

## ВАРИАНТ № 1

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}$ ; 2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y+1)^2}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \ln(e^x + e^y)$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \operatorname{arctg} xy$ ,  $x = \frac{u}{v^2}$ ,  $y = \frac{u^2}{v}$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$   $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$   $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$

5)  $z = xy \ln(x+y)$ ,  $x = t^2 + 1$ ,  $y = \frac{1}{t^2}$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f(x^2 + y^2, xy)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $z^2 x + x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0$ .

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = x^2 y^2 - xy^3 - 3y - 1$  найти:

а) производную в точке  $M(2,1)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $O(0,0)$ ;

б)  $\operatorname{grad} z$  в точке  $N(2,2)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$  в точке  $M(1,2,1)$ . Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси  $OZ$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = \ln(2x - y)$  в окрестности точки  $M(1,1)$

13) Исследовать функцию  $z = x + y - \sqrt{(x+y)}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0;0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2y^2$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

15) Вычислить приближённо  $1,002 \cdot (2,003)^2$ .

## ВАРИАНТ № 2

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2xy + x^2}{x^3 + y^2}$ ; 2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + 2y^2}{\sqrt{4 - x^2 - 2y^2} - 2}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{y^2}{4x}}$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \frac{x+y}{x-y}$ ,  $x = u^2v^2$ ,  $y = \frac{u^2}{v^2} - 1$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$   $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$   $\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} - ?$

5)  $z = x^2y - y^3x$ ,  $x = te^{-t}$ ,  $y = \frac{e^t}{e^t + 1}$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f(x^2y; -y^3x)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $x^2 + y^2 + 2y = 9$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $z^3 + 3x^2z = 2xy$ .

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $u = xyz$  найти:

а) производную в точке  $M(5,1,2)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $N(0,1,1)$ ;

б)  $grad u$  в точке  $K(3,1,1)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 - y^2 + z^2 = 4$  в точке  $M(1,1,2)$ . В какой точке поверхности нормаль к ней будет иметь направление вектора  $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$ .

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{3} + 2y^2 - x + y$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = \sin(2\pi x - y)$  в окрестности точки  $M(1,0)$

13) Исследовать функцию  $z = x - \sqrt{(x^2 + y^2)}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0;0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = (x^2 - y^2) \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$  в области, ограниченной кривыми  $y^2 = x$ ,  $x = 2$ .

15) Вычислить приближённо  $3,01 \cdot e^{0,01}$ .

### ВАРИАНТ № 3

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^2}{2x^2 y^2 + (x - y)^2}$ ; 2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 0}} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{\frac{3x^2}{x+y}}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \ln \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ , ( $a, b - const$ ).

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \arcsin \frac{x}{y}$ ,  $x = u + v$ ,  $y = u^2 + v^2$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$   $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$   $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} - ?$

5)  $z = \sqrt{xy} + x$ ,  $x = \log_2 t$ ,  $y = 2^t$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f(y \sin x; x \cos y)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $0,5x^2 + 0,25y^2 = 1$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z - xz - yz = 2$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = (1 + \log_y x)^3$  найти:

- а) производную в точке  $M(e, e)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $N(3e, -2e)$ ;  
б)  $grad z$  в точке  $K(1, 2)$ .

10) Найти касательные плоскости к поверхности  $\frac{x^2}{21} + \frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{4} = 1$ , которые были бы параллельны плоскости  $2x + 2y - 3z = 0$ .

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = \cos(x - y)$  в окрестности точки  $M(\pi, 0)$ .

13) Исследовать функцию  $z = x - \sqrt{x^2 + y^2}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = \frac{xy}{2} - \frac{x^2 y}{6} - \frac{xy^2}{8}$  в области, ограниченной прямыми  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ .

15) Вычислить приближённо значение функции  $z = \frac{xy}{x^2 - y^2}$  в точке  $M(1,98; 1,01)$ .

## ВАРИАНТ № 4

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2} - 2}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = xe^y + ye^x$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ,  $x = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ ,  $y = u + v$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$

5)  $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ,  $x = ctgt$ ,  $y = \cos t$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f(y + \sin x; x + \cos y)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $x^3 y + y^3 x = 3 - x^2 y^2$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$ .

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = \ln(x + y)$  найти:

а) производную в точке  $M(1, 2)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $N(-3, 6)$ ;

б)  $grad z$  в точке  $K(1, 1)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 + z^2 = 8$  в точке  $M(1, -1, 2)$ . В какой точке поверхности нормаль к ней будет иметь направление вектора  $\vec{q} = \{0, 1, 1\}$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 2xy - 3y$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = e^{x^2 - y}$  в окрестности точки  $M(1, 0)$ .

13) Исследовать функцию  $z = y - \sqrt{x^3 + y^4}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 5x^2 + 3xy + y^2 + 4$  в треугольнике, ограниченном прямыми  $x = -1$ ,  $y = -1$ ,  $x + y = 1$ .

15) Вычислить приближённо значение функции  $z = \frac{1}{2} \ln(y^2 - 2x^2)$  в точке  $M(2, 1; 3, 02)$ .

## ВАРИАНТ № 5

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{xy}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \frac{y}{y^2 - a^2 x^2}$  ( $a - const$ ).

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \frac{y}{x}$ ,  $x = u^v$ ,  $y = u^2$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} - ?$

5)  $z = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $x = t \operatorname{tg} t$ ,  $y = \frac{1}{\sin t}$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f[\sin(x + y); \cos(x - y)]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $xyz = x + y + z$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$  найти:

- а) производную в точке  $M(-3, 1, 0)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $O(0, 0, 0)$ ;  
б)  $\operatorname{grad} u$  в точке  $N(1, 2, 2)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $-3x^2 + y^2 + z^2 = 8$  в точке  $M(0, -2, 2)$ . В какой точке поверхности нормаль к ней будет иметь направление вектора  $\vec{q} = \{0, 1, 1\}$ .

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3axy$  ( $a > 0$ ).

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = e^{x-y^2}$  в окрестности точки  $M(0, 1)$ .

13) Исследовать функцию  $z = 2x - y^2 - \sqrt{x + y^4}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 25$ .

15) Вычислить приближённо  $\sin 59^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ$ .

## ВАРИАНТ № 6

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{5xy}{x^3 + 3y^2}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x + y) \sin \frac{1}{x} \cdot \sin \frac{1}{y}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = x \sin \frac{x}{y}$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \ln \frac{x}{y}$ ,  $x = \ln(e + uv)$ ,  $y = 1 + uv$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} - ?$

5)  $z = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{y}{x}}$ ,  $x = \sqrt{t}$ ,  $y = \ln t$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f\left[\frac{x}{y}; x^2 - y^2\right]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением

$2(x^2 + y^2) + 3(2y^2 + 1) + 8(2x - y) - 4x = 0$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $z^3 - 3xyz = a^3$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$  найти:

а) производную в точке  $M(3; 1)$  в направлении от точки  $M$  к точке  $N(6, 5)$ ;

б)  $grad z$  в точке  $K(2, 1)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 - 4z^2 = -12$  в точке  $M(1, -1, 2)$ . В какой точке поверхности нормаль к ней будет иметь направление оси  $OZ$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = \sqrt{x + y}$  в окрестности точки  $M(2, 2)$ .

13) Исследовать функцию  $z = \begin{cases} \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^4}}, & x^2 + y^4 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^4 = 0 \end{cases}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$  в треугольнике, ограниченном прямыми  $y = x + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ .

15) Вычислить приближённо  $(5, 2)^2 + (3, 96)^2$ .

## ВАРИАНТ № 7

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x + y}{x - 2y}$ ; 2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x + 2y}{2x^2 - 3x + 4xy - 6y}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \cos xy^2$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = tg(x + y)$ ,  $x = 2^{uv}$ ,  $y = u - v$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$   $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$   $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$

5)  $z = x^y$ ,  $x = \arctgt$ ,  $y = \ln t$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f[x^2 + y^3; xy]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $x^2(x + y) = y^2(x - y)$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $u = xy + yz + xz - x^2 - y^2 - z^2$  найти:

а) производную в точке  $M(1; 2; -3)$  в направлении от точки  $M$  к точке

$N(3, 3, -1)$ ;

б)  $gradu$  в точке  $K(1, 0, 1)$ .

10) Записать уравнения касательной и нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 + 4z^2 = 9$  в точке  $M(1, -2, -2)$ . Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси  $OY$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy^2 + 3axy$  ( $a > 0$ ).

12) Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции  $z = \frac{x}{y}$  в окрестности точки  $M(1, 1)$ .

13) Исследовать функцию  $z = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^4}}, & x^2 + y^4 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^4 = 0 \end{cases}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = xy$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

15) Вычислить приближённо  $\sqrt{(3,01)^2 + (3,98)^2}$ .

## ВАРИАНТ № 8

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x+y}{x-y}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin yx}{x}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = \sin(x^2 + xy)$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = \ln(2x + 3y)$ ,  $x = u^2 + v^2$ ,  $y = u^2 - v^2$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} - ?$

5)  $z = e^{x-2y}$ ,  $x = \sin t$ ,  $y = t^3$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f[x-y; xy]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $xy - \ln y = 1$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $u = xy^2 + z^3 - xyz$  найти:

а) производную в точке  $M(1; 1; 2)$  в направлении, образующим с осями координат углы  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно;

б)  $gradu$  в точке  $N(2, 1, 1)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - z^2 = 2$  в точке  $M_0(-1; 1; -1)$ . Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси  $OY$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 2-го порядка малости для функции  $u = x^{yz}$  в окрестности точки  $M(1, 1, 0)$ .

13) Исследовать функцию  $z = \sqrt{x^2 + y^4}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0; 0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - 4y^2$  в области, ограниченной кривыми  $x^2 = y - 2$ ,  $y = 6$ .

15) Вычислить приближённо  $\arcsin \frac{0,2}{1,3}$ .

## ВАРИАНТ № 9

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4 - 4y^4}{x^4 + y^4}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{3x^2 + 2x - 3xy - 2y}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = xy^2 + \sin \frac{x}{y}$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = 2^{\frac{x}{y}}$ ,  $x = 3u - 4v$ ,  $y = 2uv$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} - ?$

5)  $z = \sin xy$ ,  $x = t^2$ ,  $y = e^{-t}$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f[x^2 + y^3; xy]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $y - \sin x - \cos(x - y) = 0$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 0$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = \arctg(xy)$  найти:

а) производную в точке  $M(1,1)$  в направлении биссектрисы первого координатного угла;

б)  $grad z$  в точке  $N(1,0)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - z^2 = 2$  в точке  $M(1,1,1)$ . Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси  $OZ$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 2-го порядка малости для функции  $u = \ln(x - y + z)$  в окрестности точки  $M(1,0,1)$ .

13) Исследовать функцию  $z = 5x - \sqrt{x^3 + y^4}$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0;0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = \sqrt{2 - 2x^2 - y^2}$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

15) Вычислить приближённо  $0,99^{1,01}$ .

## ВАРИАНТ № 10

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ ;    2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{4 + x^2 - y^2} - 2}{x - y}$ .

3) Найти все частные производные второго порядка от функции  $u = x^2 e^{\frac{y}{x}}$ .

Найти указанные частные производные сложной функции

4)  $z = 2x - y^2$ ,  $x = \ln(u + v)$ ,  $y = \ln u + \ln v$ ;  $\frac{\partial z}{\partial u} - ?$      $\frac{\partial z}{\partial v} - ?$      $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$

5)  $z = \sqrt[3]{y+1}$ ,  $x = 3t + 1$ ,  $y = \ln t$ ;  $\frac{dz}{dt} - ?$

6)  $z = f[\sin(x+y); x-y]$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$

7) Функция  $y = y(x)$  задана неявно уравнением  $x \sin y - \cos y + \cos xy = 0$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .

8) Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ .

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

9) Для функции  $z = 3x^4 - xy + y^3$  найти:

а) производную в точке  $M(1,2)$  в направлении, составляющем с осью  $Ox$  угол в  $60^\circ$ , а с осью  $Oy$  – тупой угол;

б)  $grad z$  в точке  $N(2,1)$ .

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $y^2 - 2z^2 + x^2 = 3$  в точке  $M(-2,1,1)$ . Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси  $OZ$ ?

11) Исследовать на экстремум функцию  $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

12) Записать формулу Тейлора до членов 2-го порядка малости для функции  $u = e^{x-y+z}$  в окрестности точки  $M(1,0,1)$ .

13) Исследовать функцию  $z = 5x - x^3 + y^4$  на непрерывность и дифференцируемость в точке  $M(0;0)$ .

14) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - 2y^2 + 4x$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 9$ .

15) Вычислить приближённо  $\sqrt{(1,02)^2 + (1,97)^3}$ .