ВАРИАНТ 16

1. В треугольнике ABC точка M – середина AB, N – середина BC. Дано: $\overline{MN} = 4\overline{p} + 3\overline{q}$, $\overline{NB} = \overline{p} + 2\overline{q}$. Найти $\overline{AB}$

2. Даны векторы $\overline{a} = \overline{m} + 2\overline{n}$, $\overline{b} = \overline{m} - 3\overline{n}$, $|\overline{m}|$=5, $|\overline{n}|$=2, $(\overset{\wedge}{m, n}) = 150^0$. Вычислить проекцию вектора $\overline{b}$ на вектор $\overline{a}$.

3. Дан треугольник с вершинами A(-1,5,1), B(1,1,-2), C(-3,3,2). Определить:
   a) внешний угол при вершине C
   b) внутренний угол при вершине A

4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он коллинеарен вектору $\overline{a}$={-1,1,2}, $|\overline{x}| = 2\sqrt{3}$ образует тупой угол с осью Oy.

5. Дано $|\overline{a}|$=1, $|\overline{b}|$=2, $(\overset{\wedge}{a, b}) = \dfrac{2}{3}\pi$. Вычислить $\left|[\overline{a} + 3\overline{b}, \overline{3a} - \overline{b}]\right|$.

6. Дано: A(1,2,3), B(-2,4,1), C(7,6,3) и D(4,-3,-1). Найти:
   a) площадь треугольника ABC
   b) косинус угла между векторами $\left[\overline{AB}, \overline{AC}\right]$ и $\overline{AD}$

7. Векторы $\overline{a}$={-1,2,3}, $\overline{b}$={0,-1,3} и $\overline{c} = 2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ служат ребрами пирамиды. Найти:
   a) длину ее высоты, считая, что $\overline{b}$ и $\overline{c}$ лежат в плоскости основания
   b) вектор, коллинеарный биссектрисе угла между $\overline{b}$ и $\overline{c}$
   c) синус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}+\overline{c}$

ВАРИАНТ 17

1. Проверить, лежат ли точки A(1,2,3), B(-1,0,2), C(-3,-2,1) на одной прямой.
2. Дан равносторонний треугольник ABC, длины сторон которого равны 1. Вычислить $(\overline{AB},\overline{BC})+(\overline{BC},\overline{CA})+(\overline{CA},\overline{AB})$.
3. Даны векторы $\overline{AB}=\{2,-3,6\}$, $\overline{AC}=\{-1,2,-2\}$. Найти угол $B\hat{A}C$ и единичный вектор биссектрисы этого угла
4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}=\{3,-2,5\}$ и $\overline{b}=\{1,2,-3\}$ $|\overline{x}|=\sqrt{23}$ образует с осью Ox тупой угол.
5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $2\overline{a}+3\overline{b}$, $\overline{a}-2\overline{b}$, если $|\overline{a}|=\sqrt{2}$, $|\overline{b}|=3$, $(\overline{a}\hat{,}\overline{b})=45^o$.
6. Даны векторы: $\overline{a}=(3,1,2)$, $\overline{b}=(2,7,4)$, $\overline{c}=(1,2,1)$ и $\overline{d}=3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$.
   a) доказать, что векторы $\left[\overline{a},\left[\overline{b}\,\overline{c}\right]\right]$ $u\,\overline{d}$ перпендикулярны
   b) найти направляющие косинусы вектора $\left[\overline{a},\left[\overline{b}\,\overline{c}\right]\right]$
   c) $Пр_{\overline{a}}\left[\overline{b}\,\overline{c}\right]$
7. Дано: A(3,1,-1), B(2,-2,4), C(2,3,-1), D(1,1,2). Найти:
   a) Высоту параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}$
   b) угол BDC

ВАРИАНТ 18

1. Даны векторы $\overline{a}=\{1,2,4\}$, $\overline{b}=\{1,-1,1\}$и $\overline{c}=\{2,2,4\}$. Доказать, что векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ образуют базис и найти разложение вектора $\overline{d}=\{-1,-4,-2\}$ по этому базису.
2. Зная, что $|\overline{a}|=3$, $|\overline{b}|=1$, $|\overline{c}|=4$ и $\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}=0$ вычислить $(\overline{a},\overline{b})+(\overline{b},\overline{c})+(\overline{c},\overline{a})$.
3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин A(1,2,4), B(3,6,5), C(-1,-4,$\alpha$). Найти все значения $\alpha$, при которых треугольник прямоугольный.
4. Даны два вектора $\overline{a}=\{7,3,-5\}$ и $\overline{b}=\{-4,2,7\}$. Найти вектор $\overline{x}$ при условии, что он перпендикулярен к оси Ox и удовлетворяет условиям $(\overline{x},\overline{a})=13$, $(\overline{x},\overline{b})=81$.
5. Найти $\left|[\overline{a},\overline{b}]\right|$, если $|\overline{a}|=3$, $|\overline{b}|=26$, $(a\,\hat{,}\,b)=30^o$
6. Дано: A(6,3,3), B(6,4,2), C(4,1,4). Найти:
   a) $Пр_{\overline{AC}}\left[\overline{AB},\overline{BC}\right]$
   b) угол, образованный с осью Oy вектором $\overline{BC}$
   c) площадь треугольника ABC.
7. Даны два вектора $\overline{a}=\{8,4,1\}$, $\overline{b}=2\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$, выходящие из одной точки. Найти:
   a) вектор $\overline{c}$, исходящий из той же точки, перпендикулярный к $\overline{a}$, равный ему по длине, компланарный с $\overline{a}$ и $\overline{b}$ и образующий с $\overline{b}$ острый угол.
   b) орт вектора $[\overline{a},\overline{b}]$

ВАРИАНТ 19

1. Доказать, что если $\alpha\overline{a}+\beta\overline{b}+\gamma\overline{c}$=0, то векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ компланарны.
2. Вычислить $\left(2\overline{a}-5\overline{b}\right)^2$, если $|\overline{a}|$=11, $|\overline{b}|$=2, $(\overline{a},\hat{\ }\overline{b})=\frac{2}{3}\pi$.
3. Дано: A(-1,2,1), B(1,-2,-3), C(1,-1,4). Найти:
   a) $(AB,\hat{\ }BC)$
   b) проекцию вектора $\overline{AB}+2\overline{BC}$ на ось Oz
   c) периметр треугольника ABC
4. В плоскости XoZ найти вектор, зная, что он перпендикулярен вектору $\overline{a}=\{4,\sqrt{11},-3\}$ имеет одинаковую с ним длину и образует острый угол с осью Oz.
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}+2\overline{b}$, $3\overline{a}-\overline{b}$, если $|\overline{a}|$=1, $|\overline{b}|$=2, $(\overline{a},\hat{\ }\overline{b})=30^o$
6. Даны векторы $\overline{a}$=2**i**-**j**+**k**, $\overline{b}$=(1,1,0). Найти:
   a) синус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$
   b) направляющие косинусы вектора $\left[\overline{a},\left[\overline{a}\,\overline{b}\right]\right]$
7. Дано: A(-3,4,-1), B(-2,3,-7), C(-1,4,-3) и D(-1,3,6). Найти:
   a) Длину высоты пирамиды ABCD, проведенной из вершины D
   b) угол между вектором $\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]$ и медианой в треугольнике ADC, проведенной из вершины D
   c) центр тяжести треугольника ADC

## ВАРИАНТ 20

1. Найти координаты вектора $\overline{AO}$, где O – центр тяжести треугольника ABC относительно базиса $\{\overline{AB}, \overline{AC}\}$.
2. Векторы $\overline{CA} = \overline{a}$, $\overline{CB} = \overline{b}$ совпадают с катетами равнобедренного прямоугольного треугольника. Вычислить угол, образованный медианами, проведенными из вершин острых углов.
3. Дан треугольник ABC с вершинами A(1,-1,2), B(5,-6,2), C(1,3,-1). Найти:
   a) внешние углы этого треугольника
   b) $Пр_{\overline{AB}}\left[\overline{AB} + \overline{AC}\right]$
4. Найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a}$={2,-3,1} и оси Ox, зная, что $\left|\overline{x}\right| = 2\sqrt{10}$ и он образует тупой угол с осью Oz
5. Найти $\left(\overline{a}, \overline{b}\right)$, если $|\overline{a}|$=10, $|\overline{b}|$=2, $\left|\,[\overline{a}, \overline{b}]\,\right|$ =16
6. Дано: A(4,1,1), B(4,2,0), C(2,-1,2). Найти:
   a) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$
   b) угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BA}$
7. Дано: A(1,6,3), B(4,6,5), C(3,2,1), D(0,0,1). Найти:
   a) объем параллелепипеда с вершинами в этих точках
   b) высоту пирамиды ABCD проведенной из вершины C
   c) площади всех граней