Предел

ФУНКЦИИ

1. Сформулируйте определения бесконечно малой и бесконечно большой величин при $x \to x_0$ и $x \to \infty$. Приведите графическую иллюстрацию.

2. Сформулируйте определения предела функции в точке и на бесконечности. Сформулируйте основные теоремы о пределах.

3. Сформулируйте определение предела числовой последовательности.

4. Запишите формулы 1-го и 2-го замечательных пределов и следствий из них.

5. Как сравнить две бесконечно малые величины? Что такое относительный порядок малости?

6. В каком случае бесконечно малые будут эквивалентны? Приведите примеры наиболее часто встречающихся соотношений эквивалентности.

7. Перечислите все виды неопределенностей. Какие приемы используются для раскрытия неопределённостей?

8. Что такое односторонние пределы функции в точке. Приведите примеры вычисления таких пределов.

9. Сформулируйте различные условия непрерывности функции в точке и на интервале. Какими свойствами обладают функции, непрерывные в точке?

10. Какими свойствами обладают функции, непрерывные в замкнутом промежутке? Проиллюстрируйте графически теоремы Вейерштрасса и Коши.

11. Что понимают под разрывом функции в точке ? Какие типы разрывов следует различать? Приведите определения каждого типа разрыва и их геометрическую иллюстрацию.

Вариант 1

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{4n-1}-\sqrt[3]{64n^3+3n}}{\sqrt[4]{n}+n}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n^2+n+1}{(3n^2-1)^2-(3n^2+1)^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\arcsin(5\mathrm{x}/7)}-1}{1-\cos\sqrt{x}}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{4n^2-3n+2}-2n\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n-1)!\,n}{(n+1)!-n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{9^n-7^{n-1}}{3\cdot 7^n+4\cdot 9^{n+1}}$

7. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+2+\cdots+n}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right)$

8. $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{x^3+3x-2}{(5x-4)(2x+1)^2}-3^{\frac{1}{x+2}}\right]$

9. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2}$

10. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+3x-4}{x^2-x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 5x}{x(e^x-1)}$

12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-7x)}{5\,\mathrm{arctg}\,(x/3)}$

13. $\lim\limits_{x\to 0.5} \dfrac{\cos(\pi x)}{2x-1}$

14. $\lim\limits_{x\to 2\pi} (\cos x)^{\frac{1}{\sin 3x}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^2+6}{3x+11}\right)^{\frac{7}{x+3}}$

16. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n+5}{2n-6}\right)^{\frac{n}{6}+1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=x^2\sin x, \qquad \beta(x)=x\,\mathrm{arcsin}^2 2\mathrm{x}$
2) $\alpha(x)=e^{\cos 3x}-e, \qquad \beta(x)=\mathrm{arctgx}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквиваленттные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1-\sqrt[5]{x^2\cdot\mathrm{tg}\,\sqrt{x}}), \quad x_0=0$
2. $1-\cos\dfrac{3x}{7}, \quad x_0=0$
3. $\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right), \quad x_0=-\dfrac{\pi}{6}$
4. $\dfrac{(x^3-4x)^2}{3x+5}, \quad x_0=2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-1}$

2. $y=1-5^{\frac{1}{7-x}}$

3. $y=\begin{cases} -2x, & x<-1 \\ (x-1)^2, & -1\le x\le 4 \\ \sqrt{8+2x}, & x>4 \end{cases}$

Вариант 2

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+3n)^3-27n^3}{(1+5n)^2+7n^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[4]{7n^2}+\sqrt[3]{4n^6+2}}{(3n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+2n^2}}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin(\sqrt{9+\mathrm{x}^3}-3)}{\ln(1+\sin\sqrt{x^5})}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{3n^2+4n-1}{3n^2+5n-1}\right]^{2-5n^2}$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!+(n+2)!}{(n+3)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2\cdot4^n-5\cdot8^{n-2}}{3\cdot8^{2n+1}+4\cdot4^{n-3}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2-8x+3}{3x-5x^2+1}$

8. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

9. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{6x^3-2x^2}{\sin^2 5x}$

10. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\mathrm{arctg}^2\sqrt{5x}}{3^{-4x}-1}$

11 . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(5x^2+1)}{1-\sqrt{3x^2+1}}$

12. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1+\cos3\pi x}{\mathrm{tg}^2\pi x}$

13. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin5x}{7x}\right)^{1+3x}$

14. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{3x-2}{x}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

15. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{\sin2x}}$

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\sqrt[3]{1-2n^3}\right)$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to0$, если

$$1)\quad \alpha(x)=\ln\cos x,\qquad \beta(x)=\sqrt[4]{3x+1}-1$$
$$2)\quad \alpha(x)=e^{\mathrm{shx}}-1,\qquad \beta(x)=\mathrm{tgx}-\sin\mathrm{x}$$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2x+1}-1},\quad x_0=0$

2. $\dfrac{x^2+3x^5}{7x+1},\quad x_0=0$

3. $\ln^2(5-x),\quad x_0=4$

4. $\sqrt{\mathrm{tg}\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)},\quad x_0=-\dfrac{\pi}{3}$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{2x-1}{x^2-4}$

2. $y=\dfrac{2}{3+4^{\frac{1}{x-3}}}$

3. $y=\begin{cases}2x, & x\le0\\ 4x-10, & 0<x\le3\\ \sqrt{x+1}, & x>3\end{cases}$

Вариант 3

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(\sqrt{n^2+3}-2)^2}{\sqrt[3]{8n^6+1}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)^2-(n-1)^2}{2n+5}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^4-5n+2}{(2n^2-1)^2+(n^2+3)^2}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2+7n}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} (n+2)\ln\dfrac{n^2-3}{n^2+5n}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10\cdot 2^{n-1}+3\cdot 5^{2n}}{4\cdot 5^{2n-1}-8\cdot 2^n}$

7. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\sin 3x)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x)}}$

8. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$

9. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{\sqrt{2+x}-x}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos x}{\sin x^2}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{arcsin6x}}{\sqrt{x+1}-1}$

12. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{1-\sin^2 x}{\cos^2 x}$

13. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$

14. $\lim\limits_{x\to -1} (4+3x)^{\dfrac{3x}{x+1}}$

15. $\lim\limits_{x\to \infty} \left[\dfrac{5x^2}{1+7x^2}+2^{\frac{1}{x}}\right]$

16. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^3-5}\right)^{2x^3}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln(1+\mathrm{sh}(\sin \mathrm{x}))$, $\quad\beta(x)=x\ \mathrm{tg}^2 2\mathrm{x}$

2) $\alpha(x)=2^{\cos 2x}-2$, $\quad\beta(x)=\arcsin^3\sqrt{\mathrm{x}}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin(\sqrt{4+\mathrm{x}^2}-2)$, $\quad x_0=0$

2. $2^{x^2}\cdot\mathrm{arctg}^3 x-1$, $\quad x_0=0$

3. $e^{\cos 2x}-1$, $\quad x_0=\dfrac{\pi}{4}$

4. $\mathrm{tg}\ \left(\ln^2(3x-2)\right)$, $\quad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x^2}{x^3-27}$

2. $y=\dfrac{2}{1+e^{\frac{1}{x-2}}}$

3. $y=\begin{cases} 1-x^2, & x\le 0\\ -\sqrt{x-x^2}, & 0<x\le 1\\ 3x-4, & x>1\end{cases}$

Вариант 4

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[3]{7n} - \sqrt[3]{25n^6-1}}{(3n+\sqrt{n})\sqrt{7+n^2}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-(n-1)^3}{n^2+(n+1)^2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n+2}{3n+5}\right]^{3-n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[n(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})\right]$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{4(n+2)!+(n+1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^n-3\cdot 5^{n+1}}{3\cdot 5^{n-1}+12\cdot 7^{n-2}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^2-5x+1}{(4x-1)(2x+1)}$

8. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x^3-5x^2+2x+2}$

9. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{3-\sqrt{x^2+5}}{\sqrt{3+x}-1}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{2x\cdot\sin 3x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}+e^{-2x}-2}{\sin 3x}$

12. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\ln\cos 6x}{\ln\cos 2x}$

13. $\lim\limits_{x\to 1/3} \dfrac{9x^2-1}{\arcsin(1-3\mathrm{x})}$

14. $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{5x-1}{3x+1}\right]^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \left[2-e^{\arcsin\sqrt{\mathrm{x}}}\right]^{\dfrac{3}{x}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2-5}\right)^{-x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln\sqrt{1+\sin 3x}-x,\qquad \beta(x)=x(e^{-x}-1)$
2) $\alpha(x)=3^x-1,\qquad \beta(x)=\mathrm{tg}^3\sqrt{\mathrm{x}}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin^3 5\mathrm{x},\quad x_0=0$
2. $1+\cos 5x,\quad x_0=\pi$
3. $\sqrt{7x^2+1}-1-\sqrt{x^5},\quad x_0=0$
4. $\sqrt{\arcsin^3\dfrac{\mathrm{x}-1}{2}},\quad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x-5}{x^2+2x-3}$
2. $y=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$
3. $y=1-5^{\frac{3}{x+3}}$

Вариант 5

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n^2+2}}{\sqrt[3]{5n^3+3}-\sqrt[3]{7n^2-2}}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)^3-(n-2)^3}{(n+5)^2+(n-5)^2}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n-1}{3n+1}\right]^{n^2}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+4}\right)$
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3(n+2)!}{5(n+2)!-5n!}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^n+3\cdot 4^n}{5^{n-1}-5\cdot 4^{n-4}}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x^5+3x-1}{2-4x-7x^4}$
8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-2x-3}{x^3-4x^2+9}$
9. $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{2-\sqrt{x-2}}{x^2-36}$
10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg}^2 5x}{x\cdot \mathrm{arctg}\,\frac{\pi x}{2}}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{\sin^2(\sqrt{5x^3})}$
12. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{(x^3-\pi^3)\sin 5x}{e^{\sin^2 x}-1}$
13. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{\sqrt{2}-2\cos x}{\pi-4x}$
14. $\lim\limits_{x\to 3} \left[\dfrac{2x-3}{x}\right]^{\frac{1}{x-3}}$
15. $\lim\limits_{x\to 0} \left(3-\dfrac{2}{\cos x}\right)^{\mathrm{cosec}^2 x}$
16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{1-3x^2}{2-3x^2}\right)^{5x^2}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=2x+\sin x,\qquad \beta(x)=x^2-2x$
2) $\alpha(x)=\sqrt{1+x-x^2}-1,\qquad \beta(x)=x/2+\sin x$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать экви валентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $3x\cdot \arcsin\sqrt[3]{x^5},\qquad x_0=0$
2. $\ln(1+x^2\cdot\sin^3 2x),\qquad x_0=0$
3. $e^{\sqrt{x^2-x+2}}-e^2,\qquad x_0=2$
4. $\sqrt{1+\ln^3 x}-1,\qquad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x+1}$
2. $y=\dfrac{1+5^{\frac{1}{x}}}{1-5^{\frac{1}{x}}}$
3. $y=\begin{cases} 2, & x<0\\ x^2-2x, & 0\le x\le 3\\ 3-x, & x>3\end{cases}$

Вариант 6

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[6]{n}-\sqrt{3n^2+5}}{\sqrt[5]{n^5+1}-\sqrt{n}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^2+1}{3n^2+3}\right]^{5n-2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{1+3+\cdots+(2n-1)}{n-1}-n\right]$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-3n+5}-\sqrt{n^2+2n}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!-n!}{(n-1)!+(n+1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n-2}-5^{n-1}}{2^n+5^{n-1}}$

7. $\lim\limits_{x\to\pi/2} \left(1-\sqrt{\cos x}\right)^{\operatorname{tg} 3x}$

8. $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^4+4}{2x^2-3}\right]$

9. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^3-1}$

10. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{3x+6}-3}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sqrt{\sin 5x})}{3\sqrt{7x}}$

12. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{(x-\pi)^2\sin x}{(1+\cos x)}$

13. $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{\ln\sin 5x}{1-\cos 5x}$

14. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{x^2}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-e^{3x}}{\sin 4x}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{2x+9}\right)^{3x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=1-\cos x+\mathrm{tg}^2\mathrm{x}$, $\quad\beta(x)=x^3-4x$
2) $\alpha(x)=\ln(1+x\sin x)$, $\quad\beta(x)=\sqrt[3]{\cos x}-1$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(2-\cos x)$, $\quad x_0=0$
2. $\operatorname{tg} x-\sin x$, $\quad x_0=0$
3. $e^{\sqrt{x-3}}-1$, $\quad x_0=3$
4. $\operatorname{tg}\dfrac{x^2+2x}{\sqrt{3}}$, $\quad x_0=-2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x}{x^2-4x+3}$
2. $y=3^{\frac{x}{1+2x}}$
3. $y=\begin{cases} e^x+3, & x<0\\ 3x+1, & 0\le x<2\\ 11-x^2, & x\ge 2\end{cases}$

Вариант 7

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^3-\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^7+n^3+1}-5n}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(5n+1)^2-(n+2)^3}{(1-3n)^3}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{3n+4}{3n-8}\right]^{5n}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n^2(\sqrt[3]{5+n^3}-\sqrt[3]{3+n^3})\right]$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!+7(n+1)!}{15n!-3(n+1)!}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n-3\cdot 2^{n+1}}{11\cdot 2^{n-2}+4\cdot 3^n}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-e^{\sin 5x}\right)^{\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2}}$
8. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+6x^2+12x+8}{x^3+3x^2-4}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-7x}{3-\sqrt{x^2+9}}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{\sin 4x\cdot \operatorname{tg} 5x}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\ln\cos\sqrt{x}}$
12. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+\ln x}-1}{\sin\pi x}$
13. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin 2x}{\pi^2-x^2}$
14. $\lim\limits_{x\to 5}\left[\dfrac{2x-4}{6}\right]^{\frac{2x}{3x-15}}$
15. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{7x^3+4x-5}{(2x-1)^3}$
16. $\lim\limits_{x\to \infty}\left[\dfrac{2x^2+4}{2x^2-4}\right]^{x^3}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=1-\cos 4\sqrt{x}$, $\quad\beta(x)=\ln(1+2x-\sqrt{x})$
2) $\alpha(x)=\arcsin^3(\mathrm{x}^2+\mathrm{x})$, $\quad\beta(x)=1-\cos 2x$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\sqrt[3]{x^2-8}-2,\quad x_0=4$
2. $\operatorname{arctg}\sqrt[5]{3x^7},\quad x_0=0$
3. $e^{-2x}\cdot\sin^2 x-1,\quad x_0=0$
4. $\sqrt[5]{\ln(x^2+9x+9)},\quad x_0=-1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\left|\dfrac{x}{x-3}\right|$
2. $y=3+6^{\frac{4}{x+5}}$
3. $y=\begin{cases}\sin x, & x\le\pi/2\\ \cos x, & \pi/2<x<2\pi\\ \ln(x+1-2\pi), & x\ge 2\pi\end{cases}$

Вариант 8

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2\sqrt[4]{3n+1}+\sqrt{81n^4-n}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{5-n+n^2}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)^2+(n+4)^2}{(n+3)^3-(n+4)^3}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{3n^2-15}{3n^2+n+5}\right]^{5n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{2n^2+2}-\sqrt{2n^2-3n}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!+2(n+2)!}{5(n+1)!-3(n+2)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^{n-1}-2^n}{5\cdot 2^n+4\cdot 3^{n+1}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x-1}-\sqrt{2x}}{9x+5}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2\sin\dfrac{3x}{2}\mathrm{ctg}^2 5x\right)$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+4}-2}{2x^3+x^2}$

10. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-9x-9}{x^2-9}$

11. $\lim\limits_{x\to\pi/8}\dfrac{\ln\mathrm{tg}\ 2x}{\cos 4x}$

12. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2^x-8}{\sin\pi x}$

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{5x+1}}{\sin\pi(x+1)}$

14. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\mathrm{arctg}\ 5x^3}{\mathrm{arcsin3x}}\right)^{\frac{1}{x-6}}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{5\mathrm{arctg}^2\sqrt{x}}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\arcsin(\sqrt[5]{3x+1}-1)$, $\quad\beta(x)=x\sqrt{x}$

2) $\alpha(x)=\sin 2x-\mathrm{tgx}$, $\quad\beta(x)=3^{-x}-1+\sqrt{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\sqrt[3]{8+x}-\sqrt[3]{8-x}$, $\quad x_0=0$

2. $1-\cos^3 x$, $\quad x_0=0$

3. $\ln^3(x^2-6x+7)$, $\quad x_0=1$

4. $\arcsin\sqrt[5]{4-x^2}$, $\quad x_0=2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x+3}{x^4-9x^2}$

2. $y=\dfrac{3}{4+2^{\frac{1}{x+1}}}$

3. $y=\begin{cases}(x-3)^3, & x<3\\ x+1, & 3\le x\le 4\\ 3+2\sqrt{x}, & x>4\end{cases}$

Вариант 9

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n}-5n^2}{3n-\sqrt[4]{7n^8+1}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n}{(n-1)^4-(n+1)^4}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{5n^2+4n}{5n^2+3}\right]^{2n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{5+n^2}-n\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3(n+1)!}{5(n+1)!-2n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5\cdot 5^n+7\cdot 4^{n+2}}{12\cdot 5^{n-1}-41\cdot 4^n}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}-2x^3}{\sqrt{x}+3x^2}$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{x^4-2x^3+x-2}$

9. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3-\sqrt{7+x}}{1-\sqrt{3-x}}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x-\operatorname{tg}6x}{2x+\sin 8x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x+1}-e}{\ln(1+x\sqrt{1+x})}$

12. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(2x-5)}{e^{\sin\pi x}-1}$

13. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left[2x\cdot\operatorname{tg}x-\dfrac{\pi}{\cos x}\right]$

14. $\lim\limits_{x\to 5}\left[\dfrac{x+1}{6}\right]^{\frac{2}{x-5}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}^2 3x\right)^{\dfrac{1}{\ln\cos x}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x-1}{7x+3}\right)^{3x+2}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\sqrt{\sin 3x-\sin 2x}$, $\quad\beta(x)=x+x^2-3x^3$

2) $\alpha(x)=x(\cos x-1)$, $\quad\beta(x)=\sqrt[5]{1-2x^2}-1$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin(\sqrt{\mathrm{x}^2+5}-\sqrt{5})$, $\quad x_0=0$

2. $\operatorname{tg}^3\left(\dfrac{x^2+4x}{5}\right)$, $\quad x_0=-4$

3. $2^{x^3+1}-1$, $\quad x_0=-1$

4. $\sqrt{x}\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{x}{5}$, $\quad x_0=0$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{1}{3x^2}+\dfrac{2}{x^2-4}$

2. $y=e^{\frac{1}{\cos x}}$

3. $y=\begin{cases}-x^4, & x<0\\ 1-x^2, & 0\le x\le 1\\ \sqrt{1+x^2}, & x>1\end{cases}$

Вариант 10

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^4-(n-1)^4}{(2n-1)^4+(3n+1)^4}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^3+3}-\sqrt[3]{n^4-1}}{\sqrt[4]{5n^4-1}+\sqrt[6]{n^8+1}}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2}-\sqrt{3n^2+5}\right)$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+5}{n^2+3}\right]^{3n}$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4\cdot 3^n-2\cdot 2^n}{5\cdot 3^{n-2}+7\cdot 2^{n+3}}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n!}{3n-2(n-1)!}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{\cos x-\cos^2 x}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}(1+5\sin x)^{3\ \mathrm{cosec}\ x}$

9. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+11x^2+26x-8}{x^3+4x^2+4x+16}$

10. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{6+x}-3}{\sqrt{4-x}-1}$

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^3}{x+3}-\dfrac{x^4-3x^2}{x^2-2}\right]$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x\mathrm{tg}\ \sqrt{x})}{e^x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{10-3x}-2}{\ln(5-2x)}$

14. $\lim\limits_{x\to 0.5}(5-8x)^{\mathrm{tg}\pi x}$

15. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\mathrm{arctg}\ (x^2+3x)}{\sin 4\pi x}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 7x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln(\cos x)-x,\qquad \beta(x)=x-2x^2$
2) $\alpha(x)=1-x-e^{3x},\qquad \beta(x)=\mathrm{tg}^3 5\mathrm{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $e^{-7x\ \sin 2x}-1,\quad x_0=0$

2. $\sqrt{x}\cdot\mathrm{arctg}\ x^3,\quad x_0=0$

3. $\sqrt[5]{20+4x}-2,\quad x_0=3$

4. $1+\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right),\quad x_0=\dfrac{\pi}{6}$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x}{(4x-5)^2}$

2. $y=5+6^{\frac{1}{x-3}}$

3. $y=\begin{cases} 2+x, & x<-2\\ -\sqrt{4-x^2}, & -2\le x\le 2\\ 2x+3, & x>2\end{cases}$

Вариант 11

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1/4+1/16+\cdots+1/4^n}{1/5+1/25+\cdots+1/5^n}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\operatorname{tg}\,2x}-\sqrt{1+\sin 2x}}{5x^3}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt[3]{9n^3+1}-1}$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n!+5(n+1)!}{4n!+(n+1)!}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-3^{\operatorname{tg}^2\sqrt{x}}\right)^{\dfrac{2}{\sin 5x}}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-3x^5+1}{(4x^2-5)(2x-1)^3}$
8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3-4x^2+3x-1}{x^3-1}$
9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{3x}-x}{\sqrt{x+6}-3}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\operatorname{arctg}3x^2)}{1-\cos 7x}$
11. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+1}{n^2+2}\right]^n$
12. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln\cos 2\pi x}{(1-x)^2}$
13. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\cos x}{(1-\sin x)^2}$
14. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{7}{3x+1}\right]^{\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}}$
15. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7^{n-1}+5^{n+3}}{4\cdot 5^{n+1}-17\cdot 7^n}$
16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+1}\right)^{3x-1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\cos 4x-x-1,\qquad \beta(x)=\sqrt{4+3x}-2$
2) $\alpha(x)=e^{-3x}-\cos x,\qquad \beta(x)=\operatorname{arctg}^2 3x$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\sin\dfrac{x^4}{\sqrt{2}},\quad x_0=0$
2. $1+\cos\pi x,\quad x_0=1$
3. $\ln\left(1+\sqrt{x}\,\operatorname{tg}^3\,(x^2)\right),\quad x_0=0$
4. $\arcsin(\mathrm{x}^2+2\mathrm{x}),\quad x_0=-2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}$
2. $y=4+5^{-\frac{1}{x+7}}$
3. $y=\begin{cases} x^2, & x\le 2\\ 4-3x, & 2<x<4\\ 5\ln x-1, & x\ge 4\end{cases}$

Вариант 12

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3n+1)^3-(3n-1)^3}{(5n+1)^2+(3n+3)^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n}-\sqrt[3]{2n^4+2}}{\sqrt[4]{5n^4-3}-2\sqrt[6]{5n^8+1}}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin(\mathrm{e}^{2\mathrm{x}}-1)}{5x^2+2x}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5\cdot 4^{n+1}-3\cdot 2^{n-2}}{5\cdot 3^{n-1}+8\cdot 4^{n+1}}$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)!}{3(n+2)!-(n+1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{2n+5}-\sqrt{5n+1}\right]$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-1}{(3x^2-1)(7x^2+1)}$

8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^3+x^2+3x-5}$

9. $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x+16}-5}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\sin^2\dfrac{x}{3}\cdot\mathrm{ctg}^3 x$

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+1}{n^2+5n}\right]^{n-7}$

12. $\lim\limits_{x\to-\pi/2}\dfrac{1+\sin x}{(\pi+2x)^2}$

13. $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{\ln(3x-1)}{\sqrt{1+\cos 3\pi x}-1}$

14. $\lim\limits_{x\to 2}(3-x)^{\frac{5}{x-2}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}(3-2\cos x)^{-\mathrm{cosec}^2 x}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x+5}{6x-1}\right)^{2-3x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln(\cos x)+x^2,\qquad \beta(x)=x^2+\sin x$

2) $\alpha(x)=1+\sqrt{x}-e^{-x^2},\qquad \beta(x)=\mathrm{tg}^3 5\mathrm{x}+2\mathrm{x}^2$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1+\sqrt[4]{e^x-1}),\quad x_0=0$

2. $\mathrm{arctg}\,(\sqrt{x^2-1}-1),\quad x_0=1$

3. $\mathrm{tg}\,\dfrac{\pi x}{6},\quad x_0=0$

4. $1-\cos\dfrac{\pi x}{4},\quad x_0=8$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x+2}{|x+2|}$

2. $y=\dfrac{e^{\frac{1}{x-1}}}{2+e^{\frac{1}{x-1}}}$

3. $y=\begin{cases}2x-1, & x<0\\ 3+\sqrt{x}, & 0\le x\le 4\\ x+1, & x>4\end{cases}$

Вариант 13

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n^2-3n+1}{(2n^2-1)^2-(2n^2-5)^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[4]{n}+\sqrt{16n^4+1}}{(3n-5\sqrt{n})\sqrt{2n^2-n+1}}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^n-7^n}{5\cdot 7^{n-1}+5^{n+2}}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{3n^2-1}-\sqrt{3n^2+n}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!+n!}{3(n+1)!-(n-1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{5n^3}{2-7n^3}+e^{\frac{1}{2n}}\right]$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3-2x}{x^2-5}\right)$

8. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^2+2n+3}{n^2+2n+1}\right]^{3n-7}$

9. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3-\sqrt{x^2-7}}{\sqrt{x+4}-2}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{\sin x\cdot \operatorname{arctg}^2\sqrt{5x}}$

11. $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2+4x-5}{2x^2+7x-15}$

12. $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{4x+1}{4x+6}\right]^{3x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to\pi/3} \dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1/2-\cos x}$

14. $\lim\limits_{x\to 2} (x-1)^{\frac{1}{\sqrt{x-2}}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\mathrm{arcsin2x^3})}{\operatorname{arctg}^3 7x}$

16. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2(e^{3x}-1)}{\sqrt{1+5x}-1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\sin 5x-\mathrm{tgx}$, $\quad\beta(x)=x+x^2-x^3$
2) $\alpha(x)=x(\cos^3 x-1)$, $\quad\beta(x)=\sqrt[3]{1-3x^3}-1$

3. Для данных бесконечно малых пqри $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $x\cdot \operatorname{arctg}\sqrt[3]{x}$, $\quad x_0=0$
2. $\sin(x\cdot\sin\sqrt{x^5})$, $\quad x_0=0$
3. $\ln^3(x^2+x-19)$, $\quad x_0=4$
4. $\sqrt[3]{35-x^3}-2$, $\quad x_0=3$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{4x^3}{x^2-25}$

2. $y=1+3^{-\frac{1}{x+4}}$

3. $y=\begin{cases} 2-x^2, & x\le 0\\ 2+\sin x, & 0<x\le \pi/2\\ 3^{x/|x|}, & x>\pi/2\end{cases}$

Вариант 14

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-5n)^2}{(n-2)^3-(n+1)^3}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+3}{n^2-2}\right]^{-5n^2}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{4n^9-1}-4n^3}{\sqrt[12]{n^6+2}+3\sqrt[3]{2n^9+15}}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-5n+2}-n\right)$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5(n+2)!}{7(n+3)!-3(n+2)!}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4^n-3^{n+2}}{15\cdot 4^n+7\cdot 3^{n-1}}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}[1+\mathrm{tg}5x]^{\frac{1}{\ln(1+\sin x)}}$
8. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+4x^2+x+4}$
9. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{24+5x}+x}{(x+3)^2}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{ctg}\ 5x\cdot\mathrm{arcsin7x}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{1-\sqrt[3]{5x^2+1}}$
12. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{\ln(x+2}$
13. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin 5x}{\mathrm{tg}\ 4x}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{1}{7x}}$
15. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2-x}{\sqrt{x^2+6x}-4x}$
16. $\lim\limits_{x\to \infty}\left[\dfrac{6x+1}{6x-3}\right]^{-3x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\arcsin(\sqrt[4]{3x+1}-1)$, $\quad\beta(x)=x\sqrt[4]{x}$
2) $\alpha(x)=\sin 2x-\mathrm{tg}^2\mathrm{x}$, $\quad\beta(x)=3^{-x}-1+\sqrt{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln\left(1+\arcsin^2\dfrac{\pi\mathrm{x}}{4}\right)$, $\quad x_0=0$
2. $\dfrac{27x^4+8x}{x+3}$, $\quad x_0=-\dfrac{2}{3}$
3. $\mathrm{tg}(\sqrt[3]{x})$, $\quad x_0=0$
4. $\sqrt{x^2+12}-4$, $\quad x_0=-2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{3x}{(x^2-1)^2}$
2. $y=\dfrac{9}{5+4^{\frac{1}{3+x}}}$
3. $y=\mathrm{arctg}\dfrac{2}{x+1}$

Вариант 15

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+2}-\sqrt[3]{27n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7}+5n}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{5n^2+1}{5n^2-3}\right]^{1-4n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{3n^2+2}-\sqrt{3n^2+5}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!n}{3(n+1)!-5n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7^n-4^{n-1}}{4\cdot 7^n+8\cdot 4^{n+2}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3-5x^2}{x^2}-5^{\frac{1}{x+1}}\right)$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-7x-6}{x^2-4}$

9. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{12-4x}-2}{\sqrt{12+2x}-4}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(2x)-1}{x\ \sin 3x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+5x}-\sqrt[4]{1+2x}}{3x}$

12. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sin(1+x)}{1+\sqrt[3]{x}}$

13. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\log_3 x-1}{\sqrt{x+6}-1}$

14. $\lim\limits_{x\to 5}(3x-14)^{\frac{x}{x-5}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}(2-e^x)^{\frac{1}{\ln(1+x)}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+2x}{5x-1}\right)^{3x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=1+x^5-\cos^2 4x,\qquad \beta(x)=x\ \ln(1+\sqrt{x})$
2) $\alpha(x)=\arcsin^3(\mathrm{x}^2-\mathrm{x}),\qquad \beta(x)=1-\sqrt{1+\mathrm{tg3x}}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\mathrm{arctg}\ \sqrt[3]{2x^4},\quad x_0=0$
2. $\sqrt[4]{2x^3+1}-1,\quad x_0=0$
3. $\ln(7x+8),\quad x_0=-1$
4. $\sin(x^4-2x^2),\quad x_0=\sqrt{2}$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x^2}{\sqrt{2x+1}}$
2. $y=3-e^{\frac{4}{x}}$
3. $y=\begin{cases} x, & x<0\\ \ln(x+1), & 0\le x\le 2\\ 3x^2, & x>2\end{cases}$

Вариант 16

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{27n^3+2}-5n}{\sqrt{4n^2+3n^2}-4n}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)^2+(3n+1)^2}{(n+2)^3-(n+1)^3}$
3. $\lim\limits_{n\to-\infty} \left(n+\sqrt[3]{1-n^3}\right)$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{2n-1}{2n+1}\right]^{3n}$
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!+(n+1)!}{n(n!-(n-1)!)}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4^{n+1}-3^{n-1}}{5\cdot 4^n+2\cdot 3^n}$
7. $\lim\limits_{x\to0} \left(1+\operatorname{arctg}^3\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{x^3}}$
8. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{4x^2+2x-42}{x^2-9}$
9. $\lim\limits_{x\to b} \dfrac{\sqrt{x-a}-\sqrt{b-a}}{x^2-b^2}$
10. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\arcsin^3(5\text{x})}{\operatorname{tg}\,x-\sin x}$
11. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2^{3x}-1}{4\ln(1+9x)}$
12. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin^3 x}{x(\cos 5x-\cos 3x)}$
13. $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{e^{\operatorname{tg}\,2x}-e^{-\sin 2x}}{\sin x-1}$
14. $\lim\limits_{x\to2} (2x-3)^{\frac{x}{x-2}}$
15. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+2x^2-3}{5x+2x^3-1}$
16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x+1}{3x-7}\right)^{5x+1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to0$, если

1) $\alpha(x)=1-\cos x+\operatorname{tg}^2 5\text{x}$, $\quad\beta(x)=(x^3-x)^2$
2) $\alpha(x)=\ln(1+\operatorname{sh}^2\text{x})$, $\quad\beta(x)=\sqrt{1-4^{-x^2}}-1$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $e^{2x^4}-1$, $\quad x_0=0$
2. $\sqrt[4]{1+\arcsin 2\text{x}}-1$, $\quad x_0=0$
3. $\sqrt[5]{\ln^3(7x-6)}$, $\quad x_0=1$
4. $\sin^2(x^2-2x-3)$, $\quad x_0=3$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{3x-1}{4x^2-3x}$
2. $y=\dfrac{2}{4+5^{-\frac{1}{x+7}}}$
3. $y=\begin{cases} e^x-1, & x<0\\ \sqrt{x+1}-1, & 0\le x\le 2\\ -\sqrt{2x}+5, & x>2\end{cases}$

Вариант 17

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)^9(3n-1)^{36}}{(n^2+13n+4)^{23}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+2}-\sqrt[3]{64n^3+n}}{\sqrt{5n^2+5}}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left\{(3n+1)\cdot\ln\dfrac{2n+1}{2n+2}\right\}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(2n-\sqrt{4n^2+5n-1}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n!}{4n!-3(n+1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^n-2^{n+2}}{5\cdot 10^{n+3}-4\cdot 3^n}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3-2x}{x^2+4}\right)$

8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+6x-27}{2x^2-x-15}$

9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-3x}{\sqrt{3x}-x}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-\ln\cos x-1}{\sin^2 5x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\operatorname{tg} 4x}{x+\operatorname{arctg} 3x}$

12. $\lim\limits_{x\to\pi/2} (x-\pi/2)\ \operatorname{tg} x$

13. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\log_5 x-1}{\operatorname{tg}\pi x}$

14. $\lim\limits_{x\to 2} (2x-3)^{\frac{3}{x-2}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-5^{\sin^2 x}\right)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{5x+3}{5x-4}\right]^{7x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=x-\sin^2 3x,\qquad \beta(x)=2x^2-x$

2) $\alpha(x)=\sqrt{1+2x-3x^2}-1,\qquad \beta(x)=x+\mathrm{tg2x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1+2x\cdot\operatorname{tg}\sqrt[3]{x^4}),\quad x_0=0$

2. $1+x-\cos 2x,\quad x_0=0$

3. $e^{x^2-4x+3}-1,\quad x_0=3$

4. $\arcsin^5(\mathrm{x}^2-5\mathrm{x}),\quad x_0=5$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

2. $y=\dfrac{1}{2+3^{\frac{1}{x+6}}}$

3. $y=\begin{cases} x, & x<0\\ 2+x, & 0\le x\le 2\\ \dfrac{1}{2-x}, & x>2\end{cases}$

Вариант 18

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[5^{\frac{1}{n}}-\dfrac{5n^2+1}{\sqrt[3]{9n^6+4}}\right]$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+2)^2+(2n+1)^2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}[\sqrt{n^2+7n}-\sqrt{n^2+5}]$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n-9^{n-1}}{4\cdot 3^{n-1}+15\cdot 9^{n+1}}$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!}{3(n+1)!-5n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+3}{2n+1}\right)^{n^2}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{5x^4+2x}-\sqrt{x}}{3x+2}$

8. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-6x+9}$

9. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+13}-3}{\sqrt{1-2x}-3}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(5\sqrt{\text{x}})}{e^{-2x}-1}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{\sqrt[5]{1+x^2}-1}$

12. $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{(x-2\pi)^2}{\operatorname{tg}\,(\cos x-1)}$

13. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin 6\pi x}{\sin 3\pi x}$

14. $\lim\limits_{x\to -1}(7+6x)^{\frac{x+3}{(x+1)^2}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}(2-e^x)^{\frac{1}{\cos x-1}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{2x+5}{2x-4}\right]^{5-x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln\sqrt[3]{1+\operatorname{tg}^2\text{x}}$, $\quad\beta(x)=\sqrt[3]{x}$

2) $\alpha(x)=7^{\sin\sqrt{x}}-1$, $\quad\beta(x)=\sqrt{x}\,\text{th}3\text{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1+\operatorname{arctg}\,x)$, $\quad x_0=0$

2. $\cos x\cdot\sin^2(3x)$, $\quad x_0=0$

3. $\sqrt{x^3+1}-3$, $\quad x_0=2$

4. $\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^8\,(x^2-x)}$, $\quad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{1-x}{\sqrt[3]{x+8}}$

2. $y=\dfrac{3}{5+7^{\frac{1}{x}}}$

3. $y=\begin{cases} x+3, & x<0\\ x^2-1, & 0\le x<1\\ 2\sqrt{x}, & x\ge 1\end{cases}$

Вариант 19

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{5n^3+3n^2}{1+n^2}-4n\right]$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+4+5^{-n}}{1+n^2+5^{-n}}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt{71n}-\sqrt[3]{27n^6+2}}{(4n-\sqrt[3]{n})\sqrt{11+3n^2}}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^6+3n^5}-n}{5(1+n)^3}$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!+4(n+1)!}{5n!+8(n+1)!}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n-2\cdot 4^n}{3\cdot 5^n+5\cdot 4^{n-2}}$
7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+1}{2n^2+5}\right)^{-n^2}$
8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{3x^2-5x+2}$
9. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{3x+4}-5}{\sqrt{x+9}-4}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{1-\cos 4x}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt[4]{1+6x}}{\ln(1+7x)}$
12. $\lim\limits_{x\to\pi/6}\dfrac{1-\sin 3x}{\pi/6-x}$
13. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4^x-4}{\ln x}$
14. $\lim\limits_{x\to 1}(4x-3)^{\frac{x}{x-1}}$
15. $\lim\limits_{x\to 0}\left(4-\dfrac{3}{\cos x}\right)^{\mathrm{ctg}^3 x}$
16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+5}\right)^{\sqrt{x}}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=5^{\mathrm{arctg} 6x}-1,\qquad \beta(x)=x\ \mathrm{th}^2 2\mathrm{x}$

2) $\alpha(x)=\ln(1+\sqrt{1-\cos x}),\qquad \beta(x)=\arcsin\sqrt{\mathrm{x}}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin(\sqrt{\mathrm{x}+4}-2),\quad x_0=0$
2. $1-\cos\dfrac{4x}{5},\quad x_0=0$
3. $\ln^3(5x+11),\quad x_0=-2$
4. $\sqrt[4]{5x-19}-2,\quad x_0=7$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\left[\dfrac{x}{x+3}\right]^2\cdot e^{-x}$
2. $y=6+4^{\frac{1}{x+2}}$
3. $y=\begin{cases}1+x^3, & x<0\\ 2, & x=0\\ 2\mathrm{tg}\ x+1, & x>0\end{cases}$

Вариант 20

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[6]{n} - \sqrt[5]{32n^9+1}}{(n+\sqrt[4]{n})(\sqrt[3]{n^2+1}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{7n-6}{7n+9}\right]^{5n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-n}\right]$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!(n^2+5)}{2(n+3)!-3n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{11\cdot 4^{n+2}-3\cdot 7^n}{5\cdot 7^{n-1}-4\cdot 3^n}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3+8x^2-1}{(x+5)(6x^2-7)}$

8. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2-4x-12}{3x^2-2x-16}$

9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{3x}-3}{x^3-27}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}^2(\sqrt{3x})}{\ln(1+5x)}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{1-\cos 2x}$

12. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{\ln\sin 2x}{(4x-\pi)^2}$

13. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\operatorname{tg}\,\pi x}{x-3}$

14. $\lim\limits_{x\to -6} (13+2x)^{\frac{1}{(x+6)^3}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+\sin^2 x)}}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x+6}{3x}\right)^{5x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=x^3+\sin 3x, \qquad \beta(x)=x\,\mathrm{arctgx}$
2) $\alpha(x)=e^{\cos x}-e, \qquad \beta(x)=\mathrm{arcsinx}\cdot\sin^2 2\mathrm{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\operatorname{tg}^3(\sqrt[3]{5x}), \quad x_0=0$

2. $1-\cos\dfrac{5x^3}{4}, \quad x_0=0$

3. $\ln^5(x^2+5x+5), \quad x_0=-4$

4. $\sqrt[7]{2-x^3}-1, \quad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{1}{4x^4-x^2}$

2. $y=8-3^{-\frac{2}{x-7}}$

3. $y=\begin{cases} x-2, & x<-3 \\ -\sqrt{1+x^2}, & -3\le x\le\sqrt{3} \\ -2, & x>\sqrt{3}\end{cases}$

Вариант 21

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)^2+(3n+1)^2}{(2n-1)^3-(2n+1)^3}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}-5n^3}{\sqrt[3]{4n^9-2n+1}-n}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\sqrt{n^3-n}-\sqrt{n^3-8}\right]$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)!-n!}{3(n+1)!}$
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^n-3^{n+1}}{2^{n+1}+7^{n+3}}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^2-n+1}{n^2-1}\right]^{2n}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-5x+1}{(2x-1)(3x+1)}$
8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+6}-3}{\sqrt{3x}-x}$
9. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{3x^2+8x+4}$
10. $\lim\limits_{x\to 3} (2x-5)^{\frac{x}{x-3}}$
11. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1-\sin(x/2)}{\pi-x}$
12. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2-\sqrt{8-x^2}}{\sin \pi x}$
13. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 3x}{(e^{2x}-1)^2}$
14. $\lim\limits_{x\to 4\pi} (\cos x)^{\frac{1}{\sin 3x}}$
15. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin^2 3x}{\mathrm{tg}^2 2x}\right)^{7x+3}$
16. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x+1}{2x}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln\cos^2 x, \quad \beta(x)=\sqrt{2x+1}-1$
2) $\alpha(x)=e^{\mathrm{thx}}-1, \quad \beta(x)=\mathrm{tgx}-\sin\mathrm{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1+\sqrt{x}\cdot \mathrm{tg}\sqrt{3x}), \quad x_0=0$
2. $\cos^3 x-\cos x, \quad x_0=0$
3. $x^3\cdot \mathrm{arctg}\,(x+3), \quad x_0=-3$
4. $e^{1+x^3}-1, \quad x_0=-1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x-1}{(2x+3)(2x-5)}$
2. $y=\dfrac{1}{2+e^{-\frac{1}{x+4}}}$
3. $y=\begin{cases} 2x-1, & x<-2 \\ 2^{x+1}, & -2\le x\le 0 \\ \ln(x+1), & x>0 \end{cases}$

Вариант 22

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[3]{7n} - \sqrt[3]{25n^6-1}}{(3n+\sqrt{n})\sqrt{7+n^2}}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-(n-1)^3}{n^2+(n+1)^2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n+2}{3n+5}\right]^{3-n}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[n(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})\right]$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{4(n+2)!+(n+1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^n - 3\cdot 5^{n+1}}{3\cdot 5^{n-1}+12\cdot 7^{n-2}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^2-5x+1}{(4x-1)(2x+1)}$

8. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x^3-5x^2+2x+2}$

9. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{3-\sqrt{x^2+5}}{\sqrt{3+x}-1}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{2x\cdot\sin 3x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}+e^{-2x}-2}{\sin 3x}$

12. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\ln\cos 6x}{\ln\cos 2x}$

13. $\lim\limits_{x\to 1/3} \dfrac{9x^2-1}{\arcsin(1-3\mathrm{x})}$

14. $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{5x-1}{3x+1}\right]^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \left[2-e^{\arcsin\sqrt{\mathrm{x}}}\right]^{\frac{3}{x}}$

16. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2-5}\right)^{-x}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x) = \ln\sqrt{1+2\sin x} - x, \qquad \beta(x) = (e^{-x^2}-1)$
2) $\alpha(x) = \sqrt[5]{1+\mathrm{arctg}4x} - 1, \qquad \beta(x) = \mathrm{tg}^3\sqrt{\mathrm{x}}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin^3 5\mathrm{x}, \quad x_0 = 0$
2. $1+\cos 5x, \quad x_0 = \pi$
3. $\sqrt{7x^2+1} - 1 - \sqrt{x^5}, \quad x_0 = 0$
4. $\sqrt{\arcsin^3\dfrac{\mathrm{x}-1}{2}}, \quad x_0 = 1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y = \dfrac{x-5}{x^2+2x-3}$
2. $y = \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$
3. $y = 1-5^{\frac{3}{x+3}}$

Вариант 23

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(\sqrt{n^2+3}-2)^2}{\sqrt[3]{8n^6+1}}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)^2-(n-1)^2}{2n+5}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^4-5n+2}{(2n^2-1)^2+(n^2+3)^2}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2+7n}\right)$
5. $\lim\limits_{n\to\infty} (n+2)\ln\dfrac{n^2-3}{n^2+5n}$
6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10\cdot 2^{n-1}+3\cdot 5^{2n}}{4\cdot 5^{2n-1}-8\cdot 2^n}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\sin 3x)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x)}}$
8. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$
9. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{\sqrt{2+x}-x}$
10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos x}{\sin x^2}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{arcsin6x}}{\sqrt{x+1}-1}$
12. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{1-\sin^2 x}{\cos^2 x}$
13. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$
14. $\lim\limits_{x\to -1} (4+3x)^{\frac{3x}{x+1}}$
15. $\lim\limits_{x\to \infty} \left[\dfrac{5x^2}{1+7x^2}+2^{\frac{1}{x}}\right]$
16. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^3-5}\right)^{2x^3}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

$$1)\quad \alpha(x)=\mathrm{tg}(\sin^2 \mathrm{x}),\qquad \beta(x)=x^2e^{2x}$$
$$2)\quad \alpha(x)=2^{\cos 3x}-2,\qquad \beta(x)=\mathrm{arctg}^3\sqrt{\mathrm{x}}$$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\arcsin(\sqrt{4+\mathrm{x}^2}-2)$, $\quad x_0=0$
2. $2^{x^2}\cdot \mathrm{arctg}^3 x-1$, $\quad x_0=0$
3. $e^{\cos 2x}-1$, $\quad x_0=\dfrac{\pi}{4}$
4. $\mathrm{tg}\ \left(\ln^2(3x-2)\right)$, $\quad x_0=1$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{x^2}{x^3-27}$
2. $y=\dfrac{2}{1+e^{\frac{1}{x-2}}}$
3. $y=\begin{cases} 1-x^2, & x\le 0\\ -\sqrt{x-x^2}, & 0<x\le 1\\ 3x-4, & x>1\end{cases}$

Вариант 24

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+3n)^3-27n^3}{(1+5n)^2+7n^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[4]{7n^2}+\sqrt[3]{4n^6+2}}{(3n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+2n^2}}$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin(\sqrt{9+\mathrm{x}^3}-3)}{\ln(1+\sin\sqrt{x^5})}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^2+4n-1}{3n^2+5n-1}\right]^{2-5n^2}$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!+(n+2)!}{(n+3)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2\cdot 4^n-5\cdot 8^{n-2}}{3\cdot 8^{2n+1}+4\cdot 4^{n-3}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^2-8x+3}{3x-5x^2+1}$

8. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{6x^3-2x^2}{\sin^2 5x}$

10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}^2\sqrt{5x}}{3^{-4x}-1}$

11 . $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(5x^2+1)}{1-\sqrt{3x^2+1}}$

12. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1+\cos 3\pi x}{\operatorname{tg}^2\pi x}$

13. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin 5x}{7x}\right)^{1+3x}$

14. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{3x-2}{x}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin 2x}}$

16. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\sqrt[3]{1-2n^3}\right)$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\ln\cos 2x, \qquad \beta(x)=\sqrt{6x^2+1}-1$

2) $\alpha(x)=e^{\mathrm{tg2x}}-1, \qquad \beta(x)=\mathrm{shx}-\sin 3\mathrm{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2x}+1}-1, \quad x_0=0$

2. $\dfrac{x^2+3x^5}{7x+1}, \quad x_0=0$

3. $\ln^2(5-x), \quad x_0=4$

4. $\sqrt{\operatorname{tg}\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)}, \quad x_0=-\dfrac{\pi}{3}$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{2x-1}{x^2-4}$

2. $y=\dfrac{2}{3+4^{\frac{1}{x-3}}}$

3. $y=\begin{cases} 2x, & x\le 0 \\ 4x-10, & 0<x\le 3 \\ \sqrt{x+1}, & x>3 \end{cases}$

Вариант 25

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{4n-1} - \sqrt[3]{64n^3+3n}}{\sqrt[4]{n}+n}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n^2+n+1}{(3n^2-1)^2-(3n^2+1)^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\arcsin(5x/7)}-1}{1-\cos\sqrt{x}}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{4n^2-3n+2}-2n\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n-1)!\,n}{(n+1)!-n!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{9^n-7^{n-1}}{3\cdot 7^n+4\cdot 9^{n+1}}$

7. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+2+\cdots+n}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right)$

8. $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{x^3+3x-2}{(5x-4)(2x+1)^2}-3^{\frac{1}{x+2}}\right]$

9. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2}$

10. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+3x-4}{x^2-x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 5x}{x(e^x-1)}$

12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-7x)}{5\ \mathrm{arctg}\ (x/3)}$

13. $\lim\limits_{x\to 0.5} \dfrac{\cos(\pi x)}{2x-1}$

14. $\lim\limits_{x\to 2\pi} (\cos x)^{\frac{1}{\sin 3x}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^2+6}{3x+11}\right)^{\frac{7}{x+3}}$

16. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n+5}{2n-6}\right)^{\frac{n}{6}+1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x) = x\sin x - \mathrm{tgx}$, $\quad \beta(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$
2) $\alpha(x) = \ln^3\cos x$, $\quad \beta(x) = x\ \mathrm{arctg}^4\ \mathrm{x}$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $\ln(1-\sqrt[5]{x^2\cdot \mathrm{tg}\ \sqrt{x}})$, $\quad x_0 = 0$

2. $1-\cos\dfrac{3x}{7}$, $\quad x_0 = 0$

3. $\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right)$, $\quad x_0 = -\dfrac{\pi}{6}$

4. $\dfrac{(x^3-4x)^2}{3x+5}$, $\quad x_0 = 2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y = \dfrac{x^2+3}{x^2-1}$

2. $y = 1-5^{\frac{1}{7-x}}$

3. $y = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ (x-1)^2, & -1 \le x \le 4 \\ \sqrt{8+2x}, & x > 4 \end{cases}$

Вариант 26

1. Найти пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2-3n+1}{(2n^2-1)^2-(2n^2-5)^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[4]{n}+\sqrt{16n^4+1}}{(3n-5\sqrt{n})\sqrt{2n^2-n+1}}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n-7^n}{5\cdot 7^{n-1}+5^{n+2}}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{3n^2-1}-\sqrt{3n^2+n}\right)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!+n!}{3(n+1)!-(n-1)!}$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{5n^3}{2-7n^3}+e^{\frac{1}{2n}}\right]$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3-2x}{x^2-5}\right)$

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+2n+3}{n^2+2n+1}\right]^{3n-7}$

9. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{x^2-7}}{\sqrt{x+4}-2}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{\sin x\cdot \mathrm{arctg}^2\sqrt{5x}}$

11. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+4x-5}{2x^2+7x-15}$

12. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{4x+1}{4x+6}\right]^{3x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to\pi/3}\dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1/2-\cos x}$

14. $\lim\limits_{x\to 2}(x-1)^{\frac{1}{\sqrt{x-2}}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\arcsin 2x^3)}{\mathrm{arctg}^3 7x}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2(e^{3x}-1)}{\sqrt{1+5x}-1}$

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 0$, если

1) $\alpha(x)=\sin 5x-2\mathrm{tg}x,\qquad \beta(x)=\sqrt[3]{x^4+x^2+5x^3}$

2) $\alpha(x)=\cos^4 x-1,\qquad \beta(x)=\sqrt[3]{1-3x^3}-1$

3. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентнные в виде $A(x-x_0)^k$

1. $x\cdot\mathrm{arctg}\,\sqrt[3]{x},\qquad x_0=0$

2. $\sin(x\cdot\sin\sqrt{x^5}),\qquad x_0=0$

3. $\ln^3(x^2+x-19),\qquad x_0=4$

4. $\sqrt[3]{35-x^3}-2,\qquad x_0=3$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y=\dfrac{4x^3}{x^2-25}$

2. $y=1+3^{-\frac{1}{x+4}}$

3. $y=\begin{cases} 2-x^2, & x\le 0\\ 2+\sin x, & 0<x\le\pi/2\\ 3^{x/|x|}, & x>\pi/2\end{cases}$