

Галанов Ю.И.

Лабораторный практикум по мат. статистике

Моделирование равномерного распределения



Цель занятия:

- Смоделировать выборку из равномерного распределения с заданными параметрами.
- сравнить визуально модельные и выборочные функцию и плотности распределения
- Оценить параметры распределения с помощью статистик, полученных методом моментов.

Задаем границы отрезка

$$a := 4$$

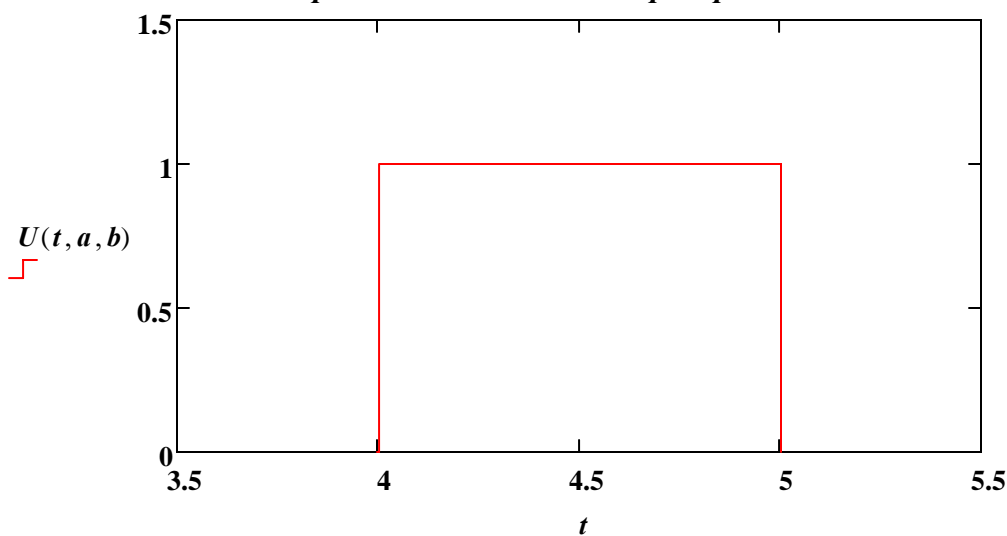
$$b := 5$$

$$t := a - 0.001, a.. b + 0.001$$

Теоретическая плотность распределения

$$U(x, a, b) := \text{if} \left(x < a, 0, \text{if} \left(x > b, 0, \frac{1}{b-a} \right) \right)$$

Теоретическая плотность распределения



Задаем случайное число на отрезке $[a, b]$

$$Urnd(a, b) := a + rnd(b - a)$$

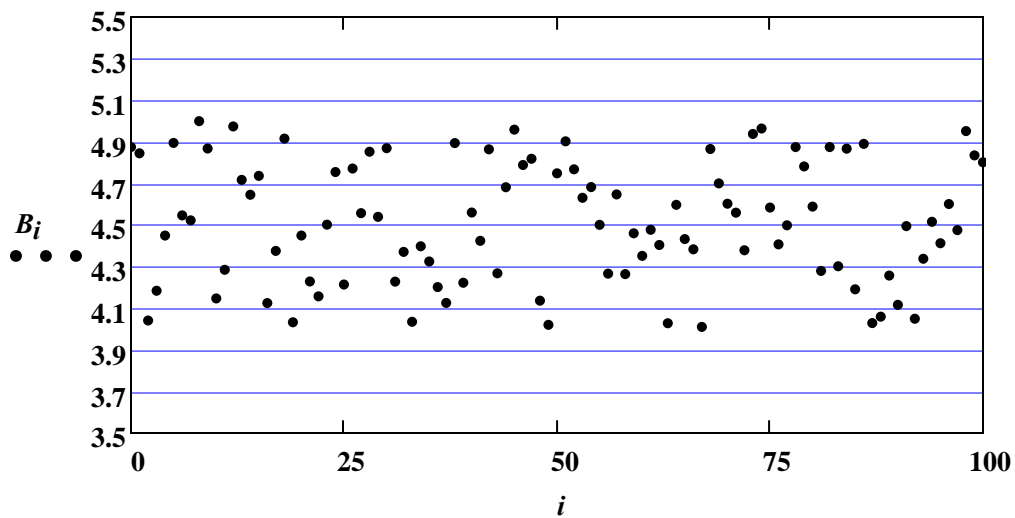
Создаем выборку

$$N := 101$$

$$i := 0..N - 1$$

$$B_i := Urnd(a, b)$$

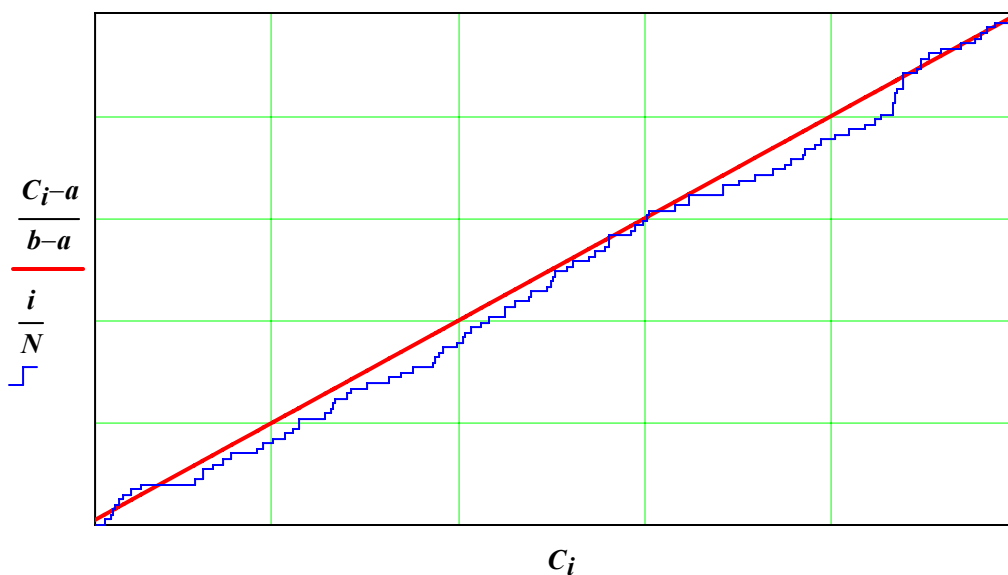
Выборка из равномерного распределения



Создаем вариационный ряд и используем его для построения эмпирической функции распределения (ФР)

$$C := sort(B)$$

Теоретическая и экспериментальная ФР



Построение гистограммы

Находим число интервалов разбиения по формуле Старджеса

$$n := 1 + \text{trunc}(\log(N, 2))$$

$$n = 7$$

Задаем шаг дискретизации

$$h := \frac{b \cdot 1.0001 - a}{n}$$

$$k := 0..n$$

Создаем массив точек разбиения

$$d_k := a + h \cdot k$$

Подсчитываем число точек, попавших в каждый интервал с помощью функции hist и делим на **Nh** (Объясните почему)

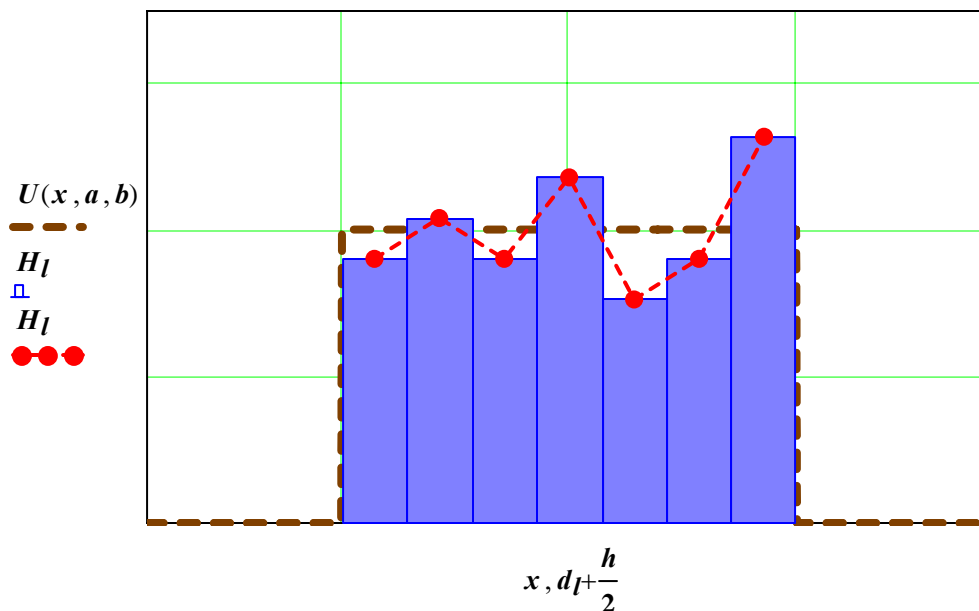
$$H_l := \frac{\text{hist}(d, B)}{N \cdot h}$$

$$l := 0.. \text{last}(H)$$

Проверочная сумма =>

$$\sum_l [H_l \cdot (N \cdot h)] = 101$$

Гистограмма и полигон



Оценим выборочные параметры и сравним их с теоретическими (модельными)

математическое ожидание и выборочное среднее

$$\underline{m} := \frac{b+a}{2} \quad m = 4.5 \quad MO := \frac{1}{N} \cdot \sum_i C_i \quad MO = 4.514968$$

Дисперсия

$$D := \frac{(b-a)^2}{12} \quad S2 := \frac{1}{N} \cdot \sum_i (B_i)^2 - MO^2 \quad S2 = 0.082962$$

$$D = 0.083333$$

исправленная дисперсия: $\frac{N}{N-1} \cdot S2 = 0.083791$

параметры a и b находим методом моментов из системы уравнений:

$$\begin{cases} M_x = \frac{b+a}{2} \\ D_x = \frac{(b-a)^2}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b+a}{2} = \bar{X} \\ \frac{(b-a)^2}{12} = S^2 \end{cases}$$

$$b+a = 2 \cdot MO$$

$$a' := MO - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{12 \cdot S2}$$

$$b-a = \sqrt{12 \cdot S2}$$

$$b' := \left(MO + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{12 \cdot S2} \right)$$

$$a' = 4.016083$$

$$b' = 5.013852$$

$$a = 4$$

$$b = 5$$