

Вопросы для коллоквиума по численным методам

ИГНД, группы 2621, 2622, 2A21, 2A22, 2B20

1 Погрешности при приближенных вычислениях

- Абсолютная и относительная погрешности.
- Погрешность функции, поведение ошибок при арифметических операциях.
- Погрешность округления.
- Значащие цифры и верные знаки.
- Формы представления чисел.
- Дано приближенное число $a^* = 1.0754327$ и граница его погрешности $\bar{\Delta}(a^*) = 0.0005$. Округлить число, оставив верные цифры. Учесть погрешность округления.

2 Аппроксимация функций и интерполирование

- Виды интерполяции. Свойства интерполирующих функций.
- Погрешность интерполяции.
- Построить многочлен

$$P_3(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3,$$

удовлетворяющий условиям

$$P_3(-1) = 0, P_3(1) = 1, P_3(2) = 2, a_3 = 1.$$

- Построить многочлен Лагранжа третьей степени для функции, удовлетворяющей условиям

$$L_k = y_k, x_k = k - 5, y_k = 3k^3 + 2k^2k + 1, k = 1, 2, 3, 4.$$

- Построить многочлен Ньютона для функции, заданной таблицей:

x	0.1	0.3	0.5	1.0
y	0.1	0.9	1.0	0.85

3 Численные методы решения нелинейных уравнений.

3.1 Метод хорд

- Постановка задачи, этапы решения, графическая интерпретация.
- Выбор начального приближения.
- Вывести рабочую формулу.

3.2 Метод Ньютона

- Постановка задачи, этапы решения, графическая интерпретация. Достаточные условия сходимости.
- Вывести рабочую формулу.
- Записать рабочую формулу для функции

$$f(x) = \ln(2 + \cos(x)) - x$$

- Вывести формулу для приближенного вычисления корня третьей степени.

3.3 Методом простых итераций

- Суть метода, графическая интерпретация. Порядок работы.
- Уравнение $\ln^2 x - \frac{1}{x} = 0$ привести к виду, удобному для итераций (несколькими способами).

4 Численные методы интегрирования.

- Суть методов; графическая интерпретация; оценка погрешности.
- Найти приближенную квадратурную формулу для вычисления интеграла $\int_0^2 f(x)dx$, используя узлы интерполяции $-1, 0, 2$.
- Функция задана таблицей.

x	0	1	2
y	1	0.5	0.75

Найти приближенно значение интеграла $\int_0^2 f(x)dx$ методом Симпсона.

5 Решение дифференциальных уравнений

5.1 Метод Эйлера

- Оценка погрешностей. Рабочие формулы. Графическая иллюстрация.
- Укажите возможные пути модификации метода, уменьшающие погрешность.

5.2 Методом прогноза и коррекции

Суть метода, его графическая интерпретация.
Программа в среде MATHCAD.

5.3 Решение дифференциальных уравнений с помощью числовых рядов

Записать первые 4 члена ряда решения уравнения: $y' = x \cdot \cos(\frac{y}{x})$ при начальных условиях $y|_{x=1} = 1$

5.4 Многошаговые методы решения дифференциальных уравнений

Суть метода Адамса. Вывести экстраполяционную формулу Адамса 2-го порядка.