сколько?**	**Д. п. чему? скольки?**
0	нуль / ноль	нул**ю́**	30	тридцать	тридцат**и́**
1	один / единица	одн**ому́** / едини́ц**е**	40	сорок	сорок**а́**
2	два	дв**ум**	50	пятьдесят	пят**и́**десят**и**
3	три	тр**ём**	60	шестьдесят	шест**и́**десят**и**
4	четыре	четыр**ём**	70	семьдесят	сем**и**десят**и**
5	пять	пят**и́**	80	восемьдесят	вос**ьми́**десят**и**
6	шесть	шест**и́**	90	девяносто	девяно́ст**а**
7	семь	сем**и́**	100	сто	ст**а**
8	восемь	вос**ьми́**	200	двести	дв**ум**ст**а́м**
9	девять	девят**и́**	300	триста	тр**ём**ст**а́м**
10	десять	десят**и́**	400	четыреста	четыр**ём**ст**а́м**
11	одиннадцать	оди́ннадцат**и**	500	пятьсот	пят**и**ст**а́м**
12	двенадцать	двена́дцат**и**	600	шестьсот	шест**и**ст**а́м**
13	тринадцать	трина́дцат**и**	700	семьсот	сем**и**ст**а́м**
14	четырнадцать	четы́рнадцат**и**	800	восемьсот	вос**ьми**ст**а́м**
15	пятнадцать	пятна́дцат**и**	900	девятьсот	девят**и**ст**а́м**
20	двадцать	двадцат**и́**	1000	одна тысяча	одн**о́й** ты́сяч**е**
21	двадцать один	двадцат**и́** одн**ому́**	2000	две тысячи	дв**ум** ты́сяч**ам**
22	двадцать два	двадцат**и́** дв**ум**	5000	пять тысяч	пят**и́** ты́сяч**ам**
23	двадцать три	двадцат**и́** тр**ём**	1000000	миллион	миллио́н**у**

Задание 3. Прочитайте равенства. Назовите операции и результат вычисления.

Образец. 5 + (9 – 3) = 11 – пять плюс выражение девять минус три **в круглых скобках** равно одиннадцат**и**. В равенстве есть операции сложения и вычитания. Результат вычисления равен одиннадцат**и**.

1) $19+3-5=17$; 2) $19+3\cdot 5=34$; 3) $13+9:3-6\cdot 2=4$;
4) $18:3\cdot 5=30$; 5) $[25-20]:5=1$; 6) $(18:3+4)\cdot 2=20$;
7) $17-20:5=13$; 8) $\{18-3\}\cdot 5=75$; 9) $30+(15-3):2=36$.

Задание 4. А) Прочитайте текст.

Знаки =, ≠, <, >, ≤, ≥ – это знаки сравнения. Эти знаки используют для сравнения чисел между собой. Например, $7 \neq 9$ или $7 < 9$.

Если два числовых выражения соединены знаками ≠, <, >, ≤, ≥, то говорят, что задано **числовое неравенство**. Например, $7 < 9$ – это числовое неравенство.

Любое число можно сравнить с числом 0. Например, $a > 0$ или $a < 0$.

Существуют положительные и отрицательные числа. **Положительное число** – это число, которое больше, чем нуль[5]. **Отрицательное число** – это число, которое меньше, чем нуль. Число 0 – это не положительное и не отрицательное число. Все натуральные числа – положительные числа.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Сколько знаков сравнения Вы знаете?
2. Назовите знаки сравнения.
3. Запишите числовое неравенство.
4. С каким числом сравнивают числа?
5. Что такое положительное число?
6. Приведите пример положительного числа.
7. Что такое отрицательное число?
8. Приведите пример отрицательного числа.
9. Число нуль – это положительное или отрицательное число?
10. Натуральные числа – это положительные или отрицательные числа?

Задание 5. А) Прочитайте констру́кции и примеры их испо́льзования.

Что? – это что?.

Действие – это арифметическая *операция*.

Что? – это что?, потому что … .

Пять – это положительное число, потому что пять больше, чем нуль.

Если … , то … .

Если a и b – натуральные числа, *то* произведение чисел a и b – натуральное число.

[5] Положительное число – это число, **которое** больше, чем нуль. = Положительное число – это число. **Оно** больше, чем нуль.

Б) Составьте предложения, используйте конструкции «что? – это что?», «что? – это что?, потому что» и «если … , то …».

Задание 6. Прочитайте констру́кции и примеры. Определи́те падежи́ числи́тельных.

Что? (ско́лько?) меньше (больше), чем **что? (ско́лько?)**

Два *меньше, чем* ***пять.***
Пять *больше, чем* ***два.***

Что? (**ско́лько?**) меньше (больше) **чего? (сколькú?)**

Два *меньше пят**и**.*
Пять *больше дв**ух**.*

Что? (**ско́лько?**) меньше (больше) или равно **чему?** (**сколькú?**)

*Числ**о** а меньше или равно дв**ум**.*
*Числ**о** а больше или равно дв**ум**.*

Задание 7. А) Прочитайте неравенства.

Образец. 4 < 6. Четыре меньше, чем шесть. $7 \neq 9$ – семь не равно числ**у** девять (семь не равно девят**и**).

1) $2<5$; 2) $5>3$; 3) $14>5$; 4) $6<7$; 5) $4\neq 3$; 6) $8>0$;
7) $21<24$; 8) $87>85$; 9) $30>21$; 10) $18<19$; 11) $5\neq 8$; 12) $3<7$.

Б) Прочитайте ра́венства.

Образец. Равенство читают:
a = 5 – а равн**о́** пят**и́**; b = 3 – бэ равн**о́** тр**ём**;
x = 5 – икс ра́в**ен** пят**и́**; y = 5 – и́грек ра́в**ен** пят**и́**.

1) $a=2$; 2) $x=1$; 3) $b=8$; 4) $y=7$;
5) $x=100$; 6) $a=101$; 7) $b=53$; 8) $x=503$;
9) $y=1003$; 10) $a=35$; 11) $b=61$; 12) $a=601$.

Задание 8. Прочитайте число. Это положительное или отрицательное число? Почему?

Образец. 1) –13. Минус тринадцать – это отрицательное число, потому что минус тринадцать меньше, чем нуль: –13 < 0.

2) 18. Восемнадцать – это положительное число, потому что восемнадцать больше, чем нуль: 18 > 0.

1) 7; 2) – 1; 3) 12; 4) – 85; 5) 0; 6) 24; 7) – 76.

Задание 9. Прочитайте предложения в таблице. Обратите внимание на предлоги и вопросительные конструкции.

Вопрос	Решение	Ответ
На сколько число a больше, чем b?	$a - b = c$	Число a больше, чем b **на** c.
На сколько число c меньше, чем d?	$d - c = a$	Число c меньше, чем d **на** a.
Во сколько раз число a больше, чем b?	$a : b = c$	Число a больше, чем b **в** c **раз**.
Во сколько раз число c меньше, чем d?	$d : c = a$	Число c меньше, чем d **в** a **раз**.

Задание 10. Ответьте на вопросы.
1. На сколько число 40 больше, чем 4?
2. На сколько число 5 меньше, чем 25?
3. Во сколько раз 40 больше, чем 4?
4. Во сколько раз 5 меньше, чем 25?
5. На сколько число 16 больше, чем 4?
6. Во сколько раз 4 меньше, чем 16?
7. Во сколько раз 25 больше, чем 5?

Задания

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Найдём значение выражения $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3)$. Выражение $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3)$ содержит 4 действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Сначала выполним действие в скобках $(15 + 6 : 3)$. Первое действие – это деление. Результат деления равен двум $(6 : 3 = 2)$. Второе действие – сложение $(15 + 2 = 17)$. Третье действие – умножение $(4 \cdot 17 = 68)$. Четвёртое действие – вычитание $(85 - 68 = 17)$.

Значение выражения $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3)$ равно 17.

Ответ. $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3) = 17$.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.
1. Какие действия содержит выражение $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3)$?
2. Какие действия выполняют сначала?
3. Назовите результат операции деления.
4. Назовите результат операции сложения.
5. Назовите третье действие.
6. Назовите результат операции умножения.
7. Какое четвёртое действие?
8. Назовите результат операции вычитания?
9. Чему равно значение выражения $85 - 4 \cdot (15 + 6 : 3)$?

Задание 2. Найдите значение выражений. Объясните порядок выполнения действий. Назовите результат вычисления.

1) $11 - 5 + 2$; 2) $10 : 2 + 4$; 3) $2 \cdot 6 - 5$;
4) $30 - 2 \cdot (5 + 2)$; 5) $(15 : 5 - 1) + 4$; 6) $(12 - 5) \cdot 3 + 6$.

Задание 3. Сравните числа. Какое число больше? Какое число меньше?

Образе́ц. Сравните числа 7 и 17. Число 17 больше, чем 7. Число 7 меньше, чем 17.

1) 2 и 3; 2) 6 и 4; 3) 5 и 7; 4) 12 и 19; 5) 8 и 4;
6) 13 и 17; 7) 18 и 81; 8) 9 и 19; 9) 20 и 25; 10) 45 и 53.

Задание 4. А) Прочитайте текст.

Сравним числа 9 и 18. Число 9 меньше, чем 18. Число 18 больше, чем 9. Найдём разность чисел 18 и 9. Получим $18 - 9 = 9$. Следовательно, число 9 меньше, чем число 18 **на 9**. Найдём частное чисел 18 и 9. Получим $18 : 9 = 2$. Следовательно, 18 больше, чем 9 **в 2 раза**.

Б) Ответьте на вопросы.

1. Какое из чисел 18 и 9 больше?
2. Какое из чисел 18 и 9 меньше?
3. На сколько 9 меньше, чем 18?
4. Во сколько раз 18 больше, чем 9?
5. Во сколько раз 9 меньше, чем 18?
6. На сколько 18 больше, чем 9?

Задание 5. Сравните числа. На сколько первое число больше (меньше), чем второе? Объясните почему?

Образе́ц. 18 и 6. 18 больше, чем 6 на 12, потому что $18 - 6 = 12$.

1) 27 и 3; 2) 30 и 5; 3) 12 и 4; 4) 15 и 45;
5) 12 и 48; 6) 18 и 54; 7) 56 и 28; 8) 56 и 7.

Задание 6. Сравните числа. Во сколько раз первое число больше (меньше), чем второе? Объясните почему?

Образе́ц. 6 и 18. 6 меньше, чем 18 в 3 раза, потому что $18 : 6 = 3$.

1) 27 и 3; 2) 30 и 5; 3) 12 и 4; 4) 15 и 45;
5) 12 и 48; 6) 18 и 54; 7) 56 и 28; 8) 56 и 7.

Задание 7. Запишите прилагательные в правильной форме: *арифметический, -ая, -ое, -ие; круглый, -ая, -ое, -ые; положительный, -ая, -ое, -ые; числовой, -ая, -ое, -ые*.

1) ______________ выражение; 2) ______________ действия;
3) ______________ неравенство; 4) ______________ скобки;
5) ______________ число; 6) ______________ операция.

Задание 8. Соедините левую и правую части таблицы.

Левая часть	Правая часть
9	не положительное и не отрицательное число
5 + (9 – 3)	отрицательное число
9 – 3	положительное число
5 + (9 – 3) = 11	числовое выражение
– 9	числовое неравенство
9 > 3	числовое равенство
0	арифметическая операция
>	знак арифметической операции
+	знак сравнения

Задание 9. Выберите правильный вариант ответа.

1. Любое число можно … с числом 0.
а) содержит; б) сравнить; в) найдём; г) выполним.
2. … значение выражения 85 – 4 · (15 + 6 : 3).
а) Содержит; б) Сравнить; в) Найдём; г) Выполним.
3. Сначала … действие в скобках (15 + 6 : 3).
а) содержит; б) сравнить; в) найдём; г) выполним.
4. Числовое выражение 5 + (9 – 3) … числа 5, 9 и 3.
а) содержит; б) сравнить; в) найдём; г) выполним.
5. Числовое выражение 85 – 4 · (15 + 6 : 3) содержит … .
а) квадратные скобки; б) круглые скобки; в) фигурные скобки.
6. Восемнадцать … нуль.
а) равен; б) равно; в) больше, чем; г) меньше, чем.
7. Результат вычисления … одиннадцати.
а) равен; б) равно; в) больше, чем; г) меньше, чем.
8. Семь не … девяти.
а) равен; б) равно; в) больше, чем; г) меньше, чем.
9. Минус тринадцать … нуль.
а) равен; б) равно; в) больше, чем; г) меньше, чем.
10. Два меньше, чем … .
а) три; б) трёх; в) трём.
11. Число *x* больше или равно … .
а) три; б) трёх; в) трём.
12. Шесть больше … .
а) три; б) трёх; в) трём.
13. Число три меньше, чем девять … .
а) на три; б) в три раза; в) на минус шесть.
14. Число шесть больше, чем три … .
а) на три; б) в три раза; в) на минус шесть.
15. Если умножим три … , то получим минус восемнадцать.
а) на три; б) в три раза; в) на минус шесть.

Тема 3. Дроби

3.1. Обыкновенные дроби

Словарь к теме

величина́	сме́шанная дробь
дробь (ж. р.) [дропь]	знамена́тель (м. р.) *чего?* дро́би
пра́вило	числи́тель (м. р.) *чего?* дро́би
сво́йство	дро́бная черта́
соотве́тствие	дро́бная часть
треть (одна́ тре́тья)	це́лая часть
часть (ж. р.)	выполня́ть – вы́полнить *что?*
черта́	изменя́ть – измени́ть *что?*
че́тверть (одна́ четвёртая)	принадлежа́ть *чему?*
фо́рмула	рассма́тривать – рассмотре́ть *что?*
непра́вильная дробь	основно́й, -ая, -ое, -ые
обыкнове́нная дробь (= дробь)	полови́на (одна́ втора́я)
пра́вильная дробь	одно́ и то же = одина́ковое

Знаки и записи **читают:**

$a:b$, $\dfrac{a}{b}$ – а разделить на бэ;

$\in$ – принадлежи́т;

$a, b \in N$ – а **и** бэ принадлеж**ат** эн;

$\dfrac{a \cdot m}{b \cdot m}$ – *дробь, в числителе*: а умножить на эм, *в знаменателе*: бэ умножить на эм.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Пусть $a, b \in N$. Частное чисел a и b можно записать как $a:b$ или $\frac{a}{b}$.

Число $\frac{a}{b}$ – это **обыкновенная дробь**. Число a – это **числитель дроби** $\frac{a}{b}$. Число b – это **знаменатель дроби** $\frac{a}{b}$.

Запись дроби $\frac{a}{b}$ содержит число a (числитель дроби), число b (знаменатель дроби) и дробную черту (черту между числами a и b).

Б) Ответьте на вопросы.
1. Что такое обыкновенная дробь?
2. Что такое числитель дроби $\frac{a}{b}$?
3. Что такое знаменатель дроби $\frac{a}{b}$?

Задание 2. Прочитайте числа и числительные в таблице.

Число	**И. п., ж. р., ед. ч. какая?**	**Р. п., мн. ч. каких?**	**Число**	**И. п., ж. р., ед. ч. какая?**	**Р. п., мн. ч. каких?**
1	пе́рв**ая**	пе́рв**ых**	30	тридца́т**ая**	тридца́т**ых**
2	втор**а́я**	втор**ы́х**	40	сорок**ова́я**	сорок**овы́х**
3	тре́ть**я**	тре́ть**их**	50	пят**и**деся́т**ая**	пят**и**деся́т**ых**
4	четвёрт**ая**	четвёрт**ых**	60	шест**и**деся́т**ая**	шест**и**деся́т**ых**
5	пя́т**ая**	пя́т**ых**	70	сем**и**деся́т**ая**	сем**и**деся́т**ых**
6	шест**а́я**	шест**ы́х**	80	вос**ьми**деся́т**ая**	вос**ьми**деся́т**ых**
7	сед**ьма́я**	сед**ьмы́х**	90	девяно́ст**ая**	девяно́ст**ых**
8	вос**ьма́я**	вос**ьмы́х**	100	**со́тая**	**со́тых**
9	девя́т**ая**	девя́т**ых**	200	двух**со́тая**	двухсо́т**ых**
10	деся́т**ая**	деся́т**ых**	300	трёх**со́тая**	трёхсо́т**ых**
11	оди́ннадцат**ая**	оди́ннадцат**ых**	400	четырёх**со́тая**	четырёхсо́т**ых**
12	двена́дцат**ая**	двена́дцат**ых**	500	пят**исо́тая**	пят**исо́тых**
13	трина́дцат**ая**	трина́дцат**ых**	600	шест**исо́тая**	шест**исо́тых**
14	четы́рнадцат**ая**	четы́рнадцат**ых**	700	сем**исо́тая**	сем**исо́тых**
15	пятна́дцат**ая**	пятна́дцат**ых**	800	вос**ьмисо́тая**	вос**ьмисо́тых**
20	двадца́т**ая**	двадца́т**ых**	900	девят**исо́тая**	девят**исо́тых**
21	два́дцат**ь** пе́рв**ая**	двадцат**ь** пе́рв**ых**	1000	ты́сяч**ная**	ты́сяч**ных**
22	два́дцать втор**а́я**	двадцат**ь** втор**ы́х**	2000	дв**ух**ты́сяч**ная**	дв**ух**ты́сяч**ных**

Задание 3. Прочитайте правило, как читают дроби.

Рассмотрим дробь $\frac{a}{b}$.

Случай 1	**Случай 2**
Если $a = 1; 21; 31; \ldots; 91; 101; 121; \ldots,$ $b \neq 3; 23; 33; \ldots; 93; 103; 123; \ldots,$ то дроби **читают:** $\frac{1}{2}$ – одн**а́** втор**а́я (**полови́на**)**; $\frac{1}{4}$ – одн**а́** четвёрт**ая** (че́тверть).	Если $a = 1; 21; 31; \ldots; 91; 101; 121; \ldots,$ $b = 3; 23; 33; \ldots; 93; 103; 123; \ldots,$ то дроби **читают:** $\frac{1}{3}$ – одн**а́** тре́ть**я** (треть); $\frac{41}{33}$ – со́рок одн**а́** три́дцать тре́ть**я**.

Запомните!

$\frac{1}{1}$ – однá пéрв**ая**; $\frac{1}{2}$ – однá втор**áя**;
$\frac{1}{7}$ – однá сед**ь**м**áя**; $\frac{1}{8}$ – однá во**сь**м**áя**;
$\frac{1}{40}$ – однá сороков**áя**; $\frac{1}{100}$ – однá сóт**ая**;
$\frac{1}{3}$ – однá трéть**я**.

Случай 3	Случай 4
Если $a \neq 1; 21; 31; \ldots; 91; 101; 121; \ldots,$ $b \neq 3; 23; 33; \ldots; 93; 103; 123; \ldots,$ то дроби **читают:** $\frac{2}{5}$ – дв**е** пя́т**ых**; $\frac{5}{7}$ – пять седьм**ы́х**.	Если $a \neq 1; 21; 31; \ldots; 91; 101; 121; \ldots,$ $b = 3; 23; 33; \ldots; 93; 103; 123; \ldots,$ то дроби **читают:** $\frac{2}{3}$ – дв**е** трéть**их**; $\frac{5}{103}$ – пять сто трéть**их**.

Запомните!

$\frac{7}{2}$ – семь втор**ы́х**; $\frac{3}{8}$ – три во**сь**м**ы́х**;
$\frac{2}{7}$ – две сед**ь**м**ы́х**; $\frac{2}{3}$ – две трéть**их**.

одн**а** (*как**ая**?*) перв**ая**, втор**ая**, треть**я**, четвёрт**ая** …

двадцать одн**а** (*как**ая**?*) перв**ая**, втор**ая**, треть**я**, четвёрт**ая** …

дв**е** (*как**их**?*) перв**ых**, втор**ых**, треть**их**, четвёрт**ых** …

три, четыре, пять … (*как**их**?*) перв**ых**, втор**ых**, треть**их**, четвёрт**ых** …

Задание 4. Прочитайте дроби.

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{21}{30}$; $\frac{31}{40}$; $\frac{41}{80}$; $\frac{101}{100}$;

2) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{23}$; $\frac{1}{33}$; $\frac{31}{3}$; $\frac{41}{43}$; $\frac{51}{53}$; $\frac{31}{103}$; $\frac{61}{63}$; $\frac{71}{33}$; $\frac{81}{203}$;

3) $\frac{13}{2}$; $\frac{15}{2}$; $\frac{17}{2}$; $\frac{19}{2}$; $\frac{21}{2}$; $\frac{27}{2}$; $\frac{31}{2}$; $\frac{43}{2}$; $\frac{59}{2}$; $\frac{83}{2}$; $\frac{91}{2}$;

4) $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{12}{23}$; $\frac{18}{19}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{3}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{15}{26}$; $\frac{12}{31}$; $\frac{21}{22}$; $\frac{31}{37}$.

Задание 5. Выполните задание по образцу.

Образец. $\frac{1}{9}$ – одна девятая. Это обыкновенная дробь. Один – это числитель дроб**и**, девять – это знаменатель дроб**и**.

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{3}{7}$; 4) $\frac{5}{8}$; 5) $\frac{71}{19}$;

6) $\frac{21}{40}$; 7) $\frac{22}{18}$; 8) $\frac{18}{20}$; 9) $\frac{31}{53}$; 10) $\frac{22}{21}$.

3.2. Правильные и неправильные дроби. Смешанные дроби

Дроби **читают:**

$1\frac{1}{2}$ – однá цéл**ая**, однá втор**áя** (или одна целая **и** одна вторая);

$1\frac{2}{3}$ – однá цéл**ая**, две трéть**их**;

$2\frac{3}{5}$ – две цéл**ых**, три пя́т**ых**;

$18\frac{5}{7}$ – восемнáдцать цéл**ых,** пять седьм**ы́х**.

Задание 6. А) Прочитайте текст.

Рассмотрим обыкновенную дробь $\frac{a}{b}$. Если $a < b$, то дробь $\frac{a}{b}$ – **правильная дробь**. Если $a \geq b$, то дробь $\frac{a}{b}$ – **неправильная дробь**. Неправильную дробь можно записать как **смешанную дробь**. Смешанная дробь имеет две части: **целую часть** и **дробную часть**.

Например, дробь $\frac{1}{2}$ – это правильная дробь, потому что числитель дроби (число один) меньше, чем её знаменатель (число два). Дробь $\frac{13}{2}$ – это неправильная дробь, потому что числитель дроби (число тринадцать) больше, чем её знаменатель (число два). Неправильную дробь $\frac{13}{2}$ можно записать в виде $6\frac{1}{2}$. Дробь $6\frac{1}{2}$ – это смешанная дробь. Она имеет две части: целую часть и дробную часть. Число 6 – это целая часть дроби, дробь $\frac{1}{2}$ – это дробная часть дроби.

Основное свойство дроби. Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить (или разделить) на одно и то же натуральное число.

Запишем основное свойство дроби в виде формулы:

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot m}{b\cdot m}=\frac{a:n}{b:n},$$

где $m, n\in N$.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Какая дробь $\frac{a}{b}$ – правильная? Приведите пример.
2. Какая дробь $\frac{a}{b}$ – неправильная? Приведите пример.
3. Какую дробь можно записать как смешанную?
4. Сколько частей имеет смешанная дробь?
5. Какие части имеет смешанная дробь?
6. Дробь $\frac{1}{2}$ – это правильная или неправильная дробь? Почему?
7. Дробь $\frac{13}{2}$ – это правильная или неправильная дробь? Почему?
8. Запишите дробь $\frac{13}{2}$ в виде смешанной дроби.
9. Сколько частей имеет дробь $6\frac{1}{2}$?
10. Какие части имеет дробь $6\frac{1}{2}$?
11. Назовите целую часть и дробную часть дроби $6\frac{1}{2}$.
12. Запишите основное свойство дроби.

Обратите внимание!

$\frac{1}{2}$ – это **правильная дробь**; $\frac{13}{2}$ – это **неправильная дробь**.

Задание 7. Прочитайте смешанные дроби. Назовите целую и дробную части дробей.

Образец. $1\frac{1}{2}$ – одна цел**ая**, одна втор**ая**. Число 1 – это целая часть дроб**и**. Дробь $\frac{1}{2}$ – это дробная часть дроб**и**.

1) $1\frac{2}{5}$; 2) $11\frac{3}{7}$; 3) $2\frac{1}{3}$; 4) $3\frac{3}{8}$; 5) $5\frac{7}{9}$;

6) $9\frac{1}{28}$; 7) $36\frac{2}{3}$; 8) $21\frac{4}{17}$; 9) $47\frac{1}{2}$; 10) $68\frac{1}{28}$;

11) $19\frac{11}{15}$; 12) $61\frac{2}{21}$; 13) $32\frac{1}{19}$; 14) $10\frac{21}{33}$; 15) $87\frac{1}{37}$.

Задания

Задание 1. Прочитайте дроби и запишите математическими символами.

1) тридцать одна тридцать третья;
2) двадцать три тридцать седьмых;
3) сто две пятнадцатых;
4) семьдесят пять сто первых;
5) двести сорок семь шестьсот вторых;
6) двенадцать девятнадцатых;
7) девятнадцать двадцатых;
8) одна целая, две третьих;
9) двести одна целая, три четвёртых;
10) триста три целых, пятнадцать шестьдесят вторых;
11) двенадцать целых, семнадцать двадцать седьмых;
12) двадцать восемь целых, семь восьмых;
13) семьсот одна целая, одна восемьдесят восьмая;
14) триста двадцать девять двенадцатых;
15) двести шестьдесят семь вторых;
16) двести шестьдесят целых, две седьмых;
17) пятьсот две третьих;
18) двести двадцать девятнадцатых;
19) двадцать две двенадцатых.

Задание 2. Запишите прилагательные в две группы: *дробная, неправильная, обыкновенная, правильная, смешанная, целая*.

1. Дробь какая? ____

2. Часть дроби какая? ____

Задание 3. Выберите правильный вариант ответа.

1. $\frac{13}{2}$ – это *правильная / неправильная* дробь.

2. $\frac{1}{2}$ – это *правильная / неправильная* дробь.

3. $\frac{1}{2}$ – это *обыкновенная / смешанная* дробь.

4. $6\frac{1}{2}$ – это *обыкновенная / смешанная* дробь.

5. Число один – это *числитель / знаменатель* дроби $\frac{1}{2}$.

6. Число два – это *числитель / знаменатель* дроби $\frac{1}{2}$.

7. Одна вторая – это *целая / дробная* часть дроби $6\frac{1}{2}$.

8. Число шесть – это *целая / дробная* часть дроби $6\frac{1}{2}$.

Задание 4. Запишите в предложения глаголы *записать, измениться, принадлежать, разделить, содержать, умножить* в правильной форме.

1. $a, b \in N$ – а и бэ ____________ эн.

2. Запись дроби $\frac{a}{b}$ ____________ числитель дроби, знаменатель дроби и дробную черту.

3. Величина дроби не ____________, если числитель и знаменатель дроби ____________ (или ____________) на одно и то же натуральное число.

4. __________________ основное свойство дроби в виде формулы: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a : n}{b : n}$, где $m, n \in N$.

5. __________________ дроби математическими символами.

6. __________________ прилагательные в две группы.

7. __________________ семьдесят два на два.

8. Частное чисел a и b можно __________________ как дробь $\frac{a}{b}$.

Тема 4. Десятичные дроби

Словарь к теме

пери́од в пери́оде (п. п. ед. ч.) десяти́чная дробь бесконе́чная периоди́ческая десяти́чная дробь бесконе́чная непериоди́ческая десяти́чная дробь коне́чная десяти́чная дробь разделя́ть – раздели́ть *что? чем?* (запято́й) т. д. (так да́лее)

Конечные десятичные дроби **читают**:

0,1 – нуль це́л**ых**, одн**а** десят**ая**;

1,1 – одн**а** це́л**ая**, одн**а** десят**ая**;

5,7 – пять це́л**ых**, семь десят**ых**;

12,21 – двенадцать це́л**ых**, двадцать одн**а** сот**ая**;

21,22 – двадцать одн**а** це́л**ая**, двадцать дв**е** сот**ых**;

2,102 – дв**е** це́л**ых**, сто дв**е** тысячн**ых**;

53,201 – пятьдесят три це́л**ых**, двести одн**а** тысячн**ая**;

3,0002 – три це́л**ых**, дв**е** десят**и**тысячн**ых** (три цел**ых**, три нул**я**, два);

141,1235 – сто сорок одн**а** це́л**ая**, тысяча двести тридцать пять десят**и**тысячн**ых**;

0,0231 – нуль це́л**ых**, двести тридцать одн**а** десят**и**тысячн**ая** (нуль це́л**ых**, нуль, двести тридцать один);

28,00051 – двадцать восемь це́л**ых**, пятьдесят одн**а** ст**о**тысячн**ая** (двадцать восемь це́л**ых**, три нуля, пятьдесят один);

41,12457 – сорок одн**а** це́л**ая**, двенадцать тысяч четыреста пятьдесят семь ст**о**тысячн**ых**;

0,000001 – нуль це́л**ых**, одн**а** миллионн**ая** (нуль цел**ых**, пять нул**ей**, один);

1,235563 – одн**а** це́л**ая**, двести тридцать пять тысяч пятьсот шестьдесят три миллионн**ых** (одн**а** це́л**ая**, двадцать три, пятьдесят пять, шестьдесят три).

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Рассмотрим дроби **со** знаменател**ями**[6] 10, 100, 1000, … :

$$\frac{1}{10}, \frac{7}{100}, \frac{53}{1000}, \dots .$$

Эти дроби можно записать в виде **десятичных дробей**. **Десятичная дробь** – это дробь **со** знаменател**ем** 10, 100, 1000, … . Например, $\frac{21}{10} = 2{,}1$. Десятичная дробь имеет две части: **целую часть** и **дробную часть**. Целую и дробную части десятичной дроби разделяют запятой.

[6] Знаменатель → **со** знаменател**ями** (тв. п. мн. ч. с чем?).

Рассмотрим десятичную дробь 2,1. Число 2 – это целая часть дроби, число 0,1 – это дробная часть дроби.

Десятичные дроби могут быть **конечными** и **бесконечными**. Бесконечные десятичные дроби могут быть **периодическими** и **непериодическими**.

Б) Ответьте на вопросы.

1. Что такое десятичная дробь?
2. Как можно записать дроби со знаменателями 10,100,1000 и т. д.?
3. Сколько частей имеет десятичная дробь?
4. Какие части имеет десятичная дробь?
5. Чем разделяют целую и дробную части десятичной дроби?
6. Какими могут быть десятичные дроби?
7. Какие дроби могут быть периодическими и непериодическими?

Задание 2. Прочитайте числа и дроби в таблице.

Число	Обыкновенная дробь	Конечная десятичная дробь
10	$\frac{1}{10}$ – одн**а́** деся́т**ая**	0,1 – нуль це́л**ых**, одн**а** деся́т**ая**
	$\frac{2}{10}$ – дв**е** деся́т**ых**	0,2 – нуль це́л**ых**, дв**е** деся́т**ых**
100	$\frac{1}{100}$ – одн**а́** **со́тая**	0,01 – нуль це́л**ых**, одн**а́** **со́тая**
	$\frac{3}{100}$ – три с**о́тых**	0,03 – нуль це́л**ых**, три с**о́тых**
1000	$\frac{1}{1000}$ – одн**а́** ты́сячн**ая**	0,001 – нуль це́л**ых**, одн**а́** ты́сячн**ая**
	$\frac{7}{1000}$ – семь ты́сячн**ых**	0,007 – нуль це́л**ых**, семь ты́сячн**ых**
10000	$\frac{1}{10000}$ – одна́ десятиты́сячная	0,0001 – нуль це́л**ых**, одн**а́** десят**и**ты́сячн**ая**
	$\frac{5}{10000}$ – пять десят**и**ты́сячн**ых**	0,0005 – нуль це́л**ых**, пять десят**и**ты́сячн**ых**
100000	$\frac{1}{100000}$ – одна́ стоты́сячная	0,00001 – нуль це́л**ых**, одн**а́** ст**о**ты́сячн**ая**
	$\frac{9}{100000}$ – девять ст**о**ты́сячн**ых**	0,00009 – нуль це́л**ых**, девять ст**о**ты́сячн**ых**

Запомните! Дробную часть десятичной дроби и дробную часть смешанной дроби читают одинаково.

> $1\frac{2}{5}$ – одн**а** цел**ая**, дв**е** пят**ых**; 1,2 – одн**а** цел**ая**, дв**е** десят**ых**;
>
> $6\frac{1}{2}$ – шест**ь** цел**ых**, одн**а** втор**ая**; 6,1 – шест**ь** цел**ых**, одн**а** десят**ая**.

Бесконечные периодические и непериодические десятичные дроби **читают**:

0,333 … – нуль цéл**ых**, три, три, три и так далее;

0,(3) – нуль цéл**ых**, три **в** перúод**е**;

1,(17) – одн**а** цéл**ая**, семнадцать **в** перúод**е**;

3,12(6) – три цéл**ых**, двенадцать, шесть **в** перúод**е**;

3,141592653 … – три цéл**ых**, сто сорок один, пятьсот девяносто два, шестьсот пятьдесят три и так далее;

2,7182818284590 … – две цéл**ых**, семьсот восемнадцать, двести восемьдесят один, восемьсот двадцать восемь, четыреста пятьдесят девять, нуль и так далее.

Задание 3. Прочитайте дроби и названия дробей в таблице.

Запись дроби	**Название дроби**
2,1	конечная десятичная дробь
0,(3)	бесконечная периодическая десятичная дробь
3,141592653…	бесконечная непериодическая десятичная дробь
$\frac{21}{32}$	правильная обыкновенная дробь
$\frac{52}{40}$	неправильная обыкновенная дробь
$4\frac{1}{7}$	смешанная дробь

Задание 4. Прочитайте десятичные дроби, назовите целую и дробную части.

Образец. 1,55 – одн**а** цел**ая**, пятьдесят пять сот**ых**. Число 1 (один) – это целая часть дроби. Число 0,55 (нуль цел**ых**, пятьдесят пять сот**ых**) – это дробная часть дроби.

1) 3,1; 2) 9,3; 3) 73, 2304; 4) 23,23025;
5) 7,21; 6) 13,46; 7) 80,108; 8) 2,463478;
9) 2,302; 10) 19,18; 11) 0,0342; 12) 1,00053.

Задание 5. А) Прочитайте конструкции и примеры их использования.

Что? (= они – и. п. мн. ч.) могут быть какими? и какими?.

Десятичн**ые** дроб**и** *могут быть* конечн**ыми** и бесконечн**ыми**.

Чтобы … (что сделать?), надо … (что сделать?).

Чтобы обыкновенную дробь *записа**ть*** в виде десятичной дроби, *надо* числитель дроби *раздели**ть*** на её знаменатель.

Б) Составьте предложения с конструкциями «что? могут быть какими? и какими?», «чтобы … (что сделать?), надо … (что сделать?)».

Задания

Задание 1. Прочитайте десятичные дроби.

1) 0,5;	2) 1,7;	3) 2,6;	4) 1,(6);
5) 0,12;	6) 3,19;	7) 5,83;	8) 3,2(6);
9) 0,009;	10) 13,804;	11) 0,101;	12) 2,23(3).

Задание 2. Выберите правильный вариант ответа.

1. Рассмотрим дробь … 10.

а) на знаменатель; б) со знаменателем; в) в знаменателе.

2. Числитель дроби надо разделить … .

а) на знаменатель; б) со знаменателем; в) в знаменателе.

3. Запишите обыкновенную дробь … десятичной дроби.

а) на вид; б) с видом; в) в виде.

4. Дробь 0,(3) читаем: нуль целых, три … .

а) на период; б) с периодом; в) в периоде.

5. Равенство $5+(9-3)=11$ читаем: пять плюс выражение девять минус три … равно одиннадцати.

а) на скобки; б) со скобками; в) в скобках.

6. Дроби $\frac{7}{100}$, $\frac{53}{1000}$ можно записать в виде … .

а) десятичные дроби; б) десятичными дробями; в) десятичных дробей.

7. Целую и дробную части десятичной дроби разделяют … .

а) запятая; б) запятой; в) запятую.

8. Десятичные дроби могут быть … .

а) конечным и бесконечным; б) конечными и бесконечными; в) конечных и бесконечных.

Задание 3. А) Прочитайте текст.

Чтобы обыкновенную дробь записать в виде десятичной дроби, надо числитель дроби разделить на её знаменатель.

Например, чтобы записать обыкновенную дробь $\frac{5}{8}$ в виде десятичной дроби, надо 5 разделить на 8. Получим $\frac{5}{8} = 5:8 = 0{,}625$. Дробь 0,625 – это **конечная десятичная дробь**.

Чтобы записать обыкновенную дробь $\frac{7}{6}$ в виде десятичной дроби, надо 7 разделить на 6. Получим $\frac{7}{6} = 7:6 = 1{,}1666...$. Дробь 1,1666… – это **бесконечная периодическая десятичная дробь**. Дробь 1,1666… записывают так: 1,1(6).

Б) Ответьте на вопросы.

1. Что надо сделать, чтобы записать обыкновенную дробь в виде десятичной дроби?
2. Какой десятичной дроби равна дробь $\frac{5}{8}$?
3. Какой обыкновенной дроби равна дробь 0,625?
4. Какой десятичной дроби равна дробь $\frac{7}{6}$?
5. Как можно записать дробь 1,1666…?
6. Дробь 1,1666… – это какая дробь?
7. Какой обыкновенной дроби равна дробь 1,1(6)?

Задание 4. Прочитайте тексты, выберите правильную форму глагола.

1. *Рассмотреть / рассматривают / рассмотрим* дроби со знаменателями 10, 100, 1000, … . Эти дроби можно *записать / записывают / запишем* в виде десятичных дробей. Например, $\frac{21}{10} = 2{,}1$. Десятичная дробь *иметь / имеют / имеет* две части: целую часть и дробную часть. Целую и дробную части десятичной дроби *разделить / разделяют / разделим* запятой.

2. Чтобы *записать / записывают / запишем* обыкновенную дробь $\frac{7}{6}$ в виде десятичной дроби, надо 7 *разделить / делят / разделим* на 6. *Получить / получают / получим* $\frac{7}{6} = 7:6 = 1{,}1666...$. Дробь 1,1666… *записывать / записывают / запишем* так: 1,1(6).

Задание 5. Запишите десятичные дроби.
1) сорок одна целая, одна десятая;
2) сто три целых, три десятых;
3) двести двадцать целых, двадцать одна сотая;
4) пятнадцать целых, пятнадцать сотых;
5) три целых, триста одна тысячная;
6) нуль целых, пятьсот три тысячных;
7) восемь целых, одна десятитысячная;
8) тридцать целых, пятьсот две десятитысячных;
9) тридцать три целых, двадцать одна стотысячная;
10) девять целых, двадцать две стотысячных;
11) двадцать семь целых, сто одна миллионная;
12) пятьдесят восемь целых, три миллионных;
13) восемнадцать целых, девятнадцать сотых;
14) сорок восемь целых, двенадцать тысячных;
15) одна целая, одна десятая;
16) нуль целых, нуль, тридцать семь в периоде;
17) сорок целых, пять, шесть в периоде.

Задание 6. Вычислите.

1) $0{,}375:\frac{9}{16}$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right):1{,}5$; 3) $(-0{,}15)\cdot\frac{2}{3}$;

4) $\frac{37}{63}\cdot(-2{,}1)$; 5) $\frac{4}{7}\cdot(-4{,}9)$; 6) $(-0{,}6):\left(-\frac{4}{9}\right)$;

7) $6\frac{1}{3}-2{,}2$; 8) $2\frac{2}{7}+4{,}6$; 9) $21{,}3\cdot 6\frac{1}{3}$.

Задание 7. Установите соответствие между дробями и их названиями.

Дробь	**Название дроби**
$\frac{5}{8}$	конечная десятичная дробь
$\frac{7}{4}$	бесконечная непериодическая десятичная дробь
$1\frac{1}{2}$	правильная обыкновенная дробь
$1{,}5$	неправильная обыкновенная дробь
$1{,}(3)$	смешанная дробь
$3{,}141592653\ldots$	бесконечная периодическая десятичная дробь

Тема 5. Понятие множества. Модуль числа

5.1. Числовые множества

Словарь к теме

мно́жество	при́знак
бесконе́чное мно́жество	совоку́пность (ж. р.)
коне́чное мно́жество	элеме́нт
пусто́е мно́жество	содержа́ть *что?*
числово́е мно́жество	составля́ть *что?* (= быть ча́стью *чего?*)
объе́кт	объединя́ться – объедини́ться *по чему?*
поня́тие	како́й-либо

Знаки и буквы **читают**:

$\in$ – принадлежи́т;

$\notin$ – не принадлежит;

$\varnothing$ – пустое множество;

Z – зэт;

Q – ку;

I – и;

R – эр.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Множество – одно из основных понятий в математике. **Множество** – это совокупность объектов, которые объединяются по какому-либо признаку.

Например, множество студентов в группе, множество дней в году, множество натуральных чисел.

Элементы множества – это объекты, которые составляют множество.

Пустое множество – это множество, которое не содержит ни одного[7] элемента. Пустое множество обозначают символом $\varnothing$.

Множества обозначают большими латинскими буквами: A, B, C, … . Элементы множества обозначают малыми латинскими буквами: a, b, c, … .

Множества бывают конечными и бесконечными. **Конечное множество** – это множество, которое содержит *конечное* число элементов. **Бесконечное множество** – это множество, которое содержит *бесконечное* число элементов.

Например, множество цифр – это конечное множество. Оно содержит 10 элементов. Множество цифр можно записать так:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Элемент множества A – это цифра. Например, 0 – элемент множества A. Следовательно, $0 \in A$.

Множество натуральных чисел N – это бесконечное множество, потому что оно содержит бесконечное число элементов. Элемент множества N – это натуральное число.

[7] Ни одного́ = ниско́лько.

Числовое множество – это множество, которое состоит из чисел.

Прочитайте названия, обозначения и элементы числовых множеств.

Название множества	**Обозначение**	**Элементы множества**
Множество натуральных чисел	N	Натуральные числа: числа 1, 2, 3, …, n, … .
Множество целых чисел	Z	Целые числа: положительные натуральные числа, отрицательные натуральные числа и число 0.
Множество рациональных чисел	Q	Рациональные числа: обыкновенные дроби (конечные десятичные дроби и бесконечные периодические десятичные дроби).
Множество иррациональных чисел	I	Иррациональные числа: бесконечные непериодические десятичные дроби. Иррациональными числами являются, например, чи́сла π (пи) = 3,141592653… и ***e*** = 2,7182818284590…
Множество действительных чисел	R	Действительные числа: рациональные и иррациональные числа.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что такое множество?
2. Какое множество называется пустым?
3. Каким символом обозначают пустое множество?
4. Какое множество называется конечным?
5. Какое множество называется бесконечным?
6. Приведите пример конечного и бесконечного множеств.

Задание 2. Запишите символами записи по образцу, используйте знаки $\in$ (принадлежит), $\notin$ (не принадлежит), < (меньше) и > (больше).

Образец. 5 – это натуральное число; 5 – это целое число; 5 – это действительное число; 5 – это положительное число; 5 – это не иррациональное число. **Запишем:** $5 \in N,\ 5 \in Z,\ 5 \in R,\ 5 > 0,\ 5 \notin I.$

1) –3 – это целое число; –3 – это рациональное число; –3 – это отрицательное число; –3 – это не иррациональное число;

2) e – это иррациональное число; e – это действительное число; e – это не натуральное число; e – это не рациональное число;

3) 3,5 – это рациональное число; 3,5 – это действительное число; 3,5 – это положительное число; 3,5 – это не целое число;

4) $\left(-\frac{5}{8}\right)$ – это рациональное число; $\left(-\frac{5}{8}\right)$ – это действительное число; $\left(-\frac{5}{8}\right)$ – это отрицательное число; $\left(-\frac{5}{8}\right)$ – это не иррациональное число;

5) π – это не натуральное число; π – это не целое число; π – это не рациональное число; π – это иррациональное число; π – это действительное число; π – это положительное число.

5.2. Модуль числа

Словарь к теме

абсолю́тная величина́	определя́ть – определи́ть *что?*
мо́дуль (м. р.)	*по чему?*
неотрица́тельное число́	отлича́ть – отличи́ть *что? от чего?*
противополо́жный, -ая, -ое, -ые *чему?*	отлича́ться друг от друга *чем?*

Записи **читают:**

$|a|$ – модуль а (абсолютная величина а);

$|x|$ – модуль икс;

$|3|$ – модуль числа три;

$|x+3|$ – модуль выражения икс плюс три;

$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a > 0; \\ 0, \text{если } a = 0; \\ -a, \text{если } a < 0 \end{cases}$ – модуль а рав**ен** а, если а больше, чем нуль, рав**ен** нулю, если а равно нулю, рав**ен** минус а, если а меньше, чем нуль.

$|-3| = |3| = 3$ – модуль минус тр**ёх** рав**ен** модул**ю** тр**ёх**, рав**ен** тр**ём**.

Задание 3. А) Прочитайте текст.

Неотрицательное число – это число, которое больше или равно нулю, т. е. $a \geq 0$.

Модуль (абсолютная величина) числа *а* – это неотрицательное число, которое обозначают знаком модуля $|a|$ и определяют по формуле:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a > 0; \\ 0, \text{если } a = 0; \\ -a, \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Модуль числа *а* больше или равен нулю: $|a| \geq 0$.

Действительные числа *а* и $(-a)$ – это **противоположные числа**. Сумма противоположных чисел равна нулю. Противоположные числа отличаются друг от друга знаком. Модули противоположных чисел равны. Например, $|-3| = |3| = 3$.

Б) Ответьте на вопросы.

1. Как обозначают модуль числа *а*?
2. Числа *а* и $(-a)$ – это какие числа?
3. Чему равна сумма противоположных чисел?
4. Чем отличаются друг от друга противоположные числа?
5. Модули каких чисел равны?
6. Чему равен модуль минус трёх?

Задания

Задание 1. Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Назовите все числовые множества.
2. Множество N – это конечное или бесконечное множество?
3. 7 – это целое или натуральное число?
4. 7 – это рациональное или иррациональное число?
5. 7 – это действительное число?
6. 7 – это положительное или отрицательное число?
7. Чему равна абсолютная величина числа 7?
8. Число π – это иррациональное или рациональное число?
9. Чему равен модуль числа (–π)?
10. Приведите пример конечного множества.

Задание 2. Запишите, каким из множеств N, Z, Q, I, R принадлежит число a, если …

1) $a = –2$; 2) $a = 19$; 3) $a = 2{,}1$; 4) $a = –4{,}7$;

5) $a = – e$; 6) $a = – 0{,}(6)$; 7) $a = 0$; 8) $a = \frac{7}{8}$.

Задание 3. Найдите модуль (абсолютную величину) числа a.

Образец. 1) $a = –3$. $\left|-3\right| = 3$. Модуль минус тр**ёх** рав**ен** тр**ём** (абсолютная величина числа минус три рав**на** тр**ём**).

2) $a = -\frac{1}{3}$. $\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$. Модуль **дроби** минус одна третья рав**ен** **дроби** одна третья.

1) $a = –8$; 2) $a = 12$; 3) $a = 2{,}4$; 4) $a = –3{,}8$;

5) $a = –\pi$; 6) $a = –19$; 7) $a = 0$; 8) $a = -\frac{1}{8}$.

Задание 4. Соедините два предложения в одно.

Образец. Множество – это совокупность объектов. **Они** объединяются по какому-либо признаку. = Множество – это совокупность объектов, **которые** объединяются по какому-либо признаку.

1. Элементы множества – это объекты. **Они** составляют множество.
2. Пустое множество – это множество. **Оно** не содержит ни одного элемента.
3. Конечное множество – это множество. **Оно** содержит конечное число элементов.
4. Неотрицательное число – это число. **Оно** больше или равно нулю.
5. Множество цифр – это конечное множество. **Оно** содержит 10 элементов.

Задание 5. Выберите правильный вариант ответа.

1. Множество – одно из основных … в математике.

а) понятий; б) совокупностей; в) элементов.

2. Множество – это … каких-либо объектов.

а) понятие; б) совокупность; в) элемент.

3. Множество состоит из … .

а) понятий; б) совокупностей; в) элементов.

4. Множества … конечными и бесконечными.

а) бывают; б) отличаются; в) содержат.

5. Бесконечное множество – это множество, которое … бесконечное число элементов.

а) бывает; б) отличается; в) содержит.

6. Противоположные числа … друг от друга знаком.

а) бывают; б) отличаются; в) содержат.

Задание 6. Запишите прилагательные в правильной форме: *абсолютный, -ая, -ое, -ые; неотрицательный, -ая, -ое, -ые; противоположный, -ая, -ое, -ые; пустой, -ая, -ое, -ые; числовой, -ая, -ое, -ые*.

1. ____________________ множество – это множество, которое состоит из чисел.

2. ____________________ множество – это множество, которое не содержит ни одного элемента.

3. ____________________ число – это число, которое больше или равно нулю, т. е. $a \geq 0$.

4. ____________________ величина числа a – это неотрицательное число, которое обозначают знаком модуля $|a|$.

5. Действительные числа a и $(-a)$ – это ____________________ числа.

6. Действительные числа a и $(-a)$ имеют __________________ знаки.

7. ______________ выражение 5 + (9 – 3) содержит числа 5, 9 и 3.

Задание 7. Соедините начало и конец предложений.

Начало предложения	**Конец предложения**
Сумма противоположных чисел	противоположное число числу десять.
Число (–10) – это	знаком $|a|$.
Модуль числа a – это	неотрицательное число.
Числа a и $(-a)$ – это	равен пяти.
Модуль числа минус пять	отличаются знаком.
Противоположные числа 5 и (–5)	равна нулю.
Модули противоположных чисел	противоположные числа.
Модуль числа a обозначают	равна десяти.
Абсолютная величина числа (–10)	равны.

Тема 6. Степень с целым показателем. Извлечение корня из целого числа, из обыкновенной и десятичной дробей

6.1. Степень с целым показателем

Словарь к теме

ко́рень (м. р.) ко́рень квадра́тный ко́рень куби́ческий нахожде́ние *чего?* (← находи́ть – найти́ *что?*) неопределённое выраже́ние показа́тель (м. р.) натура́льный показа́тель це́лый показа́тель	сте́пень (ж. р.) значе́ние *чего?* сте́пени основа́ние *чего?* сте́пени показа́тель *чего?* сте́пени возведе́ние *чего? во что?* (← возводи́ть – возвести́ *что? во что?*) установи́ть *что?* соотве́тствие справедли́во (= правильно, верно) т. е. (то есть)

Записи **читают:**

Обозначение степеней	Чтение степеней	Обозначение корней	Чтение корней
a^0	а **в** нулев**о́й** степени	–	–
a^1	а **в** пе́р**вой** степени	–	–
a^2	а **в** квадрат**е** / а **квадрат** / а **во** втор**о́й** степени	$\sqrt{a}$	корень **квадратный из** а / квадратный корень из а
a^{-2}	а **в** минус втор**о́й** степени	–	–
a^3	а **в** куб**е** / а **куб** / а **в** тре́ть**ей** степени	$\sqrt[3]{a}$	корень **кубический из** а / кубический корень из а
a^{-3}	а **в** минус тре́ть**ей** степени	–	–
a^4	а **в** четвёрт**ой** степени	$\sqrt[4]{a}$	корень четвёрт**ой** степени **из** а
a^5	а **в** пя́т**ой** степени	$\sqrt[5]{a}$	корень пя́т**ой** степени **из** а
a^{21}	а **в** два́дцат**ь** пе́рв**ой** степени	$\sqrt[21]{a}$	корень два́дцат**ь** пе́рв**ой** степени **из** а
a^n	а **в** степен**и эн** / а **в** э́н**ной** степени	$\sqrt[n]{a}$	корень степени **эн из** а / корень э́нн**ой** степен**и из** а
a^{-n}	а **в** степен**и** минус **эн**	–	–

Задание 1. Прочитайте текст.

Степень числа *a* с натуральным показателем *n* ($n > 1$) – это произведение n одинаковых множителей, каждый из которых равен числу a, т. е.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ множителей}}.$$

Степень числа a с натуральным показателем n обозначают так: a^n.

Записывают: $a^n = b$. Число a – это **основание степени**, число n – это **показатель степени**, a^n – это **степень**, число b – это **значение степени**.

Например, произведение $2 \cdot 2 \cdot 2$ можно записать как 2^3. Число 2 – это основание степени, число 3 – это показатель степени, 2^3 – это степень.

Возведение в степень – это нахождение значения степени.

Например, $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8.$ Число 8 – это значение степени.

Если $(-n)$ – целое отрицательное число, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Например, $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$.

Если $n = -1$, то $a^{-1} = \frac{1}{a}$. Например, $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$

Задание 2. Прочитайте степени. Назовите основание и показатель степени.

Образец. 1) Запись $3{,}14^5$ **читают:** три целых четырнадцать сотых **в** пят**ой** степен**и**. Число 3,14 – это основание степени. Число 5 – это показатель степени.

2) Запись 3^{-2} **читают:** три **в минус** втор**ой** степен**и**. Число 3 – это основание степени. Число (–2) – это показатель степени.

1) 3^2; 2) 2^3; 3) $2{,}31^8$; 4) 324^{19}; 5) $21{,}04^{18}$;

6) 9^2; 7) $0{,}8^3$; 8) $1{,}18^{12}$; 9) 64^5; 10) $7{,}01^4$;

11) 5^{-2}; 12) $1{,}3^{-3}$; 13) $0{,}1^{-5}$; 14) 12^{-10}; 15) $2{,}2^{-7}$.

Задание 3. А) Изучите конструкции и примеры.

Что? называ́ется чем?
Что? называ́ют чем?
Чем? называ́ется что?
Чем? называ́ют что?

Как** называ**ется** операц**ия нахождения значения степени? – *Операц**ия*** нахождения значения степени *называ**ется** возведени**ем*** в степень.

Как** называ**ют** операц**ию нахождения значения степени? – *Операц**ию*** нахождения значения степени *называ**ют** возведени**ем*** в степень.

Что** называ**ется** возведени**ем в степень? – *Возведени**ем*** в степень *называ**ется** операц**ия*** нахождения значения степени.

Что** называ**ют** возведени**ем в степень? – *Возведени**ем*** в степень *называ**ют** операц**ию*** нахождения значения степени.

Б) Запишите слова в правильной форме.

1. Выражение a^n называют (степень) _____________ числа a с натуральным показателем n.

2. Число n в выражении a^n называют (показатель) _____________ степени.

3. Число a в выражении a^n называют (основание) ______________ степени.

4. (Сокращение) _________________ дроби называется деление числителя и знаменателя дроби на одно и то же число.

5. Число $\frac{a}{b}$ называют (обыкновенная дробь) _________________ __________.

6. Число a называют (числитель) __________________, число b называют (знаменатель) _________________ дроби $\frac{a}{b}$.

Задание 4. Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что называется степенью числа a с натуральным показателем n?
2. Как обозначают степень?
3. Как называется число a в выражении a^n?
4. Как называется число n в выражении a^n?
5. Что называется возведением в степень?
6. Назовите основание степени и показатель степени в выражении 2^3.

6.2. Извлечение корня из целого числа, из обыкновенной и десятичной дробей

Словарь к теме

ко́рень (м. р.) ко́рень квадра́тный ко́рень куби́ческий значе́ние *чего?* ко́рня	показа́тель *чего?* ко́рня подкоренно́е выраже́ние извлече́ние *чего? из чего?* (← извлека́ть – извле́чь *что? из чего?*)

Запись **читают:**

n-ой – э́нной.

Задание 5. А) Прочитайте текст.

Арифметический корень *n*-ой степени из числа *a* – это число b, такое, что $b^n = a$, где $n \in N,\ n > 1, a \geq 0, b \geq 0$.

Корень n-ой степени обозначают знаком корня: $\sqrt[n]{\ }$. Число a в выражении $\sqrt[n]{a}$ – это **подкоренное выражение**, число n в выражении $\sqrt[n]{a}$ – это **показатель корня**. Число b, которое равно корн**ю** $\sqrt[n]{a}$, называют **значением корня**.

Извлечение корня *n*-ой степени из числа – это нахождение значения корня.

Запишем **свойства корней**.

Пусть $a \geq 0$, $b \geq 0$, n, $k \in N$, $n \neq 1$, $k \neq 1$. Тогда

1) $\sqrt[n\cdot k]{a^k} = \sqrt[n]{a}$; 2) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$; 3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, где $b \neq 0$;

3) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$; 5) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n\cdot k]{a}$.

Б) Запишите слова в правильной форме.

1. Число n в выражении $\sqrt[n]{a}$ называют (показатель) ______________ корня.

2. Число a в выражении $\sqrt[n]{a}$ называют (подкоренное выражение) ________ ____________.

3. Операция нахождения корня называется (извлечение) _______________ корня n-ой степени из числа.

В) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что называется арифметическим корнем n-ой степени из числа a?
2. Как обозначают корень n-ой степени из числа a?
3. Как называют число a в выражении $\sqrt[n]{a}$?
4. Как называют число n в выражении $\sqrt[n]{a}$?
5. Что такое нахождение значения корня?
6. Каким знаком обозначают корень n-ой степени?
7. Запишите, чему равен корень из произведения.
8. Запишите, чему равен корень из частного.
9. Запишите, чему равен корень из корня.

Задание 6. Извлеките корень. Назовите подкоренное выражение, показатель корня и значение корня.

Образец. 1) Запись $\sqrt[5]{32}=2$ **читают:** корень пя́т**ой** сте́пен**и из числа** тридцать два рав**ен двум**. Число 5 – это показатель корня. Число 32 – это подкоренное выражение. Число 2 – это значение корня.

2) Запись $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2}$ **читают:** корень **кубический из дроби** одн**а** вос**ьмая** рав**ен дроби** одн**а** втор**ая**. Число 3 – это показатель корня. Дробь $\frac{1}{8}$ – это подкоренное выражение. Дробь $\frac{1}{2}$ – это значение корня.

1) $\sqrt{64}$; 2) $\sqrt{25}$; 3) $\sqrt{144}$; 4) $\sqrt{2{,}25}$; 5) $\sqrt[3]{0{,}027}$;

6) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$; 7) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$; 8) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; 9) $\sqrt{\frac{9}{121}}$; 10) $\sqrt[5]{-\frac{243}{32}}$.

Задания

Задание 1. Вычислите.

1) $(-2)^3$; 2) $(-3)^4$; 3) $(-4)^3$; 4) $(-12)^2$;

5) 6^3; 6) 11^2; 7) $0{,}2^3$; 8) $0{,}7^2$;

9) $(-3)^5$; 10) $(-2)^4$; 11) $(-0{,}1)^3$; 12) $(-1{,}5)^2$.

Задание 2. А) Прочитайте текст.

Возвести число *а* в рациональную степень $\frac{m}{n}$ – значит извлечь корень степени n из числа a в степени m, т. е.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Запомните!

$$\boxed{\textbf{1)}\ a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m};\ \textbf{2)}\ a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}.}$$

Б) Запишите степень в виде корня.

Образец. 1) $a^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{a^4}$; **2)** $a^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$; **3)** $a^{1\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^4}$.

1) $2^{\frac{2}{3}}$; 2) $3^{\frac{7}{5}}$; 3) $x^{-\frac{1}{3}}$; 4) $a^{\frac{7}{6}}$; 5) $10^{\frac{p}{s}}$; 6) $5^{-2\frac{2}{3}}$.

В) Запишите корень в виде степени.

Образец. 1) $\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}$; **2)** $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{-\frac{2}{3}}$.

1) $\sqrt[3]{2}$; 2) $\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$; 3) $\sqrt[5]{a^3}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{z^8}}$; 5) $\sqrt[4]{y}$; 6) $\sqrt[8]{b^5}$.

Задание 3. Извлеките корень.

1) $\sqrt[4]{81}$; 2) $\sqrt[3]{-125}$; 3) $\sqrt[3]{27}$; 4) $\sqrt[5]{-32}$;
5) $\sqrt[3]{0{,}001}$; 6) $\sqrt[3]{-0{,}008}$; 7) $\sqrt[6]{64}$; 8) $\sqrt{1{,}21}$.

Задание 4. Установите соответствие между записью корня и его чтением.

Запись корня	**Чтение корня**
$\sqrt[4]{a}$	корень квадратный из *a*
$\sqrt{ab}$	корень кубический из *a*
$\sqrt[4]{a:b}$	корень четвёртой степени из *a*
$\sqrt[3]{a}$	корень квадратный из *a* умножить на *b*
$\sqrt{a}$	корень четвёртой степени из *a* разделить на *b*
$\sqrt{a:b}$	корень кубический из *a* умножить на *b*
$\sqrt[3]{a \cdot b}$	корень квадратный из *a* разделить на *b*

Задание 5. Запишите в текст обозначения: a, b, n, $\sqrt[n]{}$.

Корень n-ой степени обозначают знаком корня: _______. Число _______ в выражении $\sqrt[n]{a}$ – это подкоренное выражение, число _______ в выражении $\sqrt[n]{a}$ – это показатель корня. Число _______, которое равно корню $\sqrt[n]{a}$, называют значением корня.

Задание 6. Измените конструкции.

Образец. Находить – найти (*что?*) значен**ие** степени → нахождение (*чего?*) значен**ия** степени.

1) возводить – возвести число в степень → ______________________________
2) извлекать – извлечь корень → ______________________________________
3) обозначать – обозначить знаком корня → _____________________________
4) сокращать – сократить дробь → ____________________________________
5) выполнять – выполнить действие → __________________________________

Задание 7. Выберите правильный вариант ответа.

1. Возвести число a … $\frac{m}{n}$.

а) в рациональную степень; б) из рациональной степени; в) с рациональной степенью.

2. Запись 2^3 читают: два … .

а) в кубе; б) из куба; в) с кубом.

3. В выражении $2^3 = 8$ число 3 является … .

а) результатом; б) основанием степени; в) показателем степени.

4. В выражении $2^3 = 8$ число 2 является … .

а) результатом; б) основанием степени; в) показателем степени.

5. В выражении $2^3 = 8$ число 8 является … .

а) результатом; б) основанием степени; в) показателем степени.

6. Число n … $\sqrt[n]{a}$ – это показатель корня.

а) в выражении; б) из выражения; в) с выражением.

7. В выражении $\sqrt[3]{125} = 5$ число 5 является … .

а) значением корня; б) подкоренным выражением; в) показателем корня.

8. В выражении $\sqrt[3]{125} = 5$ число 3 является … .

а) значением корня; б) подкоренным выражением; в) показателем корня.

9. В выражении $\sqrt[3]{125} = 5$ число 125 является … .

а) значением корня; б) подкоренным выражением; в) показателем корня.

10. Запись $\sqrt{25}$ читают: корень квадратный … двадцать пять.

а) в число; б) из числа; в) с числом.

11. Извлеките корень квадратный … сто сорок четыре.

а) в число; б) из числа; в) с числом.

Тема 7. Проценты

Знаки и записи **читают:**
% – проце́нт;
1 % – один проце́нт (21 %, 31 %, … , 101 %, 121 %, …);
2 % – два проце́нт**а** (3 %, 4 %, 22 %, 23 %, 24 %, …);
5 % – пять проце́нт**ов** (6 %, 7 %, … , 20 %, 25 %, …);
1,1 % – одна целая, одна десятая (часть) проце́нт**а**;
p % – пэ проце́нт**ов**.

Задание 1. А) Прочитайте текст.
Один процент от числа – это одна сотая часть числа.
Чтобы найти 1 % от числа *a*, надо число *a* разделить на 100, т. е.

$$1\ \% = \frac{a}{100}.$$

Например, чтобы найти 1 % от числа 200, надо число 200 разделить на 100, т. е. 1 % от числа 200 равен двум:

$$1\ \% = \frac{200}{100} = 2.$$

Чтобы найти *p* % от числа *a*, надо число *a* разделить на 100, а потом умножить на *p*:

$$p\ \% = \frac{a}{100} \cdot p.$$

Например, найдём 5 % от числа 150:

$$5\ \% = \frac{150}{100} \cdot 5 = 7{,}5.$$

Следовательно, число 7,5 составляет 5 % от числа 150.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.
1. Что такое один процент от числа?
2. Как найти 1 % от числа *a*?
3. Как найти 1 % от числа 200?
4. Как найти *p* % от числа *a*?
5. Как найти 5 % от числа 150?

6. Прочитайте проценты: 1 %; 2 %; 7 %; 10 %; 21 %; 22 %; 25 %; 50 %; 100 %; 200 %; 201 %; 202 %; 300 %; 0,1 %; 2,5 %.

Задание 2. Найдите:

1) 1 % от числа 250;
2) 5 % от числа 250;
3) 80 % от числа 250;
4) 150 % от числа 250;
5) 3 % от числа 500;
6) 6 % от числа 120;
7) 40 % от числа 15;
8) 10 % от числа 155;
9) 120 % от числа 8,5;
10) 8 % от числа 280.

Тема 8. Элементы теории вероятностей. Классическое определение вероятности

Словарь к теме

случа́йная величина́	исхо́д *чего?* о́пыта
вероя́тность	благоприя́тный исхо́д
тео́рия вероя́тностей	происходи́ть – произойти́
собы́тие	возмо́жное значе́ние
достове́рное собы́тие	факт
незави́симые собы́тия	числова́я характери́стика
невозмо́жное собы́тие	влия́ть – повлия́ть *на что?*
несовме́стные собы́тия	обяза́тельно
противополо́жное собы́тие	одновреме́нно
случа́йное собы́тие	в результа́те *чего?*
появле́ние *чего?* собы́тия	с по́мощью *чего?*
о́пыт	отноше́ние *чего? к чему?* (математическое)

Обозначения и записи **читают:**

$P(A)$ – рэ **от** а (вероятность события а);

$P(A) = 1$ – рэ **от** а равн**о** одн**ому** (вероятность события а равн**а** одн**ому**);

$\overline{A}$ – а **с** черт**ой**;

$P(A)+P(\overline{A})=1$ – рэ **от** а плюс рэ **от** а **с** черт**ой** равн**о** одн**ому**.

Задание 1. Прочитайте текст.

Теория вероятностей – это раздел математики, который изучает случайные события, случайные величины и их числовые характеристики.

Событие в теории вероятностей – это любой факт, который может произойти или не произойти в результате опыта. События бывают случайными, невозможными или достоверными. **Достоверное событие** обязательно произойдёт в результате опыта. **Невозможное событие** никогда не произойдёт в результате опыта. **Случайное событие** может произойти или не произойти в результате опыта. События обозначают большими латинскими буквами A, B, C и т. д.

Вероятность является числовой характеристикой события.

Вероятность случайного события часто находят с помощью **классического определения вероятности**. Вероятность случайного события A равна отношению числа m – благоприятных исходов появления события A к общему числу исходов опыта n:

$$P(A)=\frac{m}{n}.$$

Если C – это случайное событие, то его вероятность – это число от нуля до единицы. Записывают: $0<P(C)<1$.

Если A – это достоверное событие, то его вероятность равна единице. Записывают: $P(A) = 1$.

Если B – это невозможное событие, то его вероятность равна нулю. Записывают: $P(B) = 0$.

События A и B называются **несовместными событиями**, если они не могут произойти одновре́менно.

Если в данном опыте события A и B несовместные и одно из них обязательно произойдёт, то такие события называются **противоположными**. Противоположные события обозначают A и $\overline{A}$. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

События A и B называются **независимыми событиями**, если появление одного события не влияет на вероятность появления другого события.

Задания

Задание 1. А) Прочитайте текст.

В неделе семь дней: понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота и воскресенье. Суббота и воскресенье – это выходные дни, а остальные дни – рабочие. Рассмотрим некоторые события. Событие C: сегодня рабочий день или выходной день – это достоверное событие. Вероятность достоверного события равна 1, т. е. $P(C) = 1$. Событие D: среда – выходной день. Это невозможное событие, а вероятность невозможного события равна нулю, т. е. $P(D) = 0$.

Событие A: сегодня понедельник. Это случайное событие, и его вероятность можно найти с помощью классического определения вероятности $P(A) = \dfrac{m}{n}$. Здесь $n = 7$ – число всех дней недели, m – число благоприятных исходов. Число $m = 1$, потому что в неделе только один понедельник.

Тогда

$$P(A) = \frac{1}{7}.$$

Событие B: сегодня выходной. Это тоже случайное событие, и его вероятность $P(B) = \dfrac{2}{7}$. Рассмотрим событие $\overline{B}$, противоположное событию B. Событие $\overline{B}$: сегодня рабочий день. Так как сумма вероятностей противоположных событий равна единице, то

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}.$$

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Назовите случайные события.
2. Сколько в неделе рабочих дней?
3. Назовите достоверное событие.
4. Чему равна вероятность достоверного события?
5. Назовите невозможное событие.

6. Чему равна вероятность невозможного события?

7. По какой формуле нашли вероятность события A? Запишите эту формулу.

8. Чему равно число благоприятных исходов опыта для события A?

9. Чему равна вероятность события A?

10. Событие A – это случайное или достоверное событие?

11. Назовите противоположные события.

12. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?

13. Почему вероятность события A равна $\frac{1}{7}$?

14. Почему вероятность события B равна $\frac{2}{7}$?

Задание 2. Соедините начало и конец предложений.

Начало предложения	Конец предложения
Теория вероятностей – это раздел математики, который	его вероятность равна единице.
Вероятность случайного события равна	появление одного события не влияет на вероятность появления другого события.
Достоверное событие	изучает случайные события, случайные величины и их числовые характеристики.
Невозможное событие	его вероятность – число от нуля до единицы.
Случайное событие	отношению числа благоприятных исходов появления события к общему числу исходов опыта.
События A и B называются несовместными событиями, если	может произойти или не произойти в результате опыта.
Если A и $\overline{A}$ – противоположные события, то	никогда не произойдёт в результате опыта.
События A и B называются независимыми событиями, если	обязательно произойдёт в результате опыта.
Если A – это достоверное событие, то	они не могут произойти одновременно.
Если B – это невозможное событие, то	сумма вероятностей этих событий равна единице.
Если C – это случайное событие, то	его вероятность равна нулю.

Тема 9. Преобразование алгебраических выражений

9.1. Алгебраические выражения

Словарь к теме

алгебраи́ческое выраже́ние	переме́нная
величина́	переме́нная величина́
значе́ние	допусти́мые значе́ния переме́нных
да́нное значе́ние	о́бласть допусти́мых значе́ний
мно́жество *чего?* значе́ний	имее́т смысл
о́бласть (ж. р.)	не имее́т смы́сла
непо́лный квадра́т	кро́ме *чего?*

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Переменная величина – это величина, которая может принимать множество значений. Переменные величины обозначают малыми латинскими буквами. Например, $a, b, c, \ldots$.

Алгебраическое выражение – это выражение, которое содержит числа, переменные, знаки действий и скобки.

Например, $\frac{5 \cdot a^2 \cdot b^2}{a-b}$ – это алгебраическое выражение. Оно содержит число 5, переменные a и b, знаки (–) и ($\cdot$).

Выражение с переменными **имеет смысл** при данных значениях переменных[8], если при данных значениях переменных *можно* вычислить его значение.

Выражение с переменными **не имеет смысла** при данных значениях переменных, если при данных значениях переменных *нельзя* вычислить его значение.

Допустимые значения переменных – это значения переменных, при которых выражение имеет смысл. Например, выражение $\frac{2}{x-1}$ имеет смысл, если $x-1 \neq 0$, т. е. $x \neq 1$. Следовательно, допустимые значения переменных данного выражения – это все действительные числа, кроме числа один.

Область допустимых значений (ОДЗ) выражения – это множество всех допустимых значений переменных данного выражения.

Б) Ответьте на вопросы.

1. Что такое переменная величина?
2. Как обозначают переменные величины?
3. Что такое алгебраическое выражение?
4. Что может содержать алгебраическое выражение?
5. Когда выражение с переменными имеет смысл?
6. Что такое допустимые значения переменной?

---

[8] **При** данных значениях переменных = **когда есть** данные значения переменных.

9.2. Формулы сокращённого умножения

Задание 2. Прочитайте формулы сокращённого умножения.

Название формулы	**Формула**	**Чтение формулы**
Разность квадратов	$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$	а в квадрате минус бэ в квадрате равно а минус бэ умножить на а плюс бэ.
Квадрат суммы	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	а плюс бэ в квадрате равно а в квадрате плюс два а бэ плюс бэ в квадрате.
Квадрат разности	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	а минус бэ в квадрате равно а в квадрате минус два а бэ плюс бэ в квадрате.
Разность кубóв	$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot\left(a^2 + ab + b^2\right)$	а в кубе минус бэ в кубе равно а минус бэ умножить на а в квадрате плюс а бэ плюс бэ в квадрате.
Сумма кубóв	$a^3 + b^3 = (a+b)\cdot\left(a^2 - ab + b^2\right)$	а в кубе плюс бэ в кубе равно а плюс бэ умножить на а в квадрате минус а бэ плюс бэ в квадрате.
Куб суммы	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	а плюс бэ в кубе равно а в кубе плюс три а в квадрате бэ плюс три а бэ в квадрате плюс бэ в кубе.
Куб разности	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	а минус бэ в кубе равно а в кубе минус три а в квадрате бэ плюс три а бэ в квадрате минус бэ в кубе.

Выражение $a^2 + ab + b^2$ называется **неполным квадратом суммы**.

Выражение $a^2 - ab + b^2$ называется **неполным квадратом разности**.

9.3. Преобразование алгебраических выражений

Словарь к теме

вноси́ть – внести́ возводи́ть – возвести́ выноси́ть – вы́нести сокраща́ть – сократи́ть раскла́дывать – разложи́ть	преобразова́ние преобразо́вывать – преобразова́ть приводи́ть – привести́ раскрыва́ть – раскры́ть сле́довательно

Задание 3. А) Изучите конструкции.

Инфинитив (НСВ – СВ)	**Конструкция**	**Императив (СВ)**	**Существительное**
раскрыва́ть – раскры́ть	раскрыва́ть – раскры́ть что?	раскро́й(те)	раскры́тие
выноси́ть – вы́нести	выноси́ть – вы́нести что? за что?	вы́неси(те)	вынесе́ние
	выноси́ть – вы́нести что? из-под чего?		
вноси́ть – внести́	вноси́ть – внести́ что? куда? / во что?	внеси́(те)	внесе́ние
	вноси́ть – внести́ что? под что?		
раскла́дывать – разложи́ть	раскла́дывать – разложи́ть что? на что?	разложи́(те)	разложе́ние
возводи́ть – возвести́	возводи́ть – возвести́ что? во что?	возведи́(те)	возведе́ние
извлека́ть – извле́чь	извлека́ть – извле́чь что? из чего?	извлеки́(те)	извлече́ние
сокраща́ть – сократи́ть	сокраща́ть – сократи́ть что?	сократи́(те)	сокраще́ние
приводи́ть – привести́	приводи́ть – привести́ что?	приведи́(те)	приведе́ние
применя́ть – примени́ть	применя́ть – примени́ть что?	примени́(те)	примене́ние
преобразо́вывать – преобразова́ть	преобразо́вывать – преобразова́ть что?	преобразу́й(те)	преобразова́ние

Б) Прочитайте в таблице задания и примеры.

Задание	**Пример**
Раскройте (что?) **скобки** в выражении $5\cdot(x+y)$.	$5\cdot(x+y)=5x+5y$
Вынесите (что?) общий **множитель** (за что?) **за скобки** в выражении $10x+5y$.	$10x+5y=5\cdot(2x+y)$
Внесите в выражении $5\cdot a\cdot(x+y)$ (что?) **число** 5 (во что?) **в скобки**.	$5\cdot a\cdot(x+y)=a\cdot(5x+5y)$
Вынесите (что?) **множитель** (из-под чего?) **из-под знака** корня.	$\sqrt[3]{125b^7}=\sqrt[3]{(5b^2)^3 b}=5b^2\cdot\sqrt[3]{b}$
Внесите (что?) *a* (под что?) **под знак корня**.	$a\cdot\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a^3}\cdot\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a^3b}$
Сократите (что?) дробь $\frac{a^5b^3}{a^2b^2}$.	Сократим дробь на выражение a^2b^2: $\frac{a^5b^3}{a^2b^2}=\frac{a^2a^3b^2b}{a^2b^2}=a^3b$
Приведите (что?) **подобные слагаемые** в выражении $3x^2+5y-7x^2+6y-10$.	$3x^2+5y-7x^2+6y-10=$ $=-4x^2+11y-10$
Разложите (что?) выражение $9-x^2$ (на что?) **на множители**.	Разложим выражение по формуле разность квадратов: $9-x^2=(3-x)\cdot(3+x)$
Примените (что?) формулу.	$(1-a)^2=1-2a+a^2$
Возведите (что?) 5 (во что?) в куб.	$5^3=125$
Извлеките (что?) корень квадратный (из чего?) из числа 625.	$\sqrt{625}=25$

В) Назовите преобразования и операции.

Образец. 1) $10x+5y=5\cdot(2x+y)$ – преобразование: вынесение общего множителя за скобки.

2) $5^3=125$ – операция: возведение в степень.

1) $(a-7b)\cdot 5c=5ac-35bc$;

2) $4x^2-y^2=(2x-y)\cdot(2x+y)$;

3) $\sqrt{25a^2b^3}=5ab\cdot\sqrt{b}$;

4) $\frac{6x^2y^4}{8xy}=\frac{3xy^3}{4}$;

5) $(1+x)^2=1+2x+x^2$;

6) $3a\cdot(a^2+b)=3\cdot(a^3+ba)$;

7) $3b\cdot\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{27b^4}$;

8) $3x-5y+2x-3y=5x-8y$;

9) $3xy-6x^2y=3xy\cdot(1-2x)$;

10) $1-y^3=(1-y)\cdot(1+y+y^2)$;

11) $2^3=2\cdot2\cdot2=8$;

12) $\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$.

Задания

Задание 1. Назовите числа, переменные и знаки, которые содержит алгебраическое выражение.

Образец. Алгебраическое выражение $\left(x^2-y^2\right)\cdot 5$ содержит число 5, переменные x и y, круглые скобки и знаки минус (–) и умножить на (·).

1) $5a^3b-3b$; 2) x^3-xy^2+13y; 3) $(a-7b):5c$.

Задание 2. Ответьте на вопрос: имеет ли[9] смысл числовое выражение?

Образец. 1) Имеет ли смысл числовое выражение $\dfrac{2+3}{16-2\cdot 8}$?

Решение. Выполним операцию сложения в числителе дроби и операции умножения и вычитания в знаменателе дроби. Получим

$$\frac{2+3}{16-2\cdot 8}=\frac{5}{16-16}=\frac{5}{0}.$$

Результат содержит в знаменателе дроби число 0. На ноль делить нельзя. Следовательно, числовое выражение **не имеет смысла**.

2) Имеет ли смысл числовое выражение $\dfrac{3-2}{(18-2):8}$?

Решение. Выполним операцию вычитания в числителе и знаменателе дроби и операцию деления в знаменателе дроби. Получим

$$\frac{3-2}{(18-2):8}=\frac{1}{16:8}=\frac{1}{2}=0{,}5.$$

Получили числовое значение. Следовательно, числовое выражение **имеет смысл**.

1) $\dfrac{(5-3)\cdot 2}{15+2\cdot 8}$; 2) $\dfrac{10-7}{12-3\cdot 4}$; 3) $\dfrac{(7-2)\cdot 3-15}{25-4\cdot 6}$; 4) $\dfrac{8+9:3}{(18-3\cdot 6):2}$.

Задание 3. Найдите область допустимых значений выражения.

1) $\dfrac{5}{x-10}$; 2) $\dfrac{3x}{x+3}$; 3) $\dfrac{1}{a-b}$; 4) $\dfrac{2}{b+6}$; 5) $\dfrac{4y}{y-0{,}1}$.

Задание 4. Разложите выражение на множители. Какую формулу сокращённого умножения применили?

Образец. Разложим выражение $1-x^2$ на множители по формуле разность квадратов $a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$. Получим $1-x^2=(1-x)\cdot(1+x)$.

1) a^2-4; 2) $9-4a^2$; 3) a^2+4a+4;
4) x^3-8; 5) $8x^3-27$; 6) x^2-2x+1;
7) y^3+8; 8) $8+27y^3$; 9) $y^3-6y^2+12y-8$.

[9] Имеет **ли**? = Имеет **или не** имеет?

Задание 5. Выберите правильный вариант ответа.

1. Выражение $\frac{2}{x-1}$ … смысл при любых значениях x, кроме $x = 1$.

а) вычисляет; б) имеет; в) содержит.

2. Результат вычисления … в знаменателе дроби число 0.

а) вычисляет; б) имеет; в) содержит.

3. При данных значениях переменных можно … значение выражения.

а) вычислить; б) иметь; в) содержать.

4. Алгебраическое выражение $\frac{5a^2b^2}{a-b}$ содержит число 5, … a и b, знаки (–) и (·).

а) числа; б) области; в) переменные.

5. … допустимых значений выражения – это множество всех допустимых значений переменных данного выражения.

а) Величина; б) Область; в) Переменная.

6. Переменные … обозначают малыми латинскими буквами: a, b, c и т. д.

а) величины; б) области; в) переменные.

7. … величина – это величина, которая может принимать множество значений.

а) Алгебраическая; б) Допустимая; в) Переменная.

8. … значения переменных – это значения переменных, при которых выражение имеет смысл.

а) Алгебраические; б) Допустимые; в) Переменные.

9. … выражение – это выражение, которое содержит числа, переменные, знаки действий и скобки.

а) Алгебраическое; б) Допустимое; в) Переменное.

10. … 5 в куб.

а) Вынесите; б) Разложите; в) Возведите.

11. … множитель из-под знака корня.

а) Вынесите; б) Раскройте; в) Приведите.

12. … квадратный корень из числа 625.

а) Разложите; б) Извлеките; в) Раскройте.

13. … подобные слагаемые в выражении $3x^2 + 5y - 7x^2 + 6y - 10$.

а) Приведите; б) Раскройте; в) Возведите.

14. … выражение $9 - x^2$ на множители.

а) Извлеките; б) Разложите; в) Раскройте.

15. … скобки в выражении $5 \cdot (x + y)$.

а) Сократите; б) Вынесите; в) Раскройте.

16. … a под знак корня.

а) Сократите; б) Внесите; в) Извлеките.

17. … числитель и знаменатель дроби на пять.

а) Сократите; б) Внесите; в) Извлеките.

Задание 6. Установите соответствие между заданием и примером.

Задание	Пример
Вынесите множитель за скобки.	$5b(2a+1)=10ab+5b$
Раскройте скобки.	$(a^n)^m = a^{n\cdot m}$
Возведите степень в степень.	$10ab+5b=5b(2a+1)$
Возведите корень в степень.	$\sqrt[4]{16}=2$
Внесите множитель под знак корня.	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
Вынесите множитель из-под знака корня.	$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$
Возведите число в степень.	$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$
Извлеките корень из числа.	$3^3=27$

Задание 7. Соедините начало и конец предложений.

Начало предложения	Конец предложения
Алгебраическое выражение – это выражение,	если при этих значениях переменных можно вычислить его значение.
Выражение с переменными имеет смысл при данных значениях переменных,	если при этих значениях переменных нельзя вычислить его значение.
Выражение с переменными не имеет смысла при данных значениях переменных,	которая может принимать множество значений.
Допустимые значения переменных – это значения переменных,	которое содержит числа, переменные, знаки действий и скобки.
Переменная величина – это величина,	при которых выражение имеет смысл.

Задание 8. Измените конструкции.

Образец. Сократите (*что?*) дробь → сокращение (*чего?*) дроби.

1. Приведите подобные слагаемые → ______________________________
2. Раскройте скобки → ____
3. Вынесите общий множитель за скобки → _________________________
4. Внесите множитель под знак корня → ____________________________
5. Разложите выражение на множители → _________________________
6. Преобразуйте выражение → ___________________________________
7. Вынесите множитель из-под знака корня → _______________________
8. Возведите в степень → _______________________________________

Тема 10. Линейные и квадратные уравнения

10.1. Линейные уравнения

Словарь к теме

коэффицие́нт *при чём?*	свобо́дный член *чего?* уравне́ния
уравне́ние	удовлетворя́ть *чему?* уравне́нию
лине́йное уравне́ние	схе́ма *чего?* реше́ния
просте́йшее уравне́ние	ве́рное ра́венство
уравне́ние *с чем?* с неизве́стным	не́сколько *чего?*
уравне́ние имее́т *что?*	обраща́ть – обрати́ть *что? во что?*
ко́рень (м. р.)	переноси́ть – перенести́ *что? куда?*
ко́рень *чего?* уравне́ния	подставля́ть – подста́вить *что? куда?*
реше́ние *чего?* уравне́ния	своди́ть – свести́ *что? к чему?*
член *чего?* уравне́ния	противополо́жный зна́к

Записи и символы **читают:**
$ax + b = 0$ – а икс плюс бэ равно нулю;
$\Leftrightarrow$ – равносильно;
$x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -8$ – уравнение $x + 8 = 0$ равносильн**о** уравнени**ю** $x = -8$.

Задание 1. Прочитайте конструкции и примеры.

Подставить что? вместо чего?

Подставить вместо чего? что?

Подставить *число* 2,5 вместо *неизвестного x*.
Подставить вместо *неизвестного x число* 2,5.

Задание 2. А) Прочитайте текст.

Уравнение – это равенство двух выражений, которое содержит одну или несколько неизвестных переменных.

Значения переменных, при которых уравнение обращается [10] в верное числовое равенство, называют **корня́ми уравнения**, или **решениями уравнения**.

Уравнение может иметь только один ко́рень, несколько корне́й, бесконечное множество корне́й или не иметь корне́й.

Решить уравнение – значит найти все его ко́рни или убедиться, что уравнение не имеет корне́й.

Линейное уравнение с одним неизвестным – это уравнение, которое содержит одну переменную в первой степени.

Например, уравнение $5x + 2 = 12$ – это линейное уравнение. Оно содержит переменную x в первой степени.

[10] Обращается в верное числовое равенство = становится верным числовым равенством.

Линейное уравнение вида $ax + b = 0$, где x – неизвестное, a и b – числа, $a \neq 0$, называют **простейшим**[11] **линейным уравнением**. Число a называется **коэффициентом при неизвестном**, число b – **свободным членом**.

Например, $2x – 5 = 0$ – это линейное уравнение с неизвестным x. Если в уравнение подставить число 2,5 вместо x, то получим верное числовое равенство: $2 \cdot 2{,}5 – 5 = 0$.

Следовательно, значение $x = 2{,}5$ – это корень уравнения $2x – 5 = 0$.

На рисунке 1 изображена схема решения линейного уравнения.

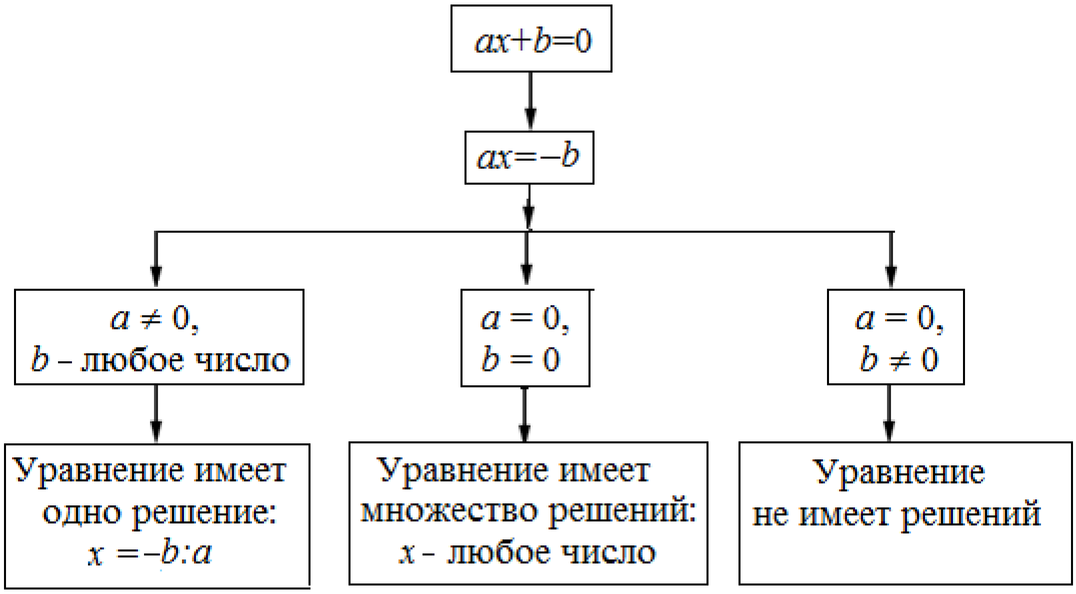


Рис. 1. Схема решения простейшего линейного уравнения

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что называется уравнением?
2. Что называется корнем уравнения?
3. Что значит решить уравнение?
4. Как называется уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b – числа, $a \neq 0$?
5. Как называется число a в уравнении $ax + b = 0$?
6. Как называется число b в уравнении $ax + b = 0$?
7. Сколько корней может иметь линейное уравнение?
8. Когда линейное уравнение имеет одно решение?
9. Когда линейное уравнение не имеет решений?
10. Когда линейное уравнение имеет множество решений?
11. Запишите линейное уравнение, корень которого равен нулю.
12. Запишите линейное уравнение, корень которого равен минус одному.
13. Запишите линейное уравнение, которое не имеет решений.
14. Запишите линейное уравнение, корень которого дробное число.
15. Запишите линейное уравнение, корень которого целое положительное число.

[11] Простéйший = сáмый простóй.

Задание 3. Прочитайте примеры и их решения.

1) Решите уравнение $5x + 2 = 12$.

Решение. Перенесём в правую часть уравнения число 2 с противоположным знаком

$$5x = 12 - 2.$$

Выполним в правой части равенства вычитание

$$5x = 10.$$

Разделим обе части равенства на 5. Значение $x = 2$ – это корень уравнения.

Ответ. $x = 2$.

2) Решите уравнение $5 \cdot (x+3) = 3 \cdot (x-1) + 2$.

Решение. Приведём уравнение к виду $ax + b = 0$. Сначала раскроем скобки в обеих частях равенства

$$5x + 15 = 3x - 3 + 2.$$

Перенесём все слагаемые с противоположными знаками из правой части равенства в левую часть и приведём подобные слагаемые

$$5x + 15 - 3x + 3 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + 16 = 0.$$

Получили простейшее линейное уравнение. Найдём его решение

$$2x + 16 = 0 \Leftrightarrow 2x = -16 \Leftrightarrow x = -8.$$

Здесь обе части равенства $2x = -16$ разделили на 2 и нашли корень уравнения.

Ответ. $x = -8$.

10.2. Квадратные уравнения

Словарь к теме

квадра́тный трёхчлен квадра́тное уравне́ние по́лное квадра́тное уравне́ние	непо́лное квадра́тное уравне́ние дискримина́нт *чего?* квадра́тного уравне́ния прира́внивать – приравня́ть *что? к чему?*

Записи **читают:**

$ax^2 + bx + c = 0$ – а икс квадрат плюс бэ икс плюс цэ равно нулю;

$D = b^2 - 4ac$ → дэ равно бэ в квадрате минус четыре а, цэ;
→ дискриминант рав**ен** бэ в квадрате минус четыре а, цэ;

$\pm$ – плюс минус;

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ – икс один, два рав**ен** минус бэ плюс минус корень из дэ (из дискриминанта) разделить на два а;

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$ – икс один рав**ен** икс два равен минус бэ разделить на два а;

$x_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$ – икс один, два рав**ен** плюс минус корень квадратный из минус цэ разделить на а.

Задание 4. Прочитайте текст.

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где a, b и c – некоторые числа, $a \neq 0$, x – неизвестное. Числа a, b и c называются **коэффициентами квадратного уравнения**. Коэффициент c называется **свободным членом**.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ называют **полным**, если все коэффициенты уравнения отличны[12] от нуля.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ называют **неполным**, если хотя бы один[13] из коэффициентов b или c равен нулю.

Например, квадратное уравнение $2x^2 + x - 1 = 0$ – это полное квадратное уравнение, т. к. $a = 2$, $b = 1$, $c = -1$.

Квадратное уравнение $2x^2 + x = 0$ – это неполное квадратное уравнение, т. к. свободный член уравнения равен нулю: $c = 0$.

Рассмотрим решение неполных квадратных уравнений.

Случай 1. Пусть в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты $b = 0$, $c \neq 0$. Тогда уравнение примет вид

$$ax^2 + c = 0.$$

Перенесём свободный член в правую часть уравнения с противоположным знаком и разделим обе части уравнения на a.

Получим

$$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -c \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}.$$

Если число $\left(-\frac{c}{a}\right) > 0$, то уравнение имеет два действительных корня, которые находят по формуле $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

Если число $\left(-\frac{c}{a}\right) < 0$, то уравнение не имеет действительных корней.

Случай 2. Пусть в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты $b \neq 0$, $c = 0$. Тогда уравнение примет вид

$$ax^2 + bx = 0.$$

Вынесем общий множитель за скобки

$$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x \cdot (ax + b) = 0.$$

Произведение множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю. Следовательно,

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0.$$

---

[12] Отличен от нуля = не равен нулю.

[13] Хотя бы один из коэффициентов = **или** один, **или** оба коэффициента.

Найдём решение линейного уравнения $ax + b = 0$:

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Следовательно, уравнение $ax^2 + bx = 0$ имеет два решения:

$$x = 0,\ x = -\frac{b}{a}.$$

Случай 3. Пусть в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты $b = 0,\ c = 0$. Тогда уравнение примет вид

$$ax^2 = 0.$$

Разделим обе части уравнения на a и найдём решение уравнения

$$ax^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Следовательно, уравнение $ax^2 = 0$ имеет один корень $x = 0$.

Чтобы решить **полное квадратное уравнение**, надо сначала найти **дискриминант квадратного уравнения.** Дискриминант квадратного уравнения находят по формуле

$$D = b^2 - 4ac.$$

Рассмотрим три случая решения квадратного уравнения.

Случай	Корни квадратного уравнения
1. Пусть $D > 0$.	Уравнение имеет 2 действительных различных корня, которые находят по формуле $$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$
2. Пусть $D = 0$.	Уравнение имеет 2 одинаковых действительных корня, которые находят по формуле $$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}.$$
3. Пусть $D < 0$.	Уравнение не имеет действительных корней.

Выражение вида $ax^2 + bx + c$ называется **квадратным трёхчленом.**

Значения переменной x, которые обращают квадратный трёхчлен в нуль, называют **корнями квадратного трёхчлена** (или **нулями квадратного трёхчлена**).

Если квадратный трёхчлен имеет два действительных корня x_1 и x_2, то его можно разложить на множители по формуле

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2).$$

Пример. Разложите квадратный трёхчлен $x^2 + 2x - 15$ на множители.

Решение. Найдём нули квадратного трёхчлена. Для этого приравняем квадратный трёхчлен к нулю и решим квадратное уравнение

$$x^2 + 2x - 15 = 0.$$

Найдём дискриминант квадратного уравнения по формуле $D = b^2 - 4ac$.

Получим $D=2^2-4\cdot1\cdot(-15)=4+60=64$. Так как $D>0$, то квадратное уравнение имеет два различных действительных корня.

Подставим в формулу $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ значения a, b и D и найдём корни квадратного уравнения:

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\cdot1} \Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm8}{2}.$$

Получим:

$$x_1=\frac{-2-8}{2}=-\frac{10}{2}=-5;\ x_2=\frac{-2+8}{2}=\frac{6}{2}=3.$$

Разложим квадратный трёхчлен $x^2+2x-15$ на множители по формуле $ax^2+bx+c=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$.

Получим:

$$x^2+2x-15=1\cdot(x-(-5))\cdot(x-3) \text{ или } x^2+2x-15=(x+5)\cdot(x-3).$$

Таким образом, выражение $(x+5)\cdot(x-3)$ – это разложение квадратного трёхчлена $x^2+2x-15$ на множители. Если в выражении $(x+5)\cdot(x-3)$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то получим квадратный трёхчлен $x^2+2x-15$.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Какое уравнение называется квадратным уравнением?
2. По какой формуле находят дискриминант квадратного уравнения?
3. Когда квадратное уравнение имеет два различных корня?
4. По какой формуле находят корни квадратного уравнения?
5. Когда квадратное уравнение имеет два одинаковых корня?
6. Когда квадратное уравнение не имеет действительных корней?
7. Какое квадратное уравнение называется полным? Приведите пример.
8. Какое квадратное уравнение называется неполным? Приведите пример.
9. Что называется квадратным трёхчленом?
10. Запишите разложение квадратного трёхчлена на множители.

Задания

Задание 1. Поставьте слова в скобках в правильную форму.

Равенство двух выражений, каждое из которых содержит одну или несколько неизвестных переменных, называется (уравнение) ______________ .

Значения переменных, которые обращают уравнение в верное числовое равенство, называются (корни) _______________ уравнения.

(Простейшее линейное уравнение) __________ ______________ ______________ с одним неизвестным называется уравнение вида $ax+b=0$, где x – неизвестное, a и b – числа, $a\neq0$. Число a называется (коэффициент)

_______________ при неизвестном. Число b называется (свободный член) ____________ _____________ .

(Квадратное уравнение) ______________ _________ называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где $a\neq 0$. Числа a, b и c называются (коэффициенты) ________________________ квадратного уравнения. Коэффициент c называется (свободный член) ______________ __________ . Если все коэффициенты уравнения $ax^2+bx+c=0$ отличны от нуля, то уравнение $ax^2+bx+c=0$ называют (полное квадратное уравнение) ______________ ______________ ___________ . Выражение $D=b^2-4ac$ называется (дискриминант) ____________ квадратного уравнения.

Задание 2. Соедините начало и конец предложений.

Начало предложения	**Конец предложения**
Линейное уравнение с одним неизвестным – это	выражение $D=b^2-4ac$.
В квадратном уравнении числа a, b и c – это	уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где a, b и c – некоторые числа, $a\neq 0, x$ – неизвестное.
В линейном уравнении с одним неизвестным число b – это	уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b – некоторые числа, $a\neq 0$, x – неизвестное.
В линейном уравнении с одним неизвестным число a – это	значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.
Корень уравнения – это	свободный член.
Дискриминант квадратного уравнения – это	коэффициент при неизвестном.
Квадратное уравнение – это	коэффициенты квадратного уравнения.

Задание 3. Решите линейные уравнения. Объясните решения.

1) $3\cdot(2x-3)=4x$; 2) $3x-6=5x$; 3) $3\cdot(5x-6)=2\cdot(4x-5)$;
4) $2\cdot(x-7)=6\cdot(x+1)-3$; 5) $4x=7x+9$; 6) $4\cdot(3x-1)=1-5\cdot(x+4)$;
7) $\frac{x+2}{3}+x=1-\frac{3x}{4}$; 8) $\frac{3x}{4}+1=x$; 9) $\frac{x-1}{3}=\frac{2x+1}{2}$.

Задание 4. Решите квадратные уравнения. Назовите полные и неполные квадратные уравнения.

1) $2x^2-4x=0$; 2) $2x^2-18=0$; 3) $4x^2+5=0$;
4) $2x^2+x-1=0$; 5) $x^2+2x+5=0$; 6) $x^2+2x+1=0$;
7) $9-2x^2=0$; 8) $2x^2+3x-2=0$; 9) $5x^2-14x-3=0$.

Задание 5. Разложите квадратные трёхчлены на множители.

1) $x^2+3x-10$; 2) x^2-6x+5; 3) x^2+x-30; 4) $2x^2-5x-3$;

5) $2x^2-7x-15$; 6) $3x^2+2x-8$; 7) x^2-6x+9; 8) $6x^2+x-2$.

Задание 6. Запишите в предложения глаголы в правильной форме.

А) *найти, подставить, содержать, убедиться*;

1. ______________ в формулу $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ значения a, b и D.

2. Решить уравнение – значит ________ все его корни или _____________, что уравнение не имеет корней.

3. Уравнение – это равенство двух выражений, которое ______________ одну или несколько неизвестных переменных.

Б) *выполнить, перенести, привести, раскрыть*;

4. ______________ в правой части равенства вычитание.

5. ______________ все слагаемые с противоположными знаками из правой части уравнения в левую часть уравнения.

6. ______________ уравнение к виду $ax+b=0$.

7. Сначала ______________ скобки в обеих частях равенства.

8. _____________ подобные слагаемые.

В) *вынести, находить, получить, разделить*;

9. ______________ обе части равенства на 5.

10. ______________ общий множитель за скобки.

11. Дискриминант квадратного уравнения ______________ по формуле $D=b^2-4ac$.

12. Если в уравнение $2x-5=0$ подставим число 2,5 вместо x, то ______________ верное числовое равенство.

Г) *иметь, обращать, приравнять, разложить*;

13. Если квадратный трёхчлен ______________ два действительных корня x_1 и x_2, то его можно ______________ на множители.

14. Значения переменной x, которые ______________ квадратный трёхчлен в нуль, называют корнями квадратного трёхчлена.

15. Найдём нули квадратного трёхчлена, для этого ______________ квадратный трёхчлен к нулю.

16. _____________ многочлен на множители.

Задание 7. Поставьте слова в скобках в правильную форму.

1. Все коэффициенты полного квадратного уравнения отличны от (нуль) ___________.

2. Если квадратный трёхчлен имеет два действительных корня x_1 и x_2, то его можно разложить на (множители) ___________.

3. Квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$ называют неполным, если хотя бы один из (коэффициенты) ___________ равен нулю.

4. Корни уравнения – это значения переменных, при (которые) ____________ уравнение обращается в верное числовое равенство.

5. Корнями квадратного трёхчлена называют значения переменной x, которые обращают квадратный трёхчлен в (нуль) ___________.

6. Перенесём все слагаемые с (противоположные знаки) ___________ ___________ из (правая часть) ___________ ___________ равенства в (левая часть) ___________ ___________ равенства.

7. Подставим в (формула) ___________ $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ значения a, b и D.

8. Пусть в (уравнение) _________ $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициент $b = 0$, $c \neq 0$.

9. Уравнение $2x - 5 = 0$ – это линейное уравнение с (один неизвестный) ____________ ____________ x.

10. Уравнение $5x + 2 = 12$ содержит переменную x в (первая степень) ____________ ____________.

11. Уравнение – это равенство двух выражений, (который) ___________ содержит одну или несколько (неизвестная переменная) __________________ ______________.

Задание 8. Выберите правильный вариант ответа.

1. Выражение вида $ax^2 + bx + c$ называется … трёхчленом.
а) квадратным; б) простейшим; в) свободным.

2. Линейное уравнение вида $ax + b = 0$, где x – неизвестное, a и b – числа, $a \neq 0$, – это … линейное уравнение.
а) квадратное; б) простейшее; в) свободное.

3. Число b в уравнении $ax + b = 0$ – это … член.
а) квадратный; б) простейший; в) свободный.

4. Число a в уравнении $ax + b = 0$ – это … при неизвестном.
а) дискриминант; б) корень; в) коэффициент.

5. Выражение $D = b^2 - 4ac$ – это … квадратного уравнения.
а) дискриминант; б) корень; в) коэффициент.

6. Значения переменных, при которых уравнение обращается в верное числовое равенство, – это ... уравнения.
а) дискриминанты; б) корни; в) коэффициенты.

7. Если все коэффициенты квадратного уравнения отличны от нуля, то это … квадратное уравнение.
а) бесконечное; б) неизвестное; в) полное.

8. Уравнение – это равенство двух выражений, которое содержит одну или несколько … переменных.
а) бесконечных; б) неизвестных; в) полных.

9. Уравнение может иметь только один корень, несколько корней, … множество корней или не иметь корней.
а) бесконечное; б) неизвестное; в) полное.

Тема 11. Неравенства

11.1. Числовые промежутки

Словарь к теме

бесконéчность (ж. р.) двойнóе нерáвенство интервáл полуинтервáл отрéзок промежýток	числовóй промежýток спóсоб услóвие включи́тельно удовлетворя́ть *чему?* услóвию

Символы и записи **читают:**

$a \leq x \leq b$ – икс больше или рав**ен** а, **но** меньше или рав**ен** бэ (это двойное неравенство);

$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$ – множество всех действительных икс, таких, что икс больше или равен а, **но** меньше или равен бэ;

∞ – бесконечность;

$-\infty$ – минус бесконечность.

Задание 1. А) Изучите конструкцию, определите падежи числительных и прочитайте примеры.

от чего? до чего?

Запись «от 5 до 10» **читают:** от пят**и** до десят**и**.

Запись «от 2,1 до ∞» **читают: от** дв**ух** цел**ых** одн**ой** десят**ой до** бесконечност**и**.

Б) Прочитайте записи, используйте конструкцию «от чего? до чего?».

1) от 1 до ∞;	2) от 0 до 7;	3) от 12 до 100;
4) от – 3 до – 1;	5) от – 8 до 13;	6) от – ∞ до 90;
7) от – ∞ до ∞;	8) от 21 до 32;	9) от 8 до 23;
10) от – 4 до ∞;	11) от 1,1 до 2,3;	12) от 0,1 до ∞.

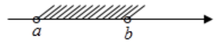
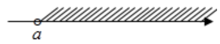
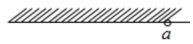
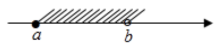
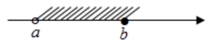
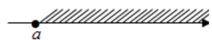
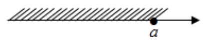
Задание 2. А) Прочитайте текст.

Отрезок, интервал и полуинтервал называют **числовыми промежутками**. Числовой промежуток можно задать тремя способами[14]:

1) двойным неравенством;
2) обозначением;
3) изображением на числовой оси.

[14] Можно задать тремя́ способами = можно задать с помощью трёх способов.

Прочитайте названия и обозначения числовых промежутков.

Название числового промежутка	**Обозначение числового промежутка**	**Неравенство, которое задаёт числовой промежуток**	**Чтение числового промежутка**	**Изображение числового промежутка**
Отрезок	$[a;\, b]$	$\{x \in R \mid a \le x \le b\}$	отрезок от а до бэ	
Интервалы	$(a;\, b)$	$\{x \in R \mid a < x < b\}$	интервал от а до бэ	
	$(-\infty;\, \infty)$	$\{x \in R \mid -\infty < x < \infty\}$	интервал от минус бесконечности до (плюс) бесконечности	
	$(a;\, \infty)$	$\{x \in R \mid a < x < \infty\}$	интервал от а до бесконечности	
	$(-\infty;\, a)$	$\{x \in R \mid -\infty < x < a\}$	интервал от минус бесконечности до а	
Полуинтер-валы	$[a;\, b)$	$\{x \in R \mid a \le x < b\}$	полуинтервал от а включительно до бэ	
	$(a;\, b]$	$\{x \in R \mid a < x \le b\}$	полуинтервал от а до бэ включительно	
	$[a;\, \infty)$	$\{x \in R \mid a \le x < \infty\}$	полуинтервал от а включительно до бесконечности	
	$(-\infty;\, a]$	$\{x \in R \mid -\infty < x \le a\}$	полуинтервал от минус бесконечности до а включительно	

Бесконечными промежутками называют промежутки $(a;\, \infty)$, $(-\infty;\, a)$, $[a;\, \infty)$, $(-\infty;\, a]$ и $(-\infty;\, \infty)$.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Назовите числовые промежутки.
2. Запишите, каким знаком обозначают бесконечность.
3. Как можно задать числовой промежуток?
4. Запишите бесконечные промежутки.
5. Какое неравенство задаёт отрезок $[a;\, b]$?
6. Какое неравенство задаёт интервал $(a;\, b)$?
7. Запишите неравенство, которое задаёт полуинтервал $[-1;\, 5)$.
8. Запишите неравенство, которое задаёт полуинтервал $(-\infty;\, 7]$.
9. Изобразите на числовой оси полуинтервал $(2;\, 4]$.
10. Изобразите на числовой оси интервал $(-\infty;\, 5)$.
11. Изобразите на числовой оси отрезок $[-1;\, 7]$.
12. Изобразите на числовой оси полуинтервал $[0;\, \infty)$.

11.2. Операции над множествами

Словарь к теме

графи́ческая иллюстра́ция объедине́ние мно́жеств	пересече́ние мно́жеств ра́зность мно́жеств

Знаки и записи **читают:**

$\bigcup$ – объединение;

$\bigcap$ – пересечение;

$\backslash$ – разность;

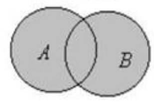
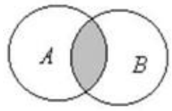
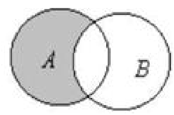
$A \bigcup B$ – объединение множеств а и бэ (а в объединении с бэ);

$A \bigcap B$ – пересечение множеств а и бэ (а в пересечении с бэ);

$A \setminus B$ – разность множеств а и бэ (а минус бэ);

$A \bigcup B = \left\{ x \middle| x \in A \text{ или } x \in B \right\}$ – объединение множеств а и бэ – это множество всех икс, таких, что $x \in A$ или $x \in B$.

Задание 3. А) Прочитайте названия, обозначения, определения операций над множествами и изучите графическую иллюстрацию.

Название операции	**Знак операции**	**Определение операции**	**Графическая иллюстрация**
Объединение множеств A и B	$\bigcup$	$A \bigcup B = \left\{ x \middle| x \in A \text{ или } x \in B \right\}$	
Пересечение множеств A и B	$\bigcap$	$A \bigcap B = \left\{ x \middle| x \in A \text{ и } x \in B \right\}$	
Разность множеств A и B	$\backslash$	$A \setminus B = \left\{ x \middle| x \in A \text{ и } x \notin B \right\}$	

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Какие операции над множествами Вы знаете?
2. Запишите знаки операций над множествами.
3. Запишите символами разность множеств $[a; b]$ и $(a; b)$.
4. Чему равно объединение множеств A и B?
5. Чему равно пересечение множеств A и B?
6. Чему равна разность множеств A и B?
7. Найдите пересечение множеств [0; 9] и (– 1; 3). Сделайте рисунок.
8. Найдите объединение множеств [0; 9] и (– 1; 3). Сделайте рисунок.
9. Найдите пересечение множеств [7; 9] и (– ∞; 7). Сделайте рисунок.
10. Найдите объединение множеств [– 4; 2] и (2; ∞). Сделайте рисунок.
11. Даны множества $A = \{1; 2; 3\}$ и $B = \{3; 4; 5\}$:
    1) найдите объединение и пересечение множеств A и B;
    2) найдите разность множеств A и B.

11.3. Неравенства

Словарь к теме

ве́рное нера́венство квадра́тное нера́венство лине́йное нера́венство нестро́гое нера́венство стро́гое нера́венство рациона́льное нера́венство равноси́льный[15]	равноси́льно вы́колотая то́чка закра́шенная то́чка ме́тод интерва́лов прира́внивать – приравня́ть *что? к чему?* своди́ть – свести́ *что? к чему?* чередова́ться

Символ и запись **читают:**

$\Leftrightarrow$ – равносильно;

$2x < -16 \Leftrightarrow x < -8$ – неравенств**о** два икс меньше минус шестнадцати **равносильно** неравенств**у** икс меньше минус восьми.

Задание 4. А) Прочитайте текст.

Если два выражения соединены знаками <, >, ≤, ≥, то говорят, что задано **неравенство**. Если два выражения соединены знаками < или >, то это **строгое неравенство**. Если два выражения соединены знаками ≤ или ≥, то это **нестрогое неравенство**.

Неравенство $2x < 16$ – это строгое неравенство. Неравенство $x \le 8$ – это нестрогое неравенство.

Если $a < b$ и $b < c$, то можно записать **двойное неравенство**:

$$a < b < c.$$

Решить неравенство – значит найти значения переменных, которые обращают это неравенство в верное числовое неравенство.

Б) Прочитайте двойные неравенства.

Образец. 1) Неравенство $4 < x < 6$ **читают:** икс больше, чем четыре, **но** меньше, чем шесть (или икс больше четыр**ёх**, **но** меньше шест**и**.)

2) Неравенство $4 \le y < 6$ **читают:** игрек больше или рав**ен** четыр**ём**, **но** меньше, чем шесть (или игрек больше или рав**ен** четыр**ём**, **но** меньше шест**и**.)

1) $-2 \le x < 19$; 2) $1 \le y \le 3$; 3) $8 < z < 19$; 4) $22 \le a < \infty$;
5) $-8 < x \le 10{,}1$; 6) $0 \le c \le 7$; 7) $-3 < z < 0$; 8) $-\infty < b < \infty$;
9) $-1{,}1 \le x < 0{,}2$; 10) $2 \le y \le 4$; 11) $-4 < z \le 1$; 12) $-\infty < a < 12$.

11.4. Линейные неравенства

Задание 5. А) Прочитайте текст.

Простейшие линейные неравенства – это неравенства вида $ax + b < 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \le 0$, $ax + b \ge 0$, где a и b – некоторые числа, $a \ne 0$.

Например, $ax + b < 0$ – это строгое линейное неравенство, $ax + b \ge 0$ – это нестрогое линейное неравенство.

[15] Равноси́льный = тожде́ственный.

Неравенства, содержащие[16] одну переменную **в первой степени**, можно свести[17] к простейшим линейным неравенствам с помощью равносильных (тождественных) преобразований.

Б) Прочитайте равносильные преобразования неравенств и примеры.

Равносильные преобразования неравенств	**Примеры**
В любой части неравенства можно раскрывать скобки.	$5 \cdot (3x + 4) < 2 \Leftrightarrow 15x + 20 < 2$
В любой части неравенства можно приводить подобные слагаемые.	$15x + 4 - 2x > 2 \Leftrightarrow 13x + 4 > 2$
Любой член неравенства можно переносить из одной части в другую с противоположным знаком.	$15x + 20 \le 2 \Leftrightarrow 15x \le 2 \mathbf{- 20}$
К обеим частям неравенства можно прибавлять одно и то же выражение.	$-2x + 6 < 2 \Leftrightarrow -2x + 6 \mathbf{+ 2x} < 2 \mathbf{+ 2x}$
Из обеих частей неравенства можно вычитать одно и то же выражение.	$3x + 4 < 2 \Leftrightarrow 3x + 4 \mathbf{- 3x} < 2 \mathbf{- 3x}$
Обе части неравенства можно умножать или делить на одно и то же положительное число.	$8x < 16 \Leftrightarrow 8x : 8 < 16 : 8$
Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства изменится на противоположный.	$-8x < 16 \Leftrightarrow -8x : (-8) > 16 : (-8)$

В) Прочитайте неравенство и его решение.

Пример. Решите неравенство $8x - 16 < 0$.

Решение. Перенесём число 16 в правую часть неравенства с противоположным знаком. Затем разделим обе части неравенства на 8. Знак неравенства не изменится, т. к. число $8 > 0$.

Запишем решение и ответ

$$8x - 16 < 0 \Leftrightarrow 8x < 16 \Leftrightarrow 8x : 8 < 16 : 8 \Leftrightarrow x < 2.$$

Отметим на числовой оси́ число 2 **выколотой точкой**[18] (рис. 2). Так как $x < 2$, то решением неравенства являются все значения, которые находятся слева от числа 2 (рис. 2).

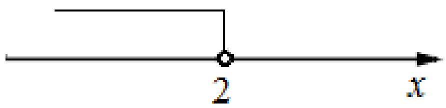


Рис. 2

Следовательно, решением неравенства является интервал $(-\infty; 2)$.

Ответ: $x \in (-\infty; 2)$.

[16] Содержа́щие = которые содéржат.
[17] Мóжно свести́ = мóжно преобразова́ть.
[18] Если неравенство строгое, то точка – вы́колотая.

Задание 6. Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Когда говорят, что задано неравенство?
2. Когда неравенство является строгим?
3. Когда неравенство является нестрогим?
4. Можно ли[19] раскрывать в неравенстве скобки?
5. Можно ли прибавлять к обеим частям неравенства одно и то же выражение?
6. Можно ли прибавлять к обеим частям неравенства разные выражения?
7. Можно ли приводить подобные слагаемые в неравенстве?
8. Что будет со знаком неравенства, если умножить обе части неравенства на одно и то же положительное число?
9. Что будет со знаком неравенства, если умножить обе части неравенства на одно и то же отрицательное число?
10. Приведите примеры строгого и нестрого линейного неравенства.
11. Почему на числовой оси число 2 отметили выколотой точкой (рис. 2)?

11.5. Квадратные неравенства

Задание 7. А) Прочитайте текст.

Рассмотрим квадратные неравенства.

Название неравенства	Вид неравенства	Условие
Строгое квадратное неравенство	$ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c > 0$.	$a \neq 0$
Нестрогое квадратное неравенство	$ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$.	$a \neq 0$

Квадратные неравенства можно решать методом интервалов[20].

Метод интервалов – это метод решения рациональных неравенств. Например, $\dfrac{(x-3)\cdot(x+5)}{x-1} > 0$ – это рациональное неравенство.

Рассмотрим решение квадратного неравенства методом интервалов.

Пример. Решите **методом интервалов** квадратное неравенство $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.

Решение. Найдём нули квадратного трёхчлена $x^2 - 4x + 3$. Для этого приравняем квадратный трёхчлен к нулю и решим квадратное уравнение

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

Найдём дискриминант квадратного уравнения по формуле

$$D = b^2 - 4ac.$$

Получим $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$. Так как $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных действительных корня.

---

[19] Можно ли = можно **или** нельзя.

[20] Решить методом интервалов = решить с помощью метода интервалов.

Найдём корни квадратного уравнения по формуле

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Получим:

$$x_1 = \frac{4+2}{2 \cdot 1} = 3,\ x_2 = \frac{4-2}{2 \cdot 1} = 1.$$

Построим числову́ю ось. Отметим на числовой оси значения x_1 и x_2 закрашенными точками, потому что неравенство нестрогое[21]. Чи́сла 1 и 3 разбивают числову́ю ось на три промежутка. Определим знак квадратного трёхчлена $x^2 - 4x + 3$ на каждом промежутке.

На полуинтервале $(-\infty; 1]$ возьмём любое число, например $x = 0$, и найдём значение квадратного трёхчлена при этом значении: $0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3.$ Получили число 3, которое больше нуля. Следовательно, на этом промежутке выражение имеет знак «+». На интервале (1; 3) выражение имеет знак «–». На промежутке $[3; \infty)$ выражение имеет знак «+».

Отметим знаки неравенства на рисунке. Знаки неравенства на промежутках чередуются (рис. 3).

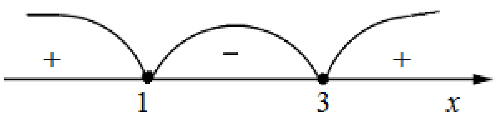


Рис. 3

Выберем интервалы со знаком «+», потому что $x^2 - 4x + 3 \geq 0.$

Следовательно, решением неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ является множество x, таких, что $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty).$

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Каким методом решали квадратное неравенство?
2. Неравенство $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ – это строгое или нестрогое неравенство?
3. Почему квадратное уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$ имеет два различных действительных корня?
4. Чему равны нули квадратного трёхчлена $x^2 - 4x + 3$?
5. Какие точки соответствуют значениям x_1 и x_2 на числовой оси?
6. На сколько промежутков разбивают числовую ось числа 1 и 3?
7. Почему на полуинтервале $(-\infty; 1]$ квадратный трёхчлен $x^2 - 4x + 3$ имеет знак «+»?
8. Знаки неравенства на промежутках чередуются или не чередуются?
9. Почему выбрали промежутки со знаком «+»?
10. Назовите промежутки, на которых знак «+».
11. Запишите решение неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0.$
12. Прочитайте запись $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty).$

---

[21] Если неравенство нестрогое, то точка – закра́шенная.

Задания

Задание 1. Прочитайте числовой промежуток. Это конечный или бесконечный числовой промежуток?

1) [– 4; 6]; 2) (– 4; 6); 3) (– 4; ∞); 4) (– ∞; 6); 5) [– 4; 6);
6) (– 4; 6]; 7) [– 4; ∞); 8) (– ∞; 6]; 9) (– ∞; ∞); 10) [–2; 3].

Задание 2. Прочитайте текст. Поставьте глаголы в скобках в форму первого лица множественного числа будущего времени.

Текст. Решим линейное неравенство $5 \cdot (x - 4) + 5 > 2x$.

(Раскрыть) _________ скобки в левой части неравенства $5x - 5 \cdot 4 + 5 > 2x$. В правую часть неравенства (перенести) __________________ числа с противоположными знаками. В левую часть неравенства (перенести) ________________ переменные с противоположными знаками. (Получить) ______________ $5x - 2x > 20 - 5$. (Привести) ___________ подобные слагаемые. Получим $3x > 15$. (Разделить) _________ обе части неравенства на число 3. Знак неравенства при этом не изменится. (Получить) ___________________ $x > 5$.

(Построить) __________ числовую ось (рис. 4). (Отметить) _____________ на числовой оси́ число 5 выколотой точкой, потому что неравенство строгое. Значения $x > 5$ находятся на числовой оси справа от числа 5. (Записать) _______ ответ: $x \in (5; +\infty)$.

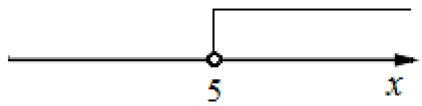


Рис. 4

Задание 3. Решите неравенства и объясните решение.

1) $3x - 4 > 0$; 2) $5 - 6x \le 0$; 3) $3 + x < 0$;
4) $3 \cdot (2x - 3) < 4x$; 5) $3x - 6 \ge 5x$; 6) $3 \cdot (5x - 6) > 7x$;
7) $x^2 + 2x + 5 > 0$; 8) $x^2 - 5x + 6 < 0$; 9) $x^2 - 2x - 3 \le 0$.

Задание 4. Запишите в конструкции предлоги: *в, до, к, на, над, от, с*(*о*).

1) выберем интервалы ____ знаком «+»; 2) знак неравенства изменится ____ противоположный; 3) изобразим ____ числовой оси; 4) интервал ____ пяти ____ десяти; 5) обращать неравенство ____ верное числовое неравенство; 6) операции ____ множествами; 7) разбивают числовую ось ____ три промежутка; 8) сводятся ____ простейшим линейным неравенствам; 9) справа ____ числа 5.

Задание 5. Запишите в предложения слова: *если; как; какой, -ая, -ое, -ие; который, -ая, -ое, -ые; почему; потому что; так как*.

1. ___________ два выражения соединены знаками <, >, ≤, ≥, то говорят, что задано неравенство.

2. ___________ дискриминант квадратного уравнения больше нуля, то уравнение имеет два различных действительных корня.

3. ___________ можно задать числовой промежуток?
4. ___________ на числовой оси число 5 отметили выколотой точкой?
5. ___________ неравенство задаёт отрезок $[a; b]$?
6. Выберем интервалы со знаком «+», ___________ $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.
7. Получили число 3, ___________ больше нуля.

Задание 6. Образуйте существительные от глаголов, используйте суффиксы в скобках.

Образец. Изображать (-ени-) → изображение.

1) назвать (-ани-) →______________________;
2) обозначать (-ени-) → ______________________;
3) объединять(ся) (-ени-) → ______________________;
4) объяснять (-ени-) → ______________________;
5) определять (-ени-) → ______________________;
6) пересечь(ся) (-ени-) → ______________________;
7) преобразовать (-ани-) → ______________________;
8) решать (-ени-) → ______________________;
9) вычитать (-ани-) → ______________________;
10) построить (-ени-) → ______________________.

Задание 7. Выберите правильный вариант ответа.

1. Неравенство вида $ax + b < 0$, где a и b – некоторые числа, $a \neq 0$, называют … линейным неравенством.
а) бесконечным; б) простейшим; в) числовым.
2. Отрезок, интервал и полуинтервал называют … промежутками.
а) бесконечными; б) простейшими; в) числовыми.
3. Промежутки $(a; \infty)$, $(-\infty; a)$, $[a; \infty)$, $(-\infty; a]$ и $(-\infty; \infty)$ называют … промежутками.
а) бесконечными; б) простейшими; в) числовыми.
4. Если два выражения соединены знаками < или >, то это … неравенство.
а) двойное; б) нестрогое; в) строгое.
5. Если два выражения соединены знаками ≤ или ≥, то это … неравенство.
а) двойное; б) нестрогое; в) строгое.
6. Если $a < b$ и $b < c$, то можно записать … неравенство.
а) двойное; б) нестрогое; в) строгое.
7. В любой части неравенства … раскрывать скобки.
а) задано; б) можно; в) равносильно.
8. Выражение $2x < 16 \Leftrightarrow x < 8$ читают: неравенство два икс меньше шестнадцати … неравенству икс меньше восьми.
а) задано; б) можно; в) равносильно.
9. Если два выражения соединены знаками <, >, ≤, ≥, то говорят, что … неравенство.
а) задано; б) можно; в) равносильно.

Тема 12. Системы линейных уравнений

12.1. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными

Словарь к теме

ве́рное ра́венство	убежда́ться – убеди́ться *в чём?*
систе́ма *чего?* уравне́ний	удовлетворя́ть *чему?* уравне́нию
па́ра *чего?* чи́сел	неизве́стное
выполня́ется *что?* усло́вие	одновреме́нно
обраща́ть – обрати́ть *что? во что?*	таки́м о́бразом

Записи **читают**:

$a_1x + b_1y = c_1$ – а один икс плюс бэ один игрек равно цэ один;

$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ – система уравнений а один икс плюс бэ один игрек равно цэ один, а два икс плюс бэ два игрек равно цэ два;

$(x_0; y_0)$ – пара чисел икс нулево́е, игрек нулево́е.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными называется система уравнений вида

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases} \qquad (1)$$

где x и y – неизвестные, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 и c_2 – некоторые числа, причём a_1 и b_1, а также a_2 и b_2 не равны одновреме́нно нулю.

Решением системы уравнений (1) называется пара чисел $(x_0; y_0)$, которая удовлетворяет каждому уравнению системы (1), т. е. обращает каждое уравнение системы в верное числовое равенство.

Рассмотрим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - 2y = 1. \end{cases} \qquad (2)$$

Покажем, что пара чисел (1; 1) является решением системы (2).

Подставим в левую часть уравнения $2x + 3y = 5$ вместо неизвестного x число 1 и вместо неизвестного y – число 1:

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5.$$

Получили верное числовое равенство.

Подставим в левую часть уравнения $3x - 2y = 1$ вместо неизвестного x число 1 и вместо неизвестного y – число 1:

$$3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$$

Получили верное числовое равенство.

Таким образом, пара чисел (1; 1) удовлетворяет каждому уравнению системы (2). Следовательно, пара чисел (1; 1) является решением системы (2).

Решить систему уравнений – значит найти множество всех решений системы или убедиться, что система не имеет решений.

При решении системы уравнений[22] (1) возможны три случая.

Случай 1. Если выполняется условие $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система уравнений (1) имеет **единственное решение**.

Случай 2. Если выполняется условие $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система уравнений (1) **не имеет решений**.

Случай 3. Если выполняется условие $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система уравнений (1) имеет **бесконечное множество решений**.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что называется системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
2. Что называется решением системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
3. Что значит решить систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
4. Когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение?
5. Когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет бесконечное множество решений?
6. Когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными не имеет решений?
7. Почему пара чисел (1; 1) является решением системы (2)?
8. Запишите систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными, которая не имеет решений.
9. Запишите систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными, которая имеет бесконечное множество решений.
10. Запишите систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными, которая имеет единственное решение.
11. Проверьте, является ли[23] пара чисел решением системы уравнений

1) (–1; 2), $\begin{cases} 2x - 3y = -8, \\ 3x + y = 1; \end{cases}$

2) (1; –2), $\begin{cases} 3x + 5y = -7, \\ 2x + 6y = -10. \end{cases}$

---

[22] При решении системы уравнений = Когда решают систему уравнений.

[23] Является ли = является **или** не является.

12.2. Равносильные системы уравнений

Словарь к теме

да́нная систе́ма равноси́льный[24], -ая, -ое, -ые равноси́льное уравне́ние равноси́льная систе́ма уравне́ний равноси́лен, равноси́льна, -о, -ы	выража́ть – вы́разить *что?* заменя́ть – замени́ть *что? чем?* совпада́ть – совпа́сть *с чем?* како́й-нибудь, кака́я-нибудь, како́е-нибудь, каки́е-нибудь

Запись **читают**:

$\begin{cases} 2x+3y=5, \\ 3x-2y=1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=5, \\ 6x-4y=2. \end{cases}$ – систем**а** уравнений два икс плюс три игрек равно пяти, три икс минус два игрек равно одному равносильн**а** систем**е** уравнений два икс плюс три игрек равно пяти, шесть икс минус четыре игрек равно двум.

Задание 2. Изучите конструкции и примеры их использования.

Выразить что? из чего?
Подставить что? вместо чего? куда?

Выразим *неизвестное x* из *уравнения* $x + 2y = 1$. Получим: $x = 1 - 2y$.

Подставим *число* 1 *вместо x* в *уравнение* $x + 2y = 1$. Получим: $1 + 2y = 1$.

Задание 3. А) Прочитайте текст.

Две системы линейных уравнений называются **равносильными**, если их множества решений совпадают.

Рассмотрим свойства равносильных систем уравнений и примеры.

Свойство 1. Если заменить любое уравнение системы равносильным уравнением[25], то получим систему, которая равносильна данной.

$$\begin{cases} 2x+3y=5, \\ 3x-2y=1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=5, \\ 6x-4y=2. \end{cases}$$

Свойство 2. Если любое уравнение системы заменить суммой или разностью уравнений системы, то получим систему, которая равносильна данной.

$$\begin{cases} 2x+3y=5, \\ -2x+y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=5, \\ 4y=4. \end{cases}$$

Свойство 3. Если из любого уравнения выразить какое-нибудь неизвестное и подставить это выражение в другое уравнение системы, то получим систему, которая равносильна данной.

[24] Равносильный = тождественный.

[25]Заменить любое уравнение системы равносильным уравнением = Записать вместо любого уравнения системы равносильное уравнение.

$$\begin{cases} x+3y=4, \\ 2x-3y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ 2\cdot(4-3y)-3y=-1. \end{cases}$$

Б) Ответьте на вопросы.

1. Какие системы линейных уравнений называются равносильными?
2. Можно ли заменить любое уравнение системы равносильным уравнением?
3. Можно ли из любого уравнения выразить какое-нибудь неизвестное и подставить это выражение в другое уравнение системы?
4. Можно ли любое уравнение системы заменить суммой или разностью уравнений системы?

12.3. Методы решения систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными

Задание 4. Прочитайте текст.

Рассмотрим два метода решения систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными: **метод подстановки** и **метод сложения**.

Пример 1. Решите **методом подстановки** систему уравнений

$$\begin{cases} x+3y=4, \\ 2x-3y=-1. \end{cases}$$

Решение. Выразим из первого уравнения системы $x + 3y = 4$ неизвестное x

$$x + 3y = 4 \Leftrightarrow x = 4 - 3y.$$

Поставим во второе уравнение системы $2x - 3y = -1$ вместо x выражение $4 - 3y$. Получим равносильную систему уравнений

$$\begin{cases} x+3y=4, \\ 2x-3y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ 2\cdot(4-3y)-3y=-1. \end{cases}$$

Уравнение $2 \cdot (4 - 3y) - 3y = -1$ сведём к простейшему линейному уравнению с помощью преобразований. Сначала раскроем скобки в левой части уравнения и приведём подобные слагаемые

$$2 \cdot (4 - 3y) - 3y = -1 \Leftrightarrow 8 - 6y - 3y = -1 \Leftrightarrow 8 - 9y = -1.$$

В уравнении $8 - 9y = -1$ перенесём число 8 в правую часть уравнения с противоположным знаком, а затем разделим обе части уравнения на число (–9)

$$8 - 9y = -1 \Leftrightarrow -9y = -1 - 8 \Leftrightarrow -9y = -9 \Leftrightarrow y = 1.$$

Чтобы найти значение x, надо в выражение $x = 4 - 3y$ вместо y подставить число 1

$$x = 4 - 3 \cdot 1 = 1.$$

Запишем решение через равносильные системы

$$\begin{cases} x+3y=4, \\ 2x-3y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ 2\cdot(4-3y)-3y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ 8-6y-3y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ 8-9y=-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ -9y=-1-8, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3y, \\ -9y=-9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-3\cdot1=1, \\ y=1. \end{cases}$$

Таким образом, пара чисел (1; 1) является решением данной системы уравнений.

Ответ. $x = 1$; $y = 1$.

Пример 2. Решите **методом сложения** систему уравнений

$$\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 2x - 3y = -1. \end{cases}$$

Решение. Умножим первое уравнение системы на (–2)

$$\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 2x - 3y = -1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 6y = -8, \\ 2x - 3y = -1. \end{cases}$$

Прибавим первое уравнение системы ко второму и запишем равносильную систему

$$\begin{cases} -2x - 6y = -8, \\ 2x - 3y = -1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 6y = -8, \\ -9y = -9. \end{cases}$$

Разделим первое уравнение системы на число (–2), а второе – на число (–9)

$$\begin{cases} -2x - 6y = -8, \\ -9y = -9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2x - 6y):(-2) = -8:(-2), \\ -9y:(-9) = -9:(-9), \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 4, \\ y = 1. \end{cases}$$

Подставим значение $y = 1$ в первое уравнение равносильной системы и найдём значение x

$$\begin{cases} x + 3y = 4, \\ y = 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 \cdot 1 = 4, \\ y = 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ. $x = 1$; $y = 1$.

Задания

Задание 1. Решите системы линейных уравнений: 1) методом подстановки; 2) методом сложения.

1) $\begin{cases} x + 3y = 10, \\ 3x - 5y = -12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x - y = -3, \\ x + 3y = 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 4y = -2, \\ 5x - y = 11. \end{cases}$

Задание 2. Поставьте слова в скобках в правильную форму.

1. Выразим из (первое уравнение) ____________ _____________ системы $x + 3y = 4$ неизвестное x.

2. Любое уравнение системы можно заменить (равносильное уравнение) ___________________ __________________ .

3. Найдём (множество) __________________ всех решений системы.

4. Пара чисел (1; 1) является (решение) ________________ системы.

5. Пара чисел $(x_0; y_0)$ обращает каждое уравнение системы в (верный числовой) _____________ _______________ равенство.

6. Пара чисел $(x_0; y_0)$ удовлетворяет (каждое уравнение) _______________ ______________ системы.

7. Подставим в (левая часть) ____________ ________ уравнения $3x – 2y = 1$ вместо неизвестного x число 1.

8. Получим систему, которая равносильна (данная) _________________ .

9. Рассмотрим (система) ________________ двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

10. Решите систему уравнений (метод) ______________ сложения.

11. Система линейных уравнений с двумя неизвестными имеет (единственное решение) ______________ ________________ .

12. Система линейных уравнений не имеет (решение) ________________ .

13. Уравнение $2 \cdot (4 - 3y) - 3y = -1$ сведём к (простейшее линейное уравнение) ____________ _____________ ______________________ .

Задание 3. Запишите числительное *два, две* в правильной форме.

1. _________ системы линейных уравнений называются равносильными.
2. Подставим вместо неизвестного x число _________ .
3. Пять икс плюс три игрек равно _________ .
4. Рассмотрим _________ метода решения системы уравнений.
5. Это уравнение с _________ неизвестными.
6. Это система _________ линейных уравнений с _________ неизвестными.

Задание 4. Выберите правильный вариант ответа.

1. Системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными называется система уравнений … $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$

а) вида; б) типа; в) формы.

2. Рассмотрим уравнение $a_1x + b_1y = c_1$, где x и y – это … .

а) некоторые числа; б) неизвестные; в) система.

3. Решением системы двух уравнений с двумя неизвестными называется … чисел $(x_0; y_0)$, которая удовлетворяет каждому уравнению системы.

а) два; б) пара; в) равенство.

4. В выражение $x = 4 - 3y$ вместо y … число 1.

а) выразим; б) обратим; в) подставим.

5. Если выполняется … $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение.

а) запись; б) правило; в) условие.

6. Если любое уравнение системы … суммой или разностью уравнений системы, то получим систему, которая равносильна данной.

а) выразить; б) заменить; в) назвать.

7. Уравнение $2 \cdot (4 - 3y) - 3y = -1$ сведём к простейшему линейному уравнению с помощью … .

а) преобразований; б) решений; в) уравнений.

8. Запишем решение … равносильные системы.

а) вместо; б) равно; в) через.

Тема 13. Некоторые формулы элементарной математики

13.1. Определение логарифма. Свойства логарифмов

Словарь к теме

конста́нта	значе́ние *чего?* логари́фма
логари́фм	основа́ние *чего?* логари́фма
десяти́чный логари́фм	логарифми́рование
нату́ра́льный логари́фм	логарифми́ческое то́ждество
аргуме́нт *чего?* логари́фма	обра́тный, -ая, -ое, -ые

Обозначения и записи **читают**:

$\log_a x$ – логарифм икс **по** основани**ю** а;

$\ln x$ – натуральный логарифм икс;

$\lg x$ – десятичный логарифм икс;

$\log_2 3$ – логарифм (чего?) тр**ёх** **по** основани**ю** (числа) два;

$\ln 2$ – натуральный логарифм (чего?) дв**ух**;

$\lg 1$ – десятичный логарифм (чего?) одн**ого**;

$\log_a x = y$ – логарифм икс **по** основани**ю** а рав**ен** игрек;

$a^{\log_a x}$ – а в степени логарифм икс **по** основани**ю** а;

$\log_{10} x = \lg x$ – логарифм икс **по** основани**ю** десять рав**ен** десятичн**ому** логарифм**у** икс;

$\log_e x = \ln x$ – логарифм икс **по** основани**ю** е рав**ен** натуральн**ому** логарифм**у** икс.

Задание 1. А) Изучите конструкцию, определите падежи числительных.

Логарифм чего? по основанию сколько? равен чему?

Запись $\log_2 16 = 4$ **читают:** логарифм шестнадцат**и** **по** основани**ю** **два** рав**ен** четыр**ём**.

Б) Прочитайте равенства, используйте конструкцию «логарифм чего? по основанию сколько? равен чему?».

1) $\log_2 8 = 3$; 2) $\log_5 25 = 2$; 3) $\log_8 64 = 2$; 4) $\log_3 81 = 4$;

5) $\ln e = 1$; 6) $\log_5 5 = 1$; 7) $\log_5 125 = 3$; 8) $\lg 100 = 2$.

Задание 2. Прочитайте текст.

Логарифм числа *x* по основанию *a*, где $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, – это показатель степени y, в которую надо возвести число a, чтобы получить число x.

Логарифм числа x по основанию a обозначают так: $\log_a x$.

Число a – это **основание логарифма**, число x – это **аргумент логарифма**.

Если $\log_a x = y$, то число y – это **значение логарифма**.

Логарифм числа x по основанию e, где $e \approx 2{,}7$, обозначают $\ln x$ и называют **натуральным логарифмом**.

Логарифм числа x по основанию 10 обозначают $\lg x$ и называют **десятичным логарифмом**.

Операцию нахождения логарифма числа x по основанию a называют **логарифмированием**. Логарифмирование – это операция, обратная операции возведения в степень.

Например, чтобы вычислить $\log_2 16$, надо найти такое число y, что $2^y = 16$. Тогда $\log_2 16 = 4$, потому что $2^4 = 16$.

Задание 3. Прочитайте некоторые свойства логарифмов и формулы.

Свойства логарифмов	Формулы
1. Логарифм единицы по любому основанию равен нулю.	$\log_a 1 = 0$
2. Логарифм a по основанию a равен одному.	$\log_a a = 1$
3. Логарифм произведения – это сумма логарифмов.	$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
4. Логарифм частного – это разность логарифмов.	$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
5. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм её основания.	$\log_a x^c = c \cdot \log_a x$, где c – константа
6. Если возвести число a в степень $\log_a x$, то получим число x.	$a^{\log_a x} = x$ – это основное логарифмическое тождество

Задание 4. Ответьте на вопросы.

1. Что такое логарифм числа x по основанию a?
2. Как обозначают логарифм числа x по основанию a?
3. Как называется число x в выражении $\log_a x$?
4. Как называется число a в выражении $\log_a x$?
5. Как называется логарифм по основанию $e \approx 2{,}7$?
6. Как называется логарифм по основанию 10?
7. Какие значения может принимать число a в выражении $\log_a x$?
8. Какие значения может принимать число x в выражении $\log_a x$?
9. Как называется операция нахождения логарифма?
10. Чему равен логарифм произведения?
11. Чему равна разность логарифмов?
12. Чему равен логарифм a по основанию a?
13. Какая операция обратная операции логарифмирования?

13.2. Формулы тригонометрии

Словарь к теме

геометри́ческая фигу́ра	гипотену́за
треуго́льник	у́гол
прямоуго́льный треуго́льник	о́стрый у́гол
верши́на *чего?* треуго́льника	прямо́й у́гол
сторона́ *чего?* треуго́льника	си́нус *чего?* угла́
ка́тет	ко́синус *чего?* угла́
прилежа́щий ка́тет	та́нгенс *чего?* угла́
противолежа́щий ка́тет	кота́нгенс *чего?* угла́
тригономе́трия	существова́ть
тригонометри́ческие фо́рмулы	прилега́ть *к чему?*
основно́е тригонометри́ческое то́ждество	определе́ние

Буквы, знаки и записи **читают**:

α – а́льфа;

β – бэ́тта;

$\sin\alpha$ – си́нус а́льфа;

$\cos\alpha$ – ко́синус а́льфа;

$\mathrm{tg}\,\alpha$ – та́нгенс а́льфа;

$\mathrm{ctg}\,\alpha$ – кота́нгенс а́льфа;

$\sin^2\alpha$ – си́нус квадра́т а́льфа (синус в квадрате альфа);

ΔABC – треугольник а, бэ, цэ;

$\angle ABC$ – угол а, бэ, цэ;

$\angle ABC = 90^0$ – угол а, бэ, цэ рав**ен** (скольки?) девяност**а** градусам;

$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ – альфа больше нуля, но меньше пи на два.

Задание 5. А) Прочитайте текст.

На рисунке 5 изображена́ геометрическая фигура – треугольник *ABC*.

Точки *A*, *B* и *C* – это вершины ΔABC. $\angle CAB = \alpha$ (угол при вершине *A* равен альфа) – это острый угол, т. к. $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. $\angle ACB = 90^0$ – прямой угол. Треугольник *ABC* называют **прямоугольным треугольником**.

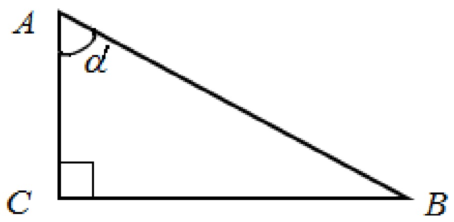


Рис. 5. Треугольник ABC

Отрезки AB, AC и BC – это стороны ΔABC. Сторона AB называется **гипотенузой** ΔABC. Стороны AC и BC называются **катетами** ΔABC. Если α – угол при вершине A в ΔABC, то катет AC называют **прилежащим**[26] **катетом**. Если α – угол при вершине A в ΔABC, то катет BC называют **противолежащим**[27] **катетом**.

Определение	Формула
1. Синусом угла α называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.	$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$
2. Косинусом угла α называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.	$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$
3. Тангенсом угла α называется отношение противолежащего катета к прилежащему.	$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{BC}{AC}$
4. Котангенсом угла α называется отношение прилежащего катета к противолежащему.	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{AC}{BC}$

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Как называется треугольник ABC, если один угол равен 90^0?
2. Какой угол треугольника ABC равен 90^0 (рис. 5)?
3. Как называется угол, который равен 90^0?
4. Назовите катеты прямоугольного треугольника ABC (рис. 5).
5. Назовите гипотенузу прямоугольного треугольника ABC (рис. 5).
6. Назовите прилежащий и противолежащий катеты к углу ABC прямоугольного треугольника ABC (рис. 5).
7. Что называется синусом угла α?
8. Что называется косинусом угла α?
9. Что называется тангенсом угла α?
10. Что называется котангенсом угла α?
11. Как называется отношение противолежащего катета к гипотенузе?
12. Как называется отношение противолежащего катета к прилежащему?
13. Как называется отношение прилежащего катета к гипотенузе?
14. Как называется отношение прилежащего катета к противолежащему?
15. Найдите синус угла BAC в прямоугольном ΔABC со сторонами $BC = 3$ и $AB = 5$ (рис. 5).
16. Найдите косинус угла BAC в прямоугольном ΔABC со сторонами $AC = 4$ и $AB = 8$ (рис. 5).
17. Найдите тангенс угла BAC в прямоугольном ΔABC со сторонами $AC = 4$ и $AB = 5$ (рис. 5).
18. Найдите сумму углов BAC и ABC в ΔABC (рис. 5).

---

[26] Прилежащий катет = катет, который прилегает к углу.
[27] Противолежащий катет = катет, который лежит напротив угла.

Задание 6. А) Прочитайте основные тригонометрические тождества.

Формулы	**Допустимые значения аргумента**
1. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$	$\alpha\in R$
2. $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi k,$ где $k\in Z$
3. $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$\alpha\neq\pi k,$ где $k\in Z$
4. $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$	$\alpha\neq\dfrac{\pi k}{2},$ где $k\in Z$

Б) Прочитайте тригонометрические формулы.

1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta;$ 2) $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha;$

3) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta;$ 4) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha;$

5) $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2};$ 6) $\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}.$

Задание 7. А) Прочитайте в таблице значения синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов основных углов.

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0	270^0	360^0
$\sin\alpha$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–

Б) Найдите значения выражений.

Образец. 1) $\sin 30^0=\dfrac{1}{2}$ – синус (чего?) тридцат**и** градус**ов** рав**ен** (чему?) одн**ой** втор**ой**.

2) $\operatorname{ctg} 60^0=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ – котангенс (чего?) шестидесят**и** градус**ов** рав**ен** (чему?) корн**ю** **из** тр**ёх** **на** три.

3) $\operatorname{ctg} 0^0$ – котангенс (чего?) нул**я** градус**ов** не существует.

1) $\sin 180^0;$ 2) $\cos 30^0;$ 3) $\operatorname{tg} 90^0;$ 4) $\operatorname{ctg} 45^0;$

5) $\sin 60^0;$ 6) $\cos 45^0;$ 7) $\operatorname{tg} 180^0;$ 8) $\operatorname{ctg} 60^0;$

9) $\sin 90^0;$ 10) $\operatorname{tg} 45^0;$ 11) $\cos 180^0;$ 12) $\operatorname{ctg} 270^0.$

Задания

Задание 1. Поставьте слова в правильную форму.

1. (Логарифм) ____________ числа x по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, называют показатель степени b, в который надо возвести число a, чтобы получить число x.

2. Число a в выражении $\log_a x$ называют (основание) ________________ логарифма, число x называют (аргумент) _______________ логарифма.

3. Число y в выражении $\log_a x = y$ называют (значение) ______________ логарифма.

4. Логарифм единицы по любому основанию равен (нуль)______________ .

5. Равенство $a^{\log_a x} = x$ называется (основное логарифмическое тождество) ____________________ ____________ ________________ .

6. (Логарифмирование) _________________________ называют операцию нахождения логарифма числа x по основанию a.

7. Точки O, A и B называют (вершины) ______________ треугольника OAB.

8. Отрезки OA, AB и OB называют (стороны) ______________ треугольника OAB.

9. Если в ΔOAB угол при вершине O равен 90^0, то сторона AB называется (гипотенуза) _____________ .

10. Отношение противолежащего катета к гипотенузе называется (синус) ______________ угла α.

11. (Тангенс) __________ угла α называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

12. Сумма углов треугольника равна ста восьмидесяти (градусы) _______ .

13. Если $\alpha = 90^0$, то угол α называют (прямой угол) ___________ _______ .

14. Треугольник, в котором один угол прямой, называется (прямоугольный треугольник) ________________ _________________ .

15. Если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то угол α называют (острый угол) _________ _______ .

16. Формула $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ называется (основное тригонометрическое тождество) ____________________ ____________ ________________ .

Задание 2. Вычислите. Назовите основание логарифма. Назовите аргумент логарифма. Назовите значение логарифма.

Образец. Вычислите $\log_3 9$. Получим $\log_3 9 = 2$. Логарифм девят**и по** основани**ю** три рав**ен** дв**ум**. Число 3 – это основание логарифма. Число 9 – аргумент логарифма. Число 2 – это значение логарифма.

1) $\log_2 16$;	2) $\log_3 27$;	3) $\log_7 49$;	4) $\lg 1000$;
5) $\log_3 \frac{1}{3}$;	6) $\log_{0,2} 0{,}04$;	7) $\ln 1$;	8) $\log_8 8$;
9) $\lg 0{,}1$;	10) $\ln e$;	11) $\log_4 64$;	12) $\log_{0,25} 1$.

Задание 3. Поставьте глаголы в скобках в форму первого лица множественного числа будущего времени.

Образец. (Записать) **Запишем** уравнение.

1. (Прочитать) ________________ текст.
2. (Изучить) _______________ конструкцию.
3. (Определить) ____________ падежи числительных.
4. (Выполнить) ______________ задания.
5. (Решить) ________________ задачу.
6. (Использовать) ___________ свойства степени.
7. (Применить) _____________ свойства логарифмов.
8. (Найти) _____________ значение логарифма.
9. (Запомнить) _______________ тригонометрические формулы.
10. (Повторить) ____________ определения.
11. (Преобразовать) ____________________ выражение.
12. (Построить) __________________ треугольник.
13. (Выучить) _______________ формулы.
14. (Установить) ______________ соответствие.
15. (Раскрыть) _______________ скобки.
16. (Внести) _______________ множитель под знак корня.
17. (Вынести) _______________ общий множитель за скобки.
18. (Вычислить) __________________ синус угла 45^0.
19. (Назвать) _____________ основание логарифма.
20. (Разложить) ______________ выражение на множители.

Задание 4. Запишите в предложения слова *логарифм, логарифмический, логарифмирование* в правильной форме.

1. Запись $\log_a x$ читают: __________________ икс по основанию а.
2. __________________ единицы по любому основанию равен нулю.
3. ___________________ – это операция, обратная операции возведения в степень.
4. Назовите основное __________________ тождество.
5. Прочитайте свойства __________________.
6. Операцию нахождения __________________ числа x по основанию a называют __________________.
7. ________________ произведения равен сумме _____________________ .
8. Разность ________________ равна _________________ частного.
9. ____________________ икс по основанию 10 называется десятичным __________________ .

Задание 5. Выберите правильный вариант ответа.

1. Число a в выражении $\log_a x = y$ – это … логарифма.

а) аргумент; б) значение; в) основание.

2. Число y в выражении $\log_a x = y$ – это … логарифма.

а) аргумент; б) значение; в) основание.

3. Число x в выражении $\log_a x = y$ – это … логарифма.

а) аргумент; б) значение; в) основание.

4. Логарифм числа x по основанию 10 называют … .

а) логарифмированием; б) десятичным логарифмом; в) натуральным логарифмом.

5. Логарифм числа x по основанию e, где $e \approx 2{,}7$ называют … .

а) логарифмированием; б) десятичным логарифмом; в) натуральным логарифмом.

6. Операцию нахождения логарифма числа x по основанию a называют … .

а) логарифмированием; б) десятичным логарифмом; в) натуральным логарифмом.

7. Логарифм a по основанию a равен … .

а) нулю; б) одному; в) числу a.

8. Логарифм единицы по любому основанию равен … .

а) нулю; б) одному; в) числу a.

9. Логарифм произведения – это … логарифмов.

а) разность; б) сумма: в) произведение.

10. Логарифм частного – это … логарифмов.

а) разность; б) сумма; в) частное.

11. Логарифм числа x по основанию a … так: $\log_a x$.

а) вычисляют; б) обозначают; в) называют.

12. Чтобы … $\log_2 16,$ надо найти такое число y, что $2^y = 16$.

а) вычислить; б) обозначить; в) назвать.

13. Если α – угол при вершине A в прямоугольном ΔABC, то катет AC называют … катетом.

а) прямым; б) противолежащим; в) прилежащим.

14. Если α – угол при вершине A в прямоугольном ΔABC, то катет BC называют … катетом.

а) прямым; б) противолежащим; в) прилежащим.

15. $\angle ACB = 90^0$ называют … углом.

а) прямым; б) противолежащим; в) прилежащим.

16. Отношение прилежащего катета к гипотенузе – это … угла α.

а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс.

17. Отношение прилежащего катета к противолежащему – это … угла α.

а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс.

18. Отношение противолежащего катета к гипотенузе – это … угла α.

а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс.

19. Отношение противолежащего катета к прилежащему – это … угла α.

а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс.

20. Сторона AB в прямоугольном ΔABC, где $\angle ACB = 90^0$, называется …. .

а) углом; б) катетом; в) гипотенузой.

21. Сторона AC в прямоугольном ΔABC, где $\angle ACB = 90^0$, называется …. .

а) углом; б) катетом; в) гипотенузой.

Тема 14. Функции

14.1. Координатная плоскость. Координаты точки

Словарь к теме

абсци́сса [абцы́са]	координа́тный у́гол[29]
ось абсци́сс = ось *ОХ*	о́си координа́т
ордина́та	че́тверть (ж. р.)
ось ордина́т = ось *ОУ*	нача́ло отсчёта[30]
взаи́мно перпендикуля́рные прямы́е	паралле́льные прямы́е
координа́та	произво́льный, -ая, -ое, -ые
нача́ло координа́т	соотве́тствие *чего? чему?*
прямоуго́льная[28] систе́ма координа́т	поста́влен, -а, -о, -ы *во что?* в
пло́скость (ж. р.)	соотве́тствие *чему?*
координа́тная пло́скость	принима́ть – приня́ть *за что? что?*

Записи **читают:**
М(*x*, *y*) – точка эм **с** координат**ами** икс, игрек;
ОХ – о икс;
ОУ – о игрек.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Построим на плоскости две взаимно перпендикулярные прямые *ОХ* и *ОУ*. Выберем на каждой прямой направление и обозначим его стрелкой → (рис. 6). Обозначим точку пересечения прямых *ОХ* и *ОУ* буквой *О*. Примем за положительное направление прямой *ОХ* направление вправо, за положительное направление прямой *ОУ* – направление вверх.

Прямые *ОХ* и *ОУ* – это **о́си координат**. Ось *ОХ* – это **ось абсцисс**. Ось *ОУ* – это **ось ординат**. Точка *О* – это **начало координат**, или **начало отсчёта**. Плоскость *ХОУ* называют **координатной плоскостью**. Начало координат и о́си координат называют **прямоугольной системой координат** или **декартовой системой координат**.

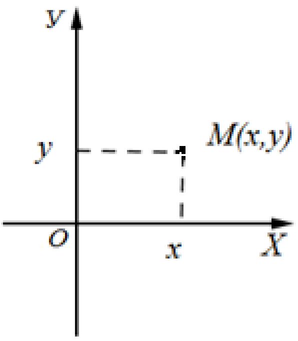


Рис. 6

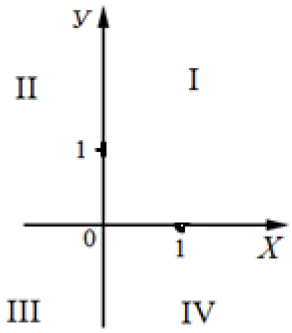


Рис. 7

[28] Прямоугольная = дека́ртовая.
[29] Координатный угол = че́тверть.
[30] Начало отсчёта = начало координа́т.

На плоскости *XOУ* можно построить точку с помощью масштаба, который выбран на ося́х *OX* и *OУ*. **Масштаб** – это единица длины.

О́си координат делят координатную плоскость на четыре части. Эти части называют **координа́тными угла́ми** (или **четвертя́ми**).

Координа́тные углы́ (че́тверти) обозначают римскими цифрами: I, II, III, IV (рис. 7).

Пусть *M* – произвольная точка плоскости *XOУ*. Проведём через точку *M* прямые, параллельные[31] ося́м координат (рис. 6). Числа *x* и *y* – это **координаты точки *M***. Первую координату точки *M* называют **абсциссой** и обозначают буквой *x*. Вторую координату точки *M* называют **ординатой** и обозначают буквой *y*.

Записывают: $M(x, y)$ или $M(x; y)$.

Каждой точке плоскости поставлена в соответствие пара координат точки.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Как называется ось *OX*?
2. Как называется ось *OУ*?
3. Как называется точка *O*?
4. Как называют плоскость *XOУ*?
5. Что приняли за положительное направление оси *OX*?
6. Что приняли за положительное направление оси *OУ*?
7. Что называют прямоугольной системой координат?
8. Как называют первую координату точки *M*?
9. Как называют вторую координату точки *M*?
10. Что такое координаты точки *M*?
11. Назовите абсциссу и ординату точки $N(–1; –3)$.
12. Постройте координатную плоскость *XOУ*. Выберите единичный отрезок на осях координат. Постройте на координатной плоскости точки $A(3; –2)$, $B(–4; 2)$, $C(–3; 0)$, $D(0; 5)$.

Задание 2. Выполните задания по образцу.

Образец. $A(1; 2)$ – точка *A* **с** координат**ами** один и два. Число один – это абсцисса точки *A*. Число два – это ордината точки *A*. Точка *A* **находится в** перв**ой** че́тверт**и**.

$A(–1; 2)$ – точка *A* **с** координат**ами** минус один и два. Число минус один – это абсцисса точки *A*. Число два – это ордината точки *A*. Точка *A* **находится во** втор**ой** че́тверт**и**.

$A(0; 2)$ – точка *A* **с** координат**ами** ноль и два. Число ноль – это абсцисса точки *A*. Число два – это ордината точки *A*. Точка *A* лежит **на** положительной оси́ ордина́т.

1) $A(2; 4)$; 2) $A(–1; 3)$; 3) $A(1; –2)$; 4) $A(– 4; –5)$;
5) $A(0; 1)$; 6) $A(7; 0)$; 7) $A(0; –5)$; 8) $A(–3; 0)$.

[31] Прямые, **параллельные** осям координат = прямые, **которые параллельны** осям координат.

14.2. Числовая функция

Словарь к теме

аргуме́нт гра́фик о́бласть (ж. р.) о́бласть значе́ний фу́нкции о́бласть определе́ния фу́нкции переме́нная	зави́симая переме́нная незави́симая переме́нная фу́нкция числова́я фу́нкция зада́ть *что?* фу́нкцию удовлетворя́ть *чему?* уравне́нию

Записи **читают:**

$y = f(x)$ – игрек рав**ен** эф **от** икс;

$x \in X$ – икс маленьк**ое** принадлежит (множеству) икс больш**ому**;

x_0 – икс нулев**о́е**.

Задание 3. А) Прочитайте текст.

Говорят, что **на множестве *X* за́дана функция *f* со значениями из множества *У***, если каждому элементу *x* из множества *X* по правилу *f* поставлен в соответствие один и только один элемент *y* из множества *У*.

Множество *X* называют **областью определения функции**. Множество *У* называют **областью значений функции**.

Функцию обозначают так: $y = f(x)$, где $x \in X$, $y \in У$.

Величину *x* называют **независимой переменной**, или **аргументом** функции $y = f(x)$. Величину *y* называют **зависимой переменной**, или **функцией**.

Функция $y = f(x)$ называется **числовой функцией**, если её область определения и область значений – числовые множества.

Графиком функции $y = f(x)$ называется множество точек $(x; y)$ координатной плоскости *XOУ* (рис. 8), где *x* – аргумент функции, *y* – значение функции в точке *x*.

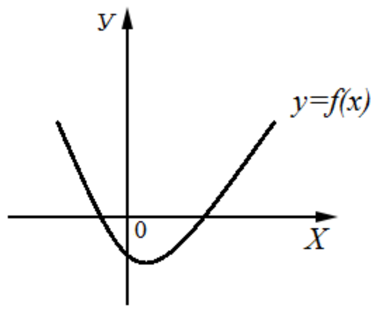


Рис. 8

На рисунке 8 изображён график произвольной функции.

График функции $y = f(x)$ проходит через точку с координатами $(x_0; y_0)$, если координаты точки удовлетворяют уравнению функции. Например, график функции $y = 2x$ проходит через точку с координатами (1; 2). Если подставить вместо *x* число 1, вместо *y* – число 2, то получим верное числовое равенство: $2 = 2 \cdot 1$. Значит, координаты точки (1; 2) удовлетворяют уравнению функции.

Б) Ответьте на вопросы.

1. Когда говорят, что на множестве *X* задана функция со значениями из множества *У*?

2. Как называют множество *X* для функции $y = f(x)$?

3. Как называют множество *У* для функции $y = f(x)$?

4. Что называется областью определения функции $y = f(x)$?

5. Что называется областью значений функции $y = f(x)$?

6. Как называют величину *x* для функции $y = f(x)$?

7. Как называют величину *y* для функции $y = f(x)$?

8. Что называют зависимой переменной, или функцией?

9. Что называют независимой переменной, или аргументом функции?

10. Какая функция называется числовой функцией?

11. Что называется графиком функции $y = f(x)$?

12. Когда график функции $y = f(x)$ проходит через точку (x_0; y_0)?

13. Через какую точку проходит график функции $y = 2x$?

14. Почему график функции $y = 2x$ проходит через точку (1; 2)?

14.3. Графики некоторых функций

Словарь к теме

квадрати́чная фу́нкция	гипе́рбола
лине́йная фу́нкция	ветвь (ж. р.) (математическое)
логарифми́ческая фу́нкция	ве́тви *чего?* гипе́рболы
показа́тельная фу́нкция	пара́бола
степенна́я фу́нкция	ве́тви *чего?* пара́болы
тригонометри́ческая фу́нкция	верши́на *чего?* пара́болы
прямáя ли́ния = прямáя	пери́од
углово́й коэффицие́нт *чего?* прямо́й	синусо́ида
напра́влен, -а, -о, -ы *куда?* (вверх / вниз)	косинусо́ида
проходи́ть – пройти́ *через что?*	изобража́ть – изобрази́ть *что?*

Записи **читают:**

$y = kx + b$ – игрек рав**ен** ка икс плюс бэ;

$y = ax^2 + bx + c$ – игрек рав**ен** а икс квадрат плюс бэ икс плюс цэ;

$y = a^x$ – игрек рав**ен** а **в** степен**и** икс;

$y = \log_a x$ – игрек рав**ен** логарифм икс **по** основани**ю** а;

$y = \sin x$ – игрек рав**ен** си́нус икс;

$y = \cos x$ – игрек рав**ен** ко́синус икс;

$y = \operatorname{tg} x$ – игрек рав**ен** та́нгенс икс;

$y = \operatorname{ctg} x$ – игрек рав**ен** кота́нгенс икс;

$k = \operatorname{tg} \alpha$ – ка равн**о** та́нгенс а́льфа.

Задание 4. А) Прочитайте текст.

Линейной функцией называется функция вида $y = kx + b$, где $k \neq 0$.

График линейной функции – **прямая линия** [32] (рис. 9). Уравнение $y = kx + b$ – это уравнение прямой с угловым коэффициентом. Число k называют **угловым коэффициентом прямой**. Если α – угол между положительным направлением оси *OX* и прямой $y = kx + b$, то $k = \operatorname{tg}\alpha$. Если b = 0, то прямая проходит через начало координат (рис. 10).

Если $k > 0$, то α – острый угол. Если $k < 0$, то α – тупой угол. Если $k = 0$, то прямая параллельна оси *OX*.

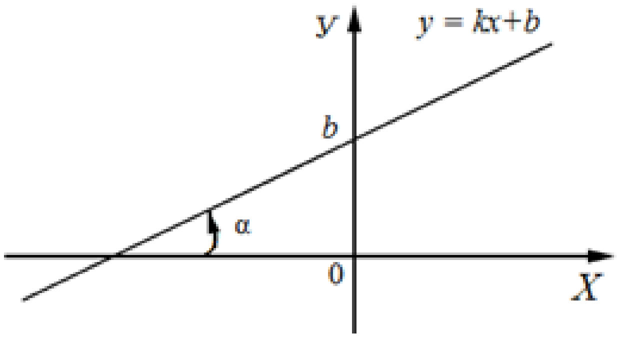


Рис. 9

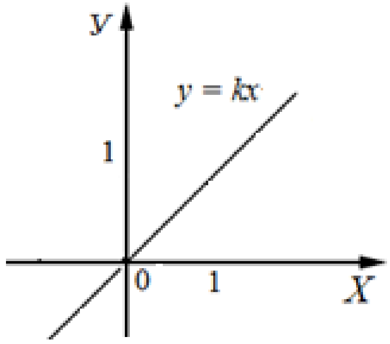


Рис. 10

Квадратичной функцией называется функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$. График квадратичной функции – **парабола**. Парабола имеет **две ветви** и **одну вершину**. Если *a* > 0, то ветви параболы направлены вверх (рис. 11). Если *a* < 0, то ветви параболы направлены вниз (рис. 12).

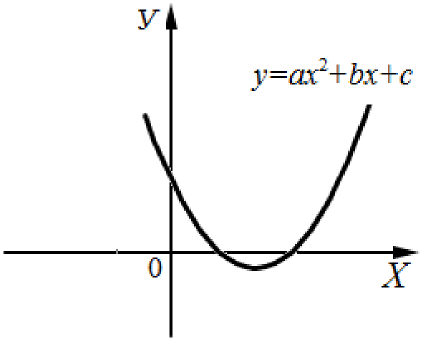


Рис. 11

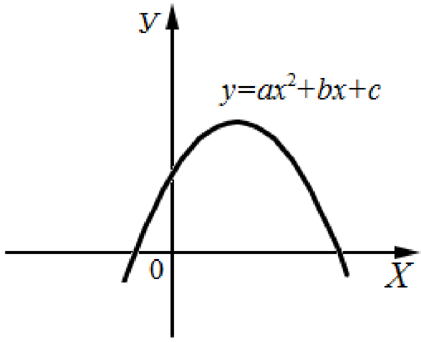


Рис. 12

На рисунке 13 изображён график степенной функции $y = \frac{k}{x}$ $(k > 0)$. Областью определения этой функции является множество всех действительных чисел, кроме нуля. Область значений функции тоже множество всех действительных чисел, кроме нуля. График функции $y = \frac{k}{x}$ называют **гиперболой**. Гипербола имеет **две ветви**.

[32] Прямая линия = прямая.

Если $k>0$, то ветви гиперболы $y=\frac{k}{x}$ расположены в первой и третьей четвертях (рис. 13).

Если $k<0$, то ветви гиперболы $y=\frac{k}{x}$ расположены **во** второй и четвёртой четвертях.

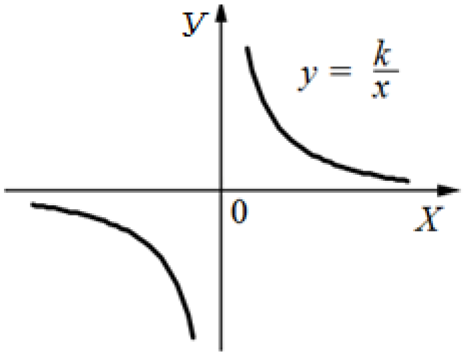
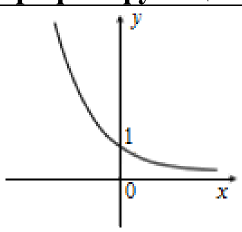
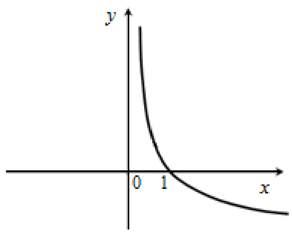
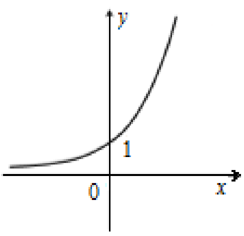
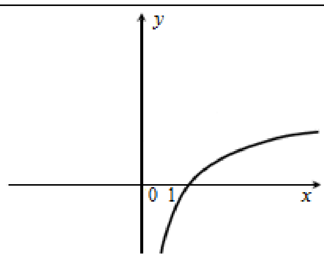


Рис. 13

Показательной функцией называется функция вида $y=a^x$, где $a>0$, $a\neq 1$.

Логарифмической функцией называется функция вида $y=\log_a x$, где $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$.

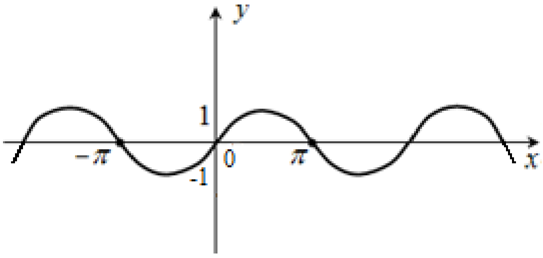
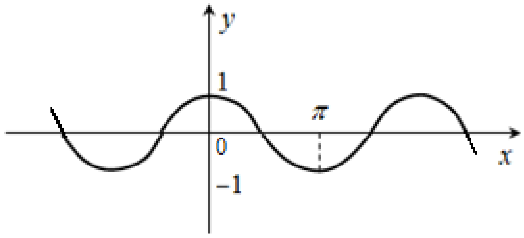
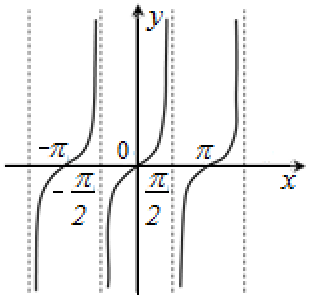
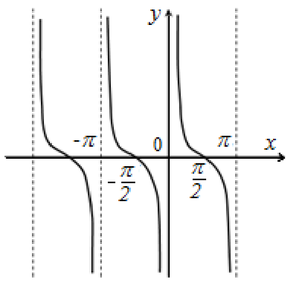
Ниже представлены графики показательных и логарифмических функций.

Показательная функция		**Логарифмическая функция**	
Формула	**График функции**	**Формула**	**График функции**
1. $y=a^x$, $0<a<1$, $x\in R$, $y\in(0;\infty)$.		**1.** $y=\log_a x$, $0<a<1$, $x\in(0;\infty)$, $y\in(-\infty;\infty)$.	
2. $y=a^x$, $a>1$, $x\in R$, $y\in(0;\infty)$.		**2.** $y=\log_a x$, $a>1$, $x\in(0;\infty)$, $y\in(-\infty;\infty)$.	

Тригонометрическими функциями называют функции вида $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$.

Множество значений функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$ – это отрезок $[-1;1]$. Множество значений функций $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$ – это множество всех действительных чисел.

Ниже изображены графики тригонометрических функций.

Тригонометрические функции	
Формула	**График функции**
1. $y=\sin x$, $T=2\pi$, где T – период функции, $x\in R, y\in[-1;1]$. График функции – синусóида.	
2. $y=\cos x$, $T=2\pi$, где T – период функции, $x\in R, y\in[-1;1]$. График функции – косинусóида.	
3. $y=\operatorname{tg} x$, $T=\pi$, где T – период функции, $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z,\ y\in R$.	
4. $y=\operatorname{ctg} x$, $T=\pi$, где T – период функции, $x\neq k\pi,\ k\in Z,\ y\in R$.	

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Какая функция называется линейной?
2. Как называют график линейной функции?
3. Какая функция называется квадратичной?
4. Как называют график квадратичной функции?
5. Какая функция называется показательной?
6. Какая функция называется логарифмической?
7. Назовите тригонометрические функции.
8. Как называют графики функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$?
9. Чему равен период функции $y=\operatorname{tg} x$?

Задания

Задание 1. Вставьте пропущенные слова.

Рассмотрим плоскость *ХОУ*. Оси *ОХ* и *ОУ* называются ___________ ________________. Ось *ОХ* – это _____ ____________. Ось *ОУ* – это _____ ______________. Точка *О* – это ____________ _______________ или _____________ ______________. Плоскость *ХОУ* называют __________________ ______________. Начало координат и оси координат называют ________________ ___________ ______________. Оси *ОХ* и *ОУ* делят координатную плоскость на ________ _______________.

Рассмотрим точку $M(x; y)$. Числа x и y называют ______________ точки *М*. Число x называют _________ точки *М*. Число y называют ____________ точки *М*. Если $x > 0$ и $y > 0$, то точка $M(x; y)$ находится __ ________ ___ ________________ . Если $x = 0$, то точка $M(0; y)$ лежит ______ ____________ ________________ .

Задание 2. Постройте график функции. Как называется функция? Как называется график функции?

1) $y = 2x + 3$; 2) $y = 4 - x^2$; 3) $y = 2 - x$;

4) $y = x^2$; 5) $y = \sin x$; 6) $y = \cos x$;

7) $y = 2^x$; 8) $y = \log_2 x$; 9) $y = -2x$;

10) $y = \dfrac{3}{x}$; 11) $y = \dfrac{x}{2}$; 12) $y = -\dfrac{1}{x}$.

Задание 3. Соедините начало и конец предложений.

Начало предложения	**Конец предложения**
График квадратичной функции – это	гипербола.
График линейной функции – это	парабола.
График функции $y = \dfrac{k}{x}$ – это	прямая линия.
Если $k > 0$, то ветви гиперболы $y = \dfrac{k}{x}$ расположены	вверх.
Если $k < 0$, то ветви гиперболы $y = \dfrac{k}{x}$ расположены	вниз.
При $a < 0$ ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены	через начало координат.
При $a > 0$ ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены	во второй и четвёртой четвертях.
Если в уравнении $y = kx + b$ число $b = 0$, то прямая проходит	в первой и третьей четвертях.

Задание 4. Прочитайте примеры. Образуйте прилагательные от существительных, используйте суффиксы в скобках. Проверьте слова по словарю.

Существительное	Суффикс	Прилагательное
математ**ика**	-ическ-	математи́ческий
метр	-ов-	метро́вый
квадрат	-н-	квадра́тный
десят**ь**	-ичн-	десяти́чный

1) граф**ик** (-ическ-) – ________________
2) квадрат (-ичн-) – ________________
3) координат**а** (-н-) – ________________
4) логарифм (-ическ-) – ________________
5) параллель (-н-) – ________________
6) перпендикуляр (-н-) – ________________
7) показатель (-н-) – ________________
8) прямоуголь**ник** (-н-) – ________________
9) степен**ь** (-н-) – ________________
10) тригонометр**ия** (-ическ-) – ________________
11) числ**о́** (-ов-) – ________________
12) фигур**а** (-н-) – ________________

Задание 5. Поставьте глаголы в скобках в форму первого лица множественного числа будущего времени.

Образец: (Решить) **Решим** уравнение.

1. (Рассмотреть) _____________ координатную плоскость XOY.
2. (Выбрать) _______________ на оси OX масштаб.
3. (Построить) ______________ график функции.
4. (Отметить) ___________ точку на плоскости.
5. (Поставить) _______________ в соответствие элемент множества.
6. (Изучить) ______________ свойства функций.
7. (Найти) ____________ значение косинуса 30^0.
8. (Вспомнить) ____________________ график функции $y = \sin x$.
9. (Назвать) ___________________ абсциссу точки $M(x, y)$.
10. (Изобразить) _______________ прямую линию на плоскости.
11. (Подставить) _______________ вместо x число 1.
12. (Выучить) _____________ названия графиков функций.
13. (Установить) __________ соответствие между функцией и её графиком.

Задание 6. Запишите в предложения предлоги *в*(*о*)*, на, от, с*.

1. $A(1; 2)$ – точка A … координатами один и два.
2. Запись $y = a^x$ читают: игрек равен а … степени икс.
3. Запись $y = f(x)$ читают: игрек равен эф … икс.

4. Каждой точке плоскости поставлена … соответствие пара координат точки.

5. … рисунке изображён график произвольной функции.

6. Оси координат делят координатную плоскость … четыре части.

7. Построим … плоскости две взаимно перпендикулярные прямые *ОХ* и *ОУ*.

8. Точка *А* лежит … положительной оси ординат.

9. Точка *А* находится … второй четверти.

10. $y(x)$ – значение функции … точке x.

11. Уравнение $y = kx + b$ – это уравнение прямой … угловым коэффициентом.

Задание 7. Выберите **два** правильных варианта ответа.

1. Точка *О* на плоскости *ХОУ* – это … .

а) единица длины; в) начало отсчёта;
б) начало координат; г) система координат.

2. Начало координат и оси координат называют … системой координат.

а) декартовой; в) произвольной;
б) координатной; г) прямоугольной.

3. Оси координат делят координатную плоскость на четыре части, которые называют … .

а) графиками; в) координатными углами;
б) координатами точки; г) четвертями.

4. Величину x называют … функции $y = f(x)$.

а) аргументом; в) независимой переменной;
б) зависимой переменной; г) функцией.

5. Если $y = f(x)$, то величину y называют … .

а) аргументом; в) независимой переменной;
б) зависимой переменной; г) функцией.

6. Координаты точки на плоскости обозначают буквами x и y и называют … и … .

а) абсциссой; г) областью значений функции;
б) аргументом функции; д) ординатой;
в) значением функции; е) областью определения функции.

7. Графиком функции $y = f(x)$ называется множество точек $(x; y)$ координатной плоскости *ХОУ*, где x – … , y – … в точке x.

а) абсцисса; г) область значений функции;
б) аргумент функции; д) ордината;
в) значение функции; е) область определения функции.

8. Множество *X* называют … $y = f(x)$, множество *У* называют … .

а) абсциссой; г) областью значений функции;
б) аргументом функции; д) ординатой;
в) значением функции; е) областью определения функции.

Тема 15. Геометрия на плоскости

Словарь к теме

геоме́трия	равнобе́дренная трапе́ция
гра́дус	равнобе́дренный треуго́льник
диагона́ль (ж. р.)	равносторо́нний треуго́льник
квадра́т	верши́на *чего?* треуго́льника
квадра́тные едини́цы (кв. ед.)	высота́ *чего?* треуго́льника
многоуго́льник	медиа́на *чего?* треуго́льника
окру́жность (ж. р.)	сторона́ *чего?* треуго́льника
диа́метр *чего?* окру́жности	у́гол
длина́ *чего?* окру́жности	у́гол *при чём?* при вершине
ра́диус *чего?* окру́жности	о́стрый у́гол
центр *чего?* окру́жности	прямо́й у́гол
параллелогра́мм	биссектри́са *чего?* угла́
пери́метр	фигу́ра
планиме́трия	четырёхуго́льник
пло́щадь (ж. р.)	паралле́лен, паралле́льно, -а, -ы
прямоуго́льник	попа́рно паралле́льны
расстоя́ние	перпендикуля́рен, перпендикуля́рно, -а, -ы
ромб	противополо́жные сто́роны
теоре́ма	равноудалён, равноудалена́, -о, -ы
трапе́ция	опуска́ть – опусти́ть *что? на что?*
треуго́льник	проводи́ть – провести́ *что? из чего?*
произво́льный треуго́льник	проходи́ть – пройти́ *через что?*
прямоуго́льный треуго́льник	соединя́ть – соедини́ть *что? с чем?*

Обозначения и записи **читают:**

ΔABC – треугольник а, бэ, цэ;

$S_{\Delta ABC}$ – площадь треугольника а, бэ, цэ;

$\angle A$ – угол а;

$\angle BAC$ – угол бэ, а, цэ;

$\angle ACB = 90^0$ – угол а, цэ, бэ рав**ен** девяност**а** градус**ам** (угол а, цэ, бэ – прямой);

$AC \perp CB$ – (сторон**а)** а, цэ перпендикулярн**а** (сторон**е**) цэ, бэ;

$CK \perp BA$ – (отрезок) цэ, ка перпендикуляр**ен** (отрезк**у**) бэ, а;

$\angle A = \angle B$ – угол а рав**ен** угл**у** бэ;

$\angle CAM = \angle MAC$ – угол цэ, а, эм рав**ен** угл**у** эм, а, цэ;

$BC || AD$ – (сторон**а**) бэ, цэ параллельн**а** (сторон**е**) а, дэ;

$S = \frac{1}{2}ah$ – эс равн**о** одна вторая а **на** аш (площадь равн**а** половин**е** произведени**я** основания на высоту);

$c^2 = a^2 + b^2$ – цэ квадрат равн**о** а квадрат плюс бэ квадрат (квадрат гипотенузы рав**ен** сумм**е** квадратов катетов).

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Планиметрия – это раздел геометрии, в котором изучают точки, расстояние между двумя точками, прямые и фигуры на плоскости.

Рассмотрим некоторые фигуры на плоскости.

Окружность – это геометрическое место всех точек плоскости, которые равноудалены от заданной точки *O* (рис. 14). Точку *O* называют **центром окружности**. Расстояние от точки *O* до любой точки окружности называют **радиусом окружности**. Радиус окружности обозначают большо́й латинской буквой *R* или маленькой латинской буквой *r*.

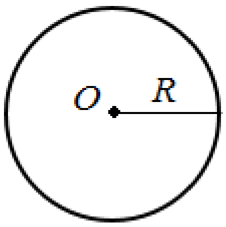


Рис. 14. Окружность

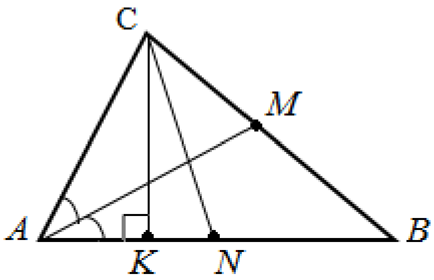


Рис. 15. Треугольник ABC

Диаметр окружности – это отрезок, который проходит через центр окружности и соединяет две её точки. Диаметр окружности обозначают буквой *d*. Диаметр окружности находят по формуле $d = 2R$. Длину окружности *L* находят по формуле $L = 2\pi R$.

Треугольник – это геометрическая фигура. Треугольник состоит из трёх точек, которые последовательно соединены отрезками. Треугольник имеет три вершины, три стороны и три угла. Вершины треугольника не лежат на одной прямой.

Рассмотрим произвольный ΔABC и его элементы (рис. 15). Пусть точка *N* делит отрезок *AB* пополам ($AN = NB$). Соединим точку *N* с вершиной *C*. Получим отрезок *CN*. Отрезок *CN* называют **медианой** ΔABC.

Проведём из вершины *A* прямую, которая делит угол при вершине *A* пополам ($\angle CAM = \angle MAB$). Прямую *AM* называют **биссектрисой** угла *A*.

Из вершины *C* проведём прямую *CK* перпендикулярно прямой *AB*. Прямая *CK* – это **высота**, опущенная[33] из вершины *C* на сторону *AB*.

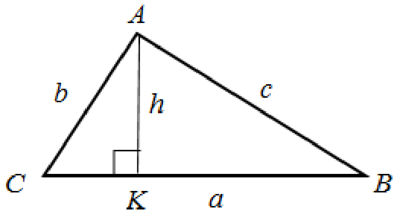
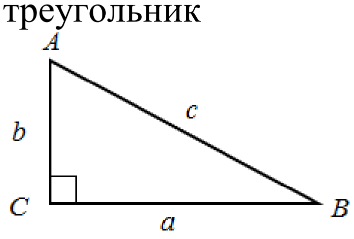
В любом треугольнике можно провести три высоты, три медианы и три биссектрисы.

Если в треугольнике все стороны равны или все углы равны, то треугольник называется **равносторонним**. В равностороннем треугольнике все углы равны 60^0, т. к. сумма всех углов треугольника равна 180^0. Если угол равен 90^0, то его называют **прямым углом**. Если треугольник имеет прямой

[33] Высота, опущенная из вершины = высота, которую опустили из вершины.

угол, то треугольник называют **прямоугольным треугольником**. Если в треугольнике *ABC* (рис. 15) равны две стороны (*CA* = *CB*), то треугольник называют **равнобедренным**, а сторону *AB* называют **основанием** треугольника.

Запишем элементы треугольника и некоторые формулы для треугольника.

Некоторые виды треугольников	**Элементы треугольника**	**Формулы**
1. Произвольный треугольник 	Точки *A*, *B*, *C* – это вершины треугольника. Отрезки *AB*, *AC*, *BC* – это стороны треугольника. $AK \perp CB$, где *AK* – это высота, опущенная из вершины *A* на сторону *CB*.	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah$ – площадь треугольника; $P = a + b + c$ – периметр ΔABC.
2. Прямоугольный треугольник 	$AC \perp CB$, т. е. $\angle ACB = 90^0$, сторона *AB* – гипотенуза, стороны *CA* и *CB* – катеты.	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab$ – площадь треугольника; $c^2 = a^2 + b^2$ – теорема Пифагора.

Четырёхугольник – это геометрическая фигура. Четырёхугольник имеет четыре вершины, четыре стороны и четыре угла.

Трапеция – это четырёхугольник, у которого две противоположные стороны параллельны. Параллельные стороны трапеции называют **основаниями трапеции**.

Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.

Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

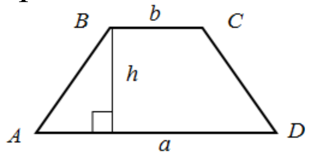
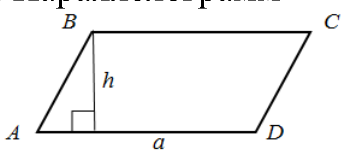
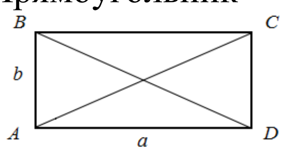
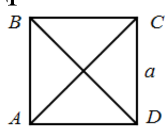
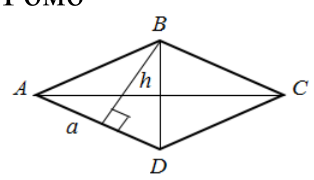
Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Что изучает планиметрия?
2. Запишите формулу нахождения длины окружности через её диаметр.
3. Чему равна сумма всех углов треугольника?
4. В каком треугольнике все углы равны 60^0?
5. Как называют треугольник, в котором один угол равен 90^0?
6. Найдите угол (в градусах) треугольника, если сумма двух других углов треугольника равна 130^0.

7. Сколько высот можно провести в треугольнике?
8. Как называют параллельные стороны трапеции?
9. Назовите четырёхугольники, у которых все углы прямые.
10. Назовите четырёхугольники, у которых стороны попарно параллельны.
11. Назовите четырёхугольник, у которого две противоположные стороны параллельны.
12. Назовите четырёхугольники, у которых все стороны равны.
13. Как называется треугольник, у которого все стороны равны?
14. Как называется треугольник, у которого две стороны равны?

В) Изучите основные виды четырёхугольников и их элементы.

<table>
<tr><th>Виды четырёхугольников</th><th>Элементы четырёхугольника</th><th>Формулы</th></tr>
<tr><td>1. Трапеция

</td><td>Точки A, B, C, D – это вершины трапеции.
AB, AD, BC, CD – это стороны трапеции.
$BC \parallel AD$,
BC и AD – основания трапеции.</td><td>$S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$ – площадь трапеции.</td></tr>
<tr><td>2. Параллелограмм

</td><td>$BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$.
BD и AC – диагонали параллелограмма,
a – основание,
h – высота, опущенная из вершины B на сторону AD.</td><td>$S = a \cdot h$ – площадь параллелограмма.</td></tr>
<tr><td>3. Прямоугольник

</td><td>$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^0$.
$AB = CD = b$, $BC = AD = a$,
BD и AC – диагонали прямоугольника.</td><td>$S = a \cdot b$ – площадь прямоугольника.</td></tr>
<tr><td>4. Квадрат

</td><td>$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^0$.
$AB = BC = CD = AD = a$,
BD и AC – диагонали квадрата.</td><td>$S = a^2$ – площадь квадрата.</td></tr>
<tr><td>5. Ромб

</td><td>$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.
$AB = BC = CD = AD = a$,
BD и AC – диагонали ромба; h – высота, опущенная из вершины B на сторону AD.</td><td>$S = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC$ – площадь ромба;
$S = a \cdot h$ – площадь ромба.</td></tr>
</table>

Задания

Задание 1. Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. Назовите четырёхугольники, у которых углы равны.
2. Назовите четырёхугольник, у которого все стороны равны и углы равны.
3. Сколько диагоналей имеет ромб?
4. Чему равен угол (в градусах) между диагоналями ромба?
5. Найдите радиус окружности, если длина окружности равна π.
6. Чему равна сторона квадрата, если его площадь равна 256 квадратным единицам?
7. Чему равен периметр квадрата, если его площадь равна 256 квадратным единицам?
8. Проведите все высоты в прямоугольном треугольнике.

Задание 2. Поставьте глаголы в скобках в форму первого лица множественного числа будущего времени.

Образец. (Записать) **Запишем** уравнение окружности.

1. (Рассмотреть) ____________ некоторые фигуры на плоскости.
2. (Провести) ________________ прямую через точку A.
3. (Опустить) ______________ перпендикуляр из вершины A на сторону BC.
4. (Соединить) _________________ точку A с точкой C.
5. (Изучить) ______________ элементы треугольника.
6. (Обозначить) _______________ радиус окружности буквой R.
7. (Построить) _______________ трапецию.
8. (Получить) ____________ отрезок.
9. (Применить) ____________ формулу.
10. (Назвать) ___________ все четырёхугольники.
11. (Отметить) ___________ точку K на стороне AC.
12. (Найти) ____________ площадь ромба.

Задание 3. Закончите определения.

1. Если в треугольнике все стороны равны или все углы равны, то треугольник называется ________________ .
2. Если в треугольнике две стороны равны, то треугольник называется ________________ .
3. Если в треугольнике угол равен 90^0, то треугольник называется ________________ .
4. Четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, называется ____________________ .
5. Четырёхугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, называется ____________________.
6. Параллелограмм, у которого все углы прямые, называется ____________ .
7. Параллелограмм, у которого все стороны равны, называется __________ .
8. Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется ___________ .

Задание 4. Прочитайте примеры. Образуйте прилагательные от существительных, используйте суффиксы в скобках. Проверьте слова по словарю.

Существительное	Суффикс	Прилагательное
математика	-ическ-	математи́ческий
метр	-ов-	метро́вый
квадрат	-н-	квадра́тный

1) геометр**ия** (-ическ-) – _________________
2) гипербол**а** (-ическ-) – _________________
3) диагональ (-н-) – _________________
4) круг (-ов-) – _________________
5) парабол**а** (-ическ-) – _________________
6) параллель (-н-) – _________________
7) перпендикуляр (-н-) – _________________
8) прямоуголь**ник** (-н-) – _________________
9) треуголь**ник** (-н-) – _________________
10) уг**о**л[34] (-ов-) – _________________
11) четырёхуголь**ник** (-н-) – _________________
12) арифмет**ика** (-ическ-) – _________________
13) фигур**а** (-н-) – _________________
14) координат**а** (-н-) – _________________
15) куб (-ическ-) – _________________

Задание 5. Составьте словосочетания с прилагательными из задания 4.

Образец. Квадратные скобки.

Задание 6. А) Прочитайте текст.

Периметр – это сумма длин всех сторон многоугольника. Периметр обозначают большой латинской буквой P. Например, периметр прямоугольника – это сумма длин всех сторон прямоугольника. Периметр прямоугольника со сторонами a и b находят по формуле $P = 2(a + b)$.

Б) Установите соответствие между формулой и её названием.

Формула	Название формулы
$P = 4a$	периметр трапеции
$P = a + b + c$	периметр квадрата
$P = 2(a + b)$	периметр равнобедренного треугольника
$P = a + b + c + d$	периметр треугольника
$P = a + b + 2c$	периметр параллелограмма
$P = a + 2b$	периметр равностороннего треугольника
$P = 3a$	периметр равнобедренной трапеции

[34] Угол (р.п. угла́, д.п. углу́, тв.п. угло́м).

Задание 7. Запишите в предложения предлоги *в, до, из, на, от, по, с*(*о*), *у*.

1. Рассмотрим некоторые фигуры ___ плоскости.

2. Окружность – это геометрическое место всех точек плоскости, которые равноудалены ___ центра окружности.

3. Расстояние от центра окружности ___ любой точки окружности называют радиусом окружности.

4. Диаметр окружности находят ___ формуле $d = 2R$.

5. Треугольник состоит ___ трёх точек, которые последовательно соединены отрезками.

6. Соединим точку N ___ вершиной C.

7. Проведём ___ вершины A прямую, которая делит угол при вершине A пополам.

8. Прямая CK – это высота, опущенная ___ вершины C ___ сторону AB.

9. Если ___ треугольнике все стороны равны или все углы равны, то треугольник называется равносторонним.

10. Параллелограмм, __ которого все углы прямые, называется прямоугольником.

11. Периметр прямоугольника ___ сторонами a и b находят ___ формуле $P = 2(a + b)$.

Задание 8. Соедините два предложения в одно.

Образец. Прямоугольник – это параллелограмм. **У него** все углы прямые. = Прямоугольник – это параллелограмм, **у которого** все углы прямые.

1. Квадрат – это прямоугольник. **У него** все стороны равны.

2. Параллелограмм – это четырёхугольник. **У него** противоположные стороны попарно параллельны.

3. Планиметрия – это раздел геометрии. **В нём** изучают точки, расстояние между двумя точками, прямые и фигуры на плоскости.

4. Прямоугольный треугольник – это треугольник. **У него** один угол равен 90^0.

5. Ромб – это параллелограмм. **У него** все стороны равны.

6. Трапеция – это четырёхугольник. **У него** две противоположные стороны параллельны.

7. $P = 2(a + b)$ – это формула. **По ней** находят периметр прямоугольника со сторонами a и b.

Задание 9. Установите соответствие между понятиями и обозначениями.

Понятие	Обозначение
Длина окружности	d
Радиус окружности	h
Диаметр окружности	P
Высота	R
Площадь	L
Периметр	S

Задание 10. Выберите правильный вариант ответа.

1. Расстояние от центра окружности до любой точки окружности – это … окружности.

а) диаметр; б) радиус; в) центр.

2. Отрезок, который проходит через центр окружности и соединяет две точки окружности, – это … окружности.

а) диаметр; б) радиус; в) центр.

3. Отрезок, который опущен из вершины треугольника и делит противоположную сторону пополам, – это … треугольника.

а) биссектриса; б) высота; в) медиана.

4. Прямая, которая делит угол пополам, – это … угла.

а) биссектриса; б) высота; в) медиана.

5. Перпендикуляр, который опущен из вершины треугольника на противоположную сторону, – это … треугольника.

а) биссектриса; б) высота; в) медиана.

6. Сумма длин всех сторон многоугольника – это … .

а) высота; б) периметр; в) площадь.

7. Треугольник, у которого все стороны равны, – это … треугольник.

а) равносторонний; б) равнобедренный; в) прямоугольный.

8. Треугольник, у которого две стороны равны, – это … треугольник.

а) равносторонний; б) равнобедренный; в) прямоугольный.

9. Треугольник, у которого угол равен 90^0 градусов, – это … треугольник.

а) равносторонний; б) равнобедренный; в) прямоугольный.

Задание 11. Прочитайте задачи. Сделайте рисунки к задачам.

1. Острые углы прямоугольного треугольника равны 58^0 и 32^0. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными[35] из вершины прямого угла.

2. Острые углы прямоугольного треугольника равны 86^0 и 4^0. Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла.

3. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 12 и 6.

4. Стороны параллелограмма равны 2 и 4. Высота, опущенная на первую из сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

5. Основания трапеции равны 24 и 18, высота трапеции равна 4. Найдите площадь трапеции.

6. Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $\sqrt{\pi}$.

7. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 и 20, а большая боковая сторона составляет с основанием угол 45^0.

8. Острый угол параллелограмма равен 29^0. Найдите его тупой угол.

[35] Проведённые = которые провели.

Тема 16. Дифференцирование функции одной переменной

16.1. Приращение функции и приращение аргумента

Словарь к теме

прираще́ние прираще́ние аргуме́нта	прираще́ние фу́нкции соотве́тствующий,[36]-ая, -ее, -ие

Обозначения и записи **читают**:

Δx – дельта икс;

$\Delta x = x_1 - x$ – дельта икс равн**о** икс один минус икс;

Δy – дельта игрек;

$\Delta f(x)$ – дельта эф **от** икс;

$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ – дельта игрек равн**о** эф **от** икс плюс дельта икс минус эф **от** икс.

Задание 1. А) Прочитайте текст.

Рассмотрим функцию $y = f(x)$. Пусть x – некоторое значение аргумента, $f(x)$ – соответствующее значение функции. От значения аргумента x перейдём к другому значению аргумента x_1 (рис. 16).

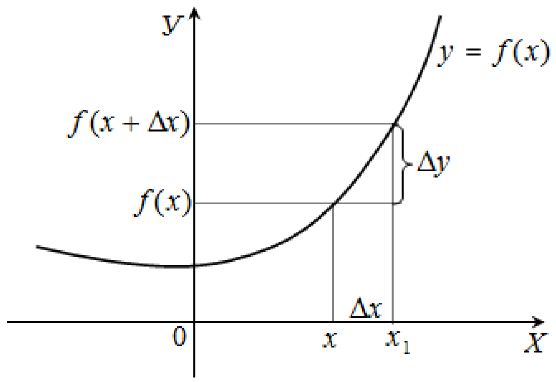


Рис. 16

Разность $(x_1 - x)$ называется **приращением аргумента**.

Приращение аргумента обозначают через Δx и записывают: $\Delta x = x_1 - x$.

Если $\Delta x = x_1 - x$, то $x_1 = x + \Delta x$.

Значению аргумента x_1 соответствует значение функции $f(x_1)$, где $f(x_1) = f(x + \Delta x)$.

Разность $f(x + \Delta x) - f(x)$ называется **приращением функции *f*(*x*) в точке *x***, соответствующим приращению аргумента Δx.

Приращение функции обозначают через Δy или $\Delta f(x)$ и записывают:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x).$$

Приращение функции и приращение аргумента могут быть отрицательными, положительными и равными нулю.

[36] Соотве́тствующий = который соответствует.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.
1. Что называется приращением аргумента x?
2. Как обозначают приращение аргумента?
3. Запишите формулу приращения аргумента.
4. Что называется приращением функции $y = f(x)$?
5. Как обозначают приращение функции $y = f(x)$?
6. Запишите формулу приращения функции $y = f(x)$.

16.2. Производная функции

Словарь к теме

дифференциа́л дифференци́рование преде́л произво́дная	штрих аналоги́чно = так же стреми́ться *к чему?* стремя́щийся[37] *к чему?*

Обозначения и записи **читают**:
lim – предел;
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ – предел эф **от** икс **при** икс, стремящ**емся к** икс нулев**о́му**;
$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ – предел отношени**я** дельта игрек **к** дельта икс **при** дельта икс, стремящ**емся к** нул**ю**;
y' – игрек штрих (производная функции игрек);
$f'(x)$ – эф штрих **от** икс (производная функции эф от икс);
$y'(x_0)$ – игрек штрих **от** икс нулев**о́е** (значение производной функции игрек в точке икс нулевое);
$f'(x_0)$ – эф штрих **от** икс нулев**о́е**;
c = const – цэ константа.

Задание 2. А) Прочитайте конструкцию и пример её использования.

Для обозначения чего? используют что?

Для обозначения предела функции *используют* сокращение от слова «limit».
Для обозначения производной функции в точке x_0 *используют* следующие записи:

$$y'(x_0),\ f'(x_0).$$

Б) Составьте предложения, используйте конструкцию «для обозначения чего? используют что?».

[37] Стремя́щийся = который стремится.

Задание 3. А) Прочитайте текст.

Слово «лимит» происходит от латинского слова «limes», которое означает «предел». В математике для обозначения предела функции используют следующее сокращение от слова «**lim**it»: lim.

Если переменная x стремится к значению x_0, то предел функции $y = f(x)$ записывают так:

$$\lim_{x \to x_0} f(x).$$

Производной функции $\boldsymbol{y = f(x)}$ в точке $\boldsymbol{x}$ называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при Δx, стремящемся к нулю, при условии, что предел существует и конечен[38].

Для обозначения производной функции $y = f(x)$ в точке x используют следующие записи:

$$y', \ f'(x).$$

Запишем символами определение производной функции $y = f(x)$:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Производную y' называют **производной первого порядка** функции $y = f(x)$.

Для обозначения производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 используют следующие записи:

$$y'(x_0), \ f'(x_0).$$

Процесс нахождения производной функции называется **дифференцированием этой функции**. Функция, которая имеет производную, называется **дифференцируемой**[39] **функцией**.

Б) Ответьте на вопросы и выполните задания.

1. От какого латинского слова происходит слово «лимит»?
2. Что называется производной функции $y = f(x)$ в точке x?
3. Запишите символами определение производной функции $y = f(x)$.
4. Прочитайте запись $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
5. Что такое дифференцирование функции?
6. Как называется функция, которая имеет производную?
7. Как называется процесс нахождения производной функции?
8. Что называют производной первого порядка функции $y = f(x)$?
9. Как обозначают производную функции $y = f(x)$ в точке x_0?
10. Какая функция называется дифференцируемой?
11. Что называют дифференцированием функции?

---

[38] Предел конечен = предел равен константе.

[39] Дифференци́руемая = которую дифференцируют.

16.3. Основные правила дифференцирования. Таблица производных

Задание 4. Прочитайте основные правила дифференцирования и производные элементарных функций.

Пусть даны дифференцируемые функции $u = u(x)$, $v = v(x)$.

Правило	Формула
1. Производная суммы (разности) двух функций равна сумме (разности) производных этих функций.	$(u \pm v)' = u' \pm v'$
2. Производная произведения функций равна сумме произведений производной первого множителя на второй и производной второго множителя на первый.	$(u \cdot v)' = u'v + v'u$
3. Производная частного равна дроби: в числителе – производная числителя умножить на знаменатель минус производная знаменателя умножить на числитель, в знаменателе – квадрат знаменателя.	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
4. Постоянную величину можно выносить за знак производной.	$(c \cdot u)' = c \cdot u'$, где c = const

В таблице записаны производные элементарных функций.

1	$c' = 0,$ где c = const	**2**	$x' = 1$
3	$\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$	**4**	$\left(x^2\right)' = 2x$
5	$\left(e^x\right)' = e^x$	**6**	$\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a,$ где $a > 0, a \neq 1$
7	$(\cos x)' = -\sin x$	**8**	$(\sin x)' = \cos x$
9	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	**10**	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
11	$(\ln x)' = \frac{1}{x},$ где $x > 0$	**12**	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \ a > 0, a \neq 1, \ x > 0$
13	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$	**14**	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
15	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$	**16**	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1 + x^2}$

Найдём производную функции $y = 5$. Так как число 5 – это константа, то $y' = 5' = 0$.

Найдём производную функции $y = x^5$. Воспользуемся формулой $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$. В нашем случае $n = 5$. Тогда $y' = \left(x^5\right)' = 5 \cdot x^{5-1} = 5x^4$.

Задания

Задание 1. Прочитайте записи.

1) $\lim\limits_{x \to 1} x^2$; 2) $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$; 3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$;

4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{\mathrm{tg} x} = 1$; 5) $\lim\limits_{x \to 2} \left(1 + x^3\right) = 9$; 6) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$.

Задание 2. Прочитайте записи. Назовите дифференцируемую функцию. Назовите производную функции. Какие правила дифференцирования применили при вычислении производной?

1) $(\sin x + x)' = (\sin x)' + x' = \cos x + 1$;

2) $\left(x^2 \cdot \cos x\right)' = \left(x^2\right)' \cdot \cos x + (\cos x)' \cdot x^2 = 2x \cos x - \sin x \cdot x^2$;

3) $\left(\frac{x}{\cos x}\right)' = \frac{x' \cdot \cos x - (\cos x)' \cdot x}{(\cos x)^2} = \frac{\cos x + x \sin x}{\cos^2 x}$;

4) $\left(5e^x\right)' = 5 \cdot \left(e^x\right)' = 5e^x$.

Задание 3. Найдите производную функции.

1) $y = 7x + 4$; 2) $y = x^2$; 3) $y = -6x + 1$; 4) $y = \frac{1}{x}$;

5) $y = x^{10}$; 6) $y = x^{201}$; 7) $y = x^2 - 7x$; 8) $y = \sqrt{x}$;

9) $y = \sin x$; 10) $y = \mathrm{tg} x$; 11) $y = \cos x + 3$; 12) $y = \mathrm{ctg} x$;

13) $y = x \cdot \sin x$; 14) $y = x^2 \cdot \mathrm{tg} x$; 15) $y = \frac{1}{x} \cdot \cos x$; 16) $y = x^3 \cdot \sqrt{x}$;

17) $y = \frac{x^2}{2x + 4}$; 18) $y = \frac{e^x}{x^3}$; 19) $y = \frac{\cos x}{x}$; 20) $y = \frac{x^{12}}{x^4 - 2}$.

Задание 4. Найдите значение производной заданной функции в точке x_0.

Образец. 1) $y = -x + 2$, $x_0 = 1$. Найдём производную функции

$$y' = (-x + 2)' = -1.$$

Следовательно, $y'(1) = -1$.

2) $y = x^3$, $x_0 = -2$. Найдём производную функции $y = x^3$

$$y' = \left(x^3\right)' = 3x^2.$$

Подставим в выражение $3x^2$ вместо x число (-2) и вычислим значение производной функции в точке $x_0 = -2$. Получим $y'(x_0) = y'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 = 12$.

Следовательно, $y'(-2) = 12$.

1) $y=\sqrt{x},\ x_0=4$; 2) $y=x^2,\ x_0=-7$; 3) $y=6x-9,\ x_0=3$;

4) $y=\sin x,\ x_0=0$; 5) $y=\frac{1}{x},\ x_0=0{,}5$; 6) $y=\ln x,\ x_0=21$.

Задание 5. Установите соответствие между левой и правой частями равенства.

Левая часть равенства	Правая часть равенства
y'	$=e^x$
Δy	$=\cos x$
$(\sin x)'$	$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$
$f'(x)$	$=x_1-x$
Δx	$=f(x+\Delta x)-f(x)$
$(e^x)'$	$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

Задание 6. Запишите в предложения слово *функция* в единственном или множественном числе в правильном падеже.

1. В математике для обозначения предела ________________ используют сокращение от слова «limit» – lim.
2. Найдём производную ________________ $y=5$.
3. Приращение ________________ обозначают через Δy или $\Delta f(x)$.
4. Производная суммы двух ________________ равна сумме производных этих ________________.
5. Производную y' называют производной первого порядка ____________ $y=f(x)$.
6. Прочитайте производные элементарных ________________.
7. Пусть даны дифференцируемые ________________ $u=u(x)$, $v=v(x)$.
8. ________________, которая имеет производную, называется дифференцируемой ________________.

Задание 7. Закончите предложения.

1. Разность (x_1-x) называется _____________________ __________________.
2. Приращение функции обозначают через _____ или _______.
3. Приращение функции и приращение аргумента могут быть _________________, ______________________ и _____________ _________.
4. Процесс нахождения производной функции называется _______________ ______ ________________.
5. Постоянную величину можно выносить ___ __________ _______________.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазырина Е. Д. Теория вероятностей и математическая статистика. Рабочая тетрадь: учебное пособие / Е. Д. Глазырина. – Томск, 2012.
2. Подберезина Е. И. Математика: учебное пособие / Е. И. Подберезина. – Томск, 2011.
3. Третьяк И. В. ОГЭ. Математика: универсальный справочник (ОГЭ. Универсальный справочник) / И. В. Третьяк. – М.: Эксмо, 2016.
4. Семёнов А. В. Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся. Учебное пособие / А. В. Семёнов, А. С. Трепалин, И. В. Ященко, И. Р. Высоцкий, П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко; Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2017.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие разработано для иностранных граждан, готовящихся к обучению в российских вузах по направлениям подготовки бакалавриата медико-биологического профиля. Целью пособия было ознакомление учащихся с основной терминологией математики на русском языке в рамках школьной программы и с принятыми в математике конструкциями.

Следует отметить, что пособие является не единственным в своем роде, предназначенным для изучения основных разделов школьной математики будущими иностранными студентами. Однако существующие на данный момент пособия по математике на русском языке как иностранном в большинстве своем ориентированы на иностранных студентов (слушателей) технического профиля, а не медико-биологического. Ориентация на данную категорию граждан обусловила выбор структуры предложенного пособия и его содержание.

Надеемся, что изучение материала учебного пособия помогло иностранным гражданам сформировать навыки использования основных понятий, терминов, символов и математических конструкций на русском языке. В дальнейшем эти умения будут необходимы учащимся при освоении высшей математики на первых курсах бакалавриата.

Авторы выражают благодарность О.А. Казаковой, оказавшей большую помощь в разработке лексико-грамматических упражнений и тестовых заданий, направленных на закрепление и контроль знаний в области математической терминологии.

Рукопись пособия прошла апробацию в группе иностранных слушателей подготовительного отделения Школы базовой инженерной подготовки Национально исследовательского Томского политехнического университета (медико-биологический профиль). Авторы будут признательны коллегам за комментарии и предложения по улучшению пособия.

Чтение основных математических обозначений, записей, сокращений и букв

$\in$ – принадлежит;
$\notin$ – не принадлежит;
$2 \in N$ – два принадлежит эн;
$n \in N$ – эн маленькое принадлежит множеству эн большому;
0,(3) – нуль целых, три в периоде;
$\approx$ – примерно равно;
$\Leftrightarrow$ – равносильно (тогда и только тогда, когда);
$\bigcup$ – объединение;
$\bigcap$ – пересечение;
$\backslash$ – разность;
$\pm$ – плюс, минус;
(…) – круглые скобки;
[…] – квадратные скобки;
{…} – фигурные скобки;
$\varnothing$ – пустое множество;
∞ – бесконечность;
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ – множество а содержит десять элементов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (а равно множеству чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9);
$\left\{x \in R \middle| a \le x \le b\right\}$ – множество всех действительных чисел икс, таких, что икс больше или равен а, но меньше или равен бэ;
$\frac{a}{b}$ – а разделить на бэ;
a^n – а в степени эн (а в э́нной степени);
$\sqrt[n]{a}$ – корень степени эн из а (корень э́нной степени из а);
$|a|$ – модуль а (абсолютная величина а);
% – процент;
$P(A)$ – рэ от а (вероятность события а);
$\overline{A}$ – а с чертой;
$[a; b]$ – отрезок от а до бэ;
$(a; b)$ – интервал от а до бэ;
$(a; b]$ – полуинтервал от а до бэ включительно;
$[a; b)$ – полуинтервал от а включительно до бэ;
$M(x, y)$ – точка эм с координатами икс, игрек;
$y = f(x)$ – игрек равен эф от икс;
$\log_a x$ – логарифм икс по основанию а;
$\ln x$ – натуральный логарифм икс;
$\lg x$ – десятичный логарифм икс;
α – альфа;

β – бэтта;

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ – альфа больше нуля, но меньше пи на два;

$\sin\alpha$ – синус альфа;

$\cos\alpha$ – косинус альфа;

$\mathrm{tg}\,\alpha$ – тангенс альфа;

$\mathrm{ctg}\,\alpha$ – котангенс альфа;

ΔABC – треугольник а, бэ, цэ;

$S_{\Delta ABC}$ – площадь треугольника а, бэ, цэ;

$\angle ABC$ – угол а, бэ, цэ;

$\angle ABC = 90^0$ – угол а, бэ, цэ равен девяноста градусам;

$\angle A = \angle B$ – угол а равен углу бэ;

$AC \perp CB$ – (сторона) а, цэ перпендикулярна (стороне) цэ, бэ;

$CK \perp BA$ – (отрезок) цэ, ка перпендикулярен (отрезку) бэ, а;

$BC \,||\, AD$ – (сторона) бэ, цэ параллельна (стороне) а, дэ;

$S = \frac{1}{2}ah$ – эс равно одна вторая а на аш (площадь равна половине произведения основания на высоту);

Δx – дельта икс;

Δy – дельта игрек;

$\Delta f(x)$ – дельта эф от икс;

$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ – дельта игрек равно эф от икс плюс дельта икс минус эф от икс.

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ – предел эф от икс при икс, стремящемся к икс нулевому;

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ – предел отношения дельта игрек к дельта икс при дельта икс, стремящемся к нулю;

y' – игрек штрих (производная функции игрек);

$f'(x)$ – эф штрих от икс (производная функции эф от икс);

$y'(x_0)$ – игрек штрих от икс нулевое;

$f'(x_0)$ – эф штрих от икс нулевое.

Латинский алфавит

Ср.р					М.р.
A(*a*) – а *B*(*b*) – бэ *C*(*c*) – цэ *D*(*d*) – дэ *E*(*e*) – е	*F*(*f*) – эф *G*(*g*) – жэ *H*(*h*) – аш *I* (*i*) – и *J*(*j*) – жи	*K*(*k*) – ка *L*(*l*) – эль *M*(*m*) – эм *N*(*n*) – эн *O*(*o*) – о	*P*(*p*) – пэ *Q*(*q*) – ку *R*(*r*) – эр *S*(*s*) – эс *T*(*t*) – тэ	*U*(*u*) – у *V*(*v*) – вэ *W*(*w*) – дубль-вэ	*X*(*x*) – икс *Y*(*y*) – и́грек *Z*(*z*) – зэт

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

ЕФРЕМОВА Оксана Николаевна
ГЛАЗЫРИНА Елена Дмитриевна

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПРЕДБАКАЛАВРОВ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Учебное пособие для иностранных граждан

Научный редактор
кандидат физико-математических наук,
доцент А.И. Шерстнева

Корректура *О.А. Казакова*

Компьютерная верстка *О.Н. Ефремова*

Дизайн обложки *А.И. Сидоренко*

Подписано к печати 30.08.2018. Формат 60x84/8. Бумага «Снегурочка».
Печать CANON. Усл. печ. л. 13,38. Уч.-изд. л. 12,10.
Заказ 170-18. Тираж 100 экз.

Издательство
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ