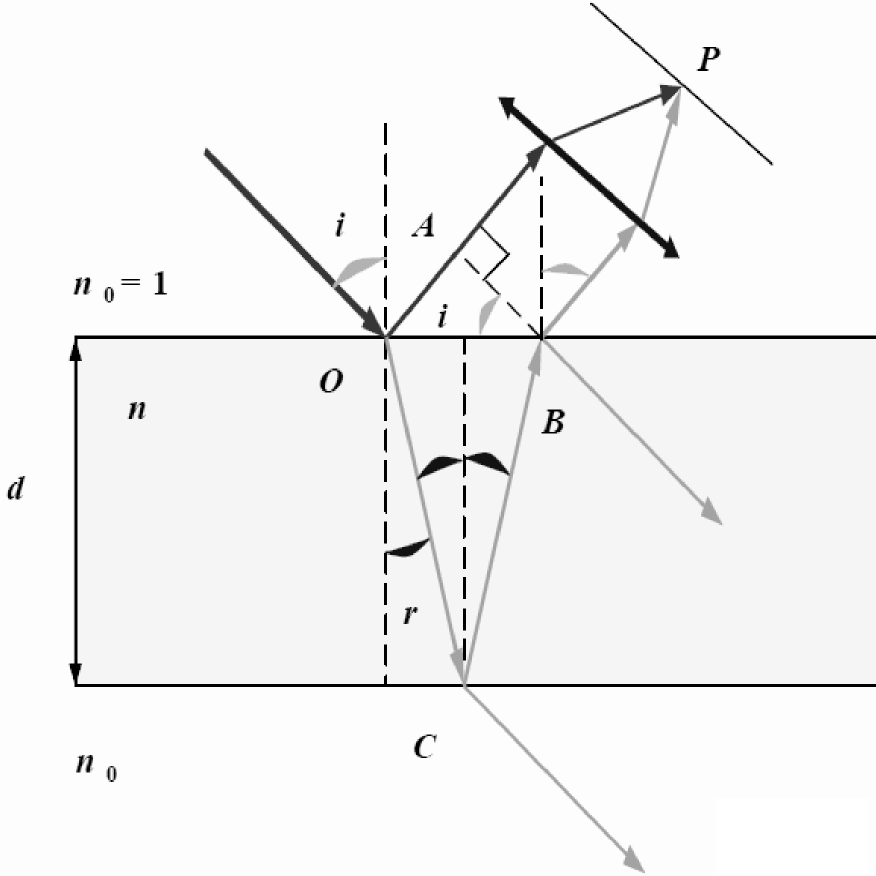
Интерференция света



$\Delta = nS_2 - S_1$

$S_1 = AB = OB\sin i,$

$S_2 = OC + CB$

$\Rightarrow OB = 2d\,tg\,r$

$$\sin i = \frac{S_1}{OB}$$

$$tg\,r = \frac{OB/2}{d}$$

$$\cos r = \frac{d}{OC}$$

$$S_1 = 2d\,tg\,r\sin i$$

$$S_2 = \frac{2d}{\cos r}$$

$$\Delta = \frac{n\cdot 2d}{\cos r} - 2d\,tg\,r\sin i = 2d\,\frac{(n - \sin r\sin i)n}{\cos r\;\;n}$$

По закону преломления

$$n\sin r = \sin i$$

$$\Rightarrow n\cos r = \sqrt{n^2 - sin^2 i}$$

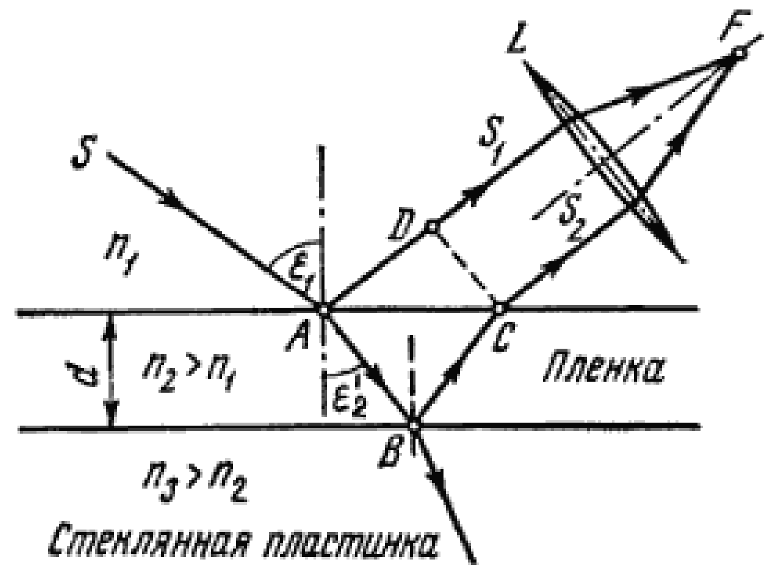
$$\Delta = 2d\,\frac{(n^2 - sin^2 i)}{\sqrt{n^2 - sin^2 i}} = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2dn\cos r + \frac{\lambda}{2}$$

Задача 6. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=0,6 мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину d пленки.

- Решение:

Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA. Ход этого пучка в случае, когда угол падения $\varepsilon_1 \neq 0$, показан на рисунке. В точках A и B падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L, пересекаются в ее фокусе F и интерферируют между собой.

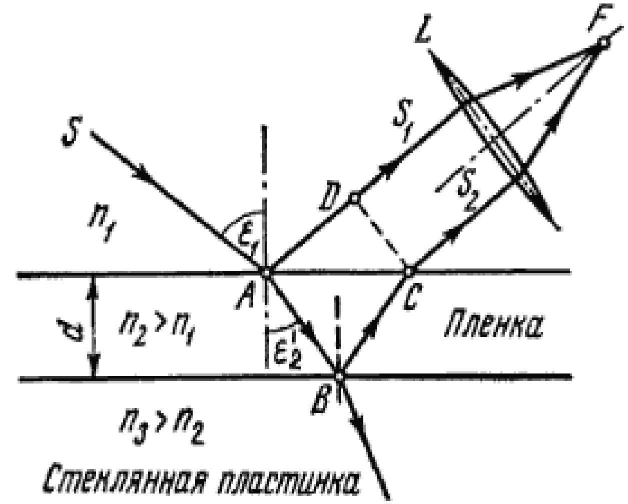


Так как показатель преломления воздуха (n_1=1,00029) меньше показателя преломления вещества пленки (n_2=1,4), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла (n_3=1,5), то в обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза колебания пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же на π рад изменяется фаза колебаний пучка света BCS_2 при отражении в точке B. Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было.

Задача 6. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=0,6 мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину d пленки.

Как известно, условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$



Оптическая разность хода:

$$\Delta = l_2 n_2 - l_1 n_1 = (|AB| + |BC|)n_2 - |AD|n_1.$$

Следовательно, условие минимума интенсивности света примет вид:

$$(|AB| + |BC|)n_2 - |AD|n_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Если угол падения ε_1 будет уменьшатся, стремясь к нулю, то AD→0 и |AB|+|BC|→2*d*, где *d* – толщина пленки. В пределе при ε_1=0:

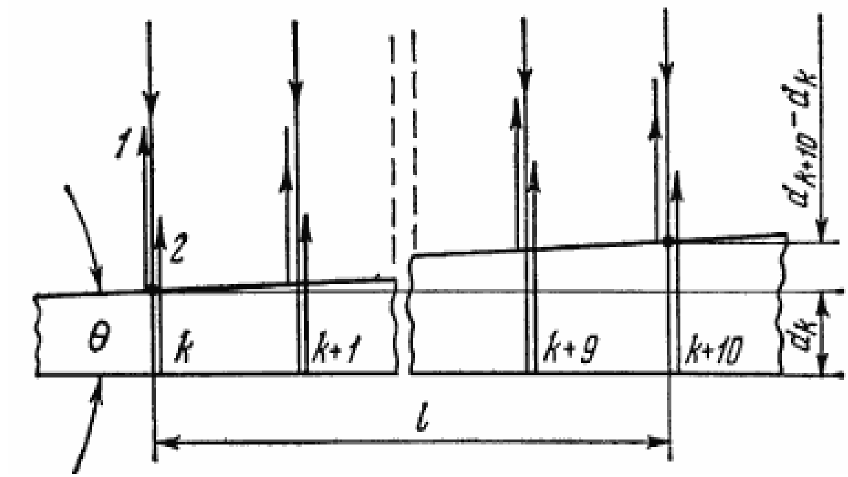
$$\Delta = 2dn_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad \Rightarrow d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

Полагая *k*=0, 1, 2, 3, …, получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0.11 \text{ мкм}, d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0.33 \text{ мкм и т. д.}$$

Задача 7. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны λ=0,6 мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной l=1 см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол θ клина.

- Решение:



Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отраженные пучки света 1 и 2 будут практически параллельны.

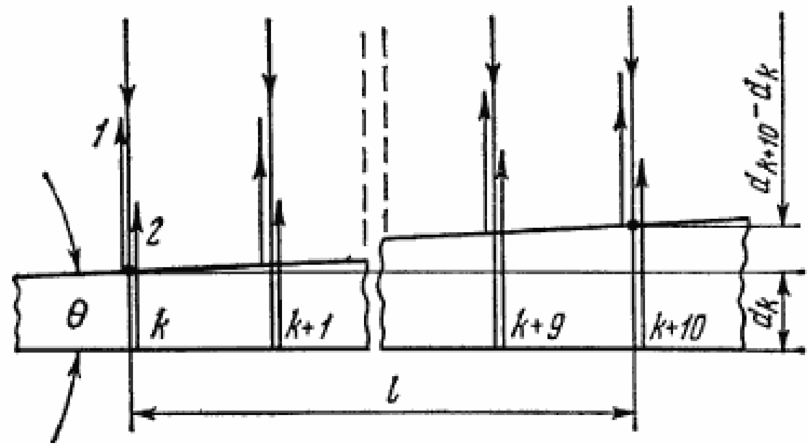
Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода кратна нечетному числу половины длины волны:

$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, где k=0, 1, 2, …

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн$(2dn\cos\varepsilon)$и половины длины волны λ/2.

Величина λ/2 представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении волны от оптически более плотной среды.

Задача 7. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны λ=0,6 мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной l=1 см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол θ клина.



Тогда разность хода:

$$\Delta = 2d_k n\cos\varepsilon + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

n – коэффициент преломления стекла (n=1.5),

d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k,

ε – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления ε равен нулю. Получим:

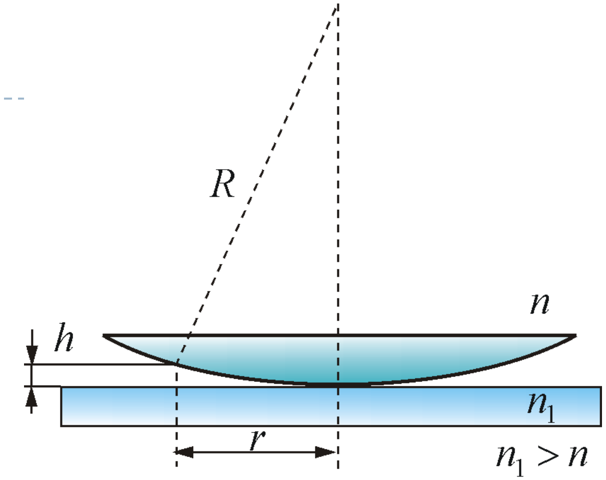
$$2d_k n = k\lambda \quad \Rightarrow d_k = \frac{k\lambda}{2n}$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина в этом месте d_k, а темной полосе номера k+10 соответствует толщина клина d_{k+10}. Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной l. Учитывая, что угол θ – малый угол, то $\sin\theta \approx \theta$.

Тогда искомый угол будет равен: $\theta = \dfrac{(d_{k+10} - d_k)}{l} \quad \Rightarrow \theta = \dfrac{\left[\dfrac{(k+10)\lambda}{2n} - \dfrac{k\lambda}{2n}\right]}{l} = \dfrac{5\lambda}{nl}$

- $\theta = 2\cdot 10^{-4}$рад.

Задача 8. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темным кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.

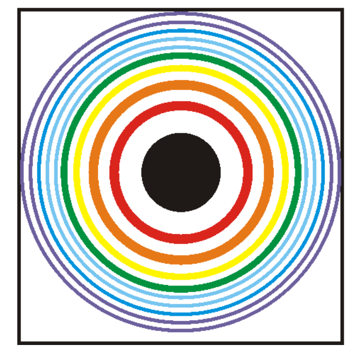


- Решение:

Оптическая разность хода:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = 2\frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2} = \boxed{\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}}.$$

В выражении для оптической разности хода слагаемое $\lambda_0/2$ учитывает изменение фазы на π при отражении от пластины.



$$\Delta_{\max} = 2m\frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

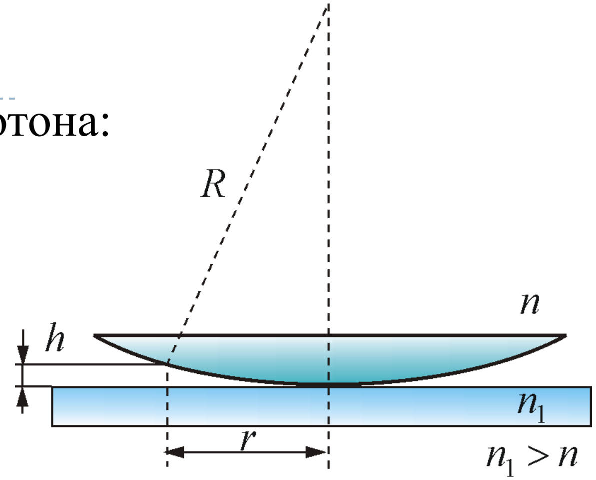
$$r_{\max} = \sqrt{\lambda_0 R\left(m - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{R\lambda_0}{2}(2m-1)}$$

- радиус светлого кольца, $m = 1, 2\ldots$

$$\Delta_{\min} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \Rightarrow r_{\min} = \sqrt{\lambda_0 Rm}$$

- радиус темного кольца, $m = 0, 1, 2 \ldots$

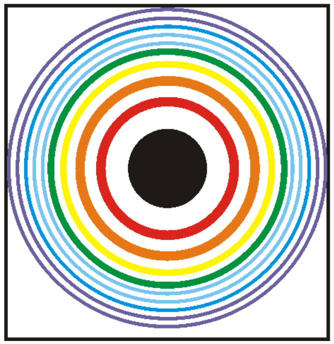
Задача 8. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темным кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.



Для первого, второго, девятого и десятого темных колец Ньютона:

$$r_1 = \sqrt{R\lambda_0} \qquad r_9 = \sqrt{9R\lambda_0}$$
$$r_2 = \sqrt{2R\lambda_0} \qquad r_{10} = \sqrt{10R\lambda_0}$$

$$\Delta r_{2,1} = \sqrt{R\lambda_0}\left(\sqrt{2} - 1\right)$$
$$\Delta r_{10,9} = \sqrt{R\lambda_0}\left(\sqrt{10} - 3\right)$$



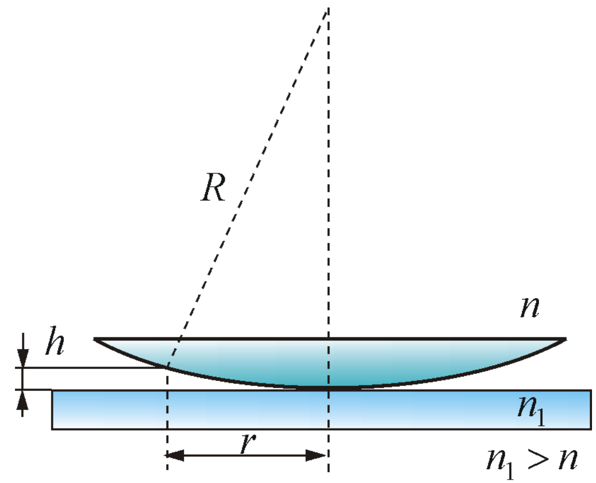
$$\Rightarrow \Delta r_{10,9} = \frac{\Delta r_{2,1}\left(\sqrt{10} - 3\right)}{\left(\sqrt{2} - 1\right)}$$

$$\Delta r_{10,9} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\left(\sqrt{10} - 3\right)}{\left(\sqrt{2} - 1\right)} = 0.39 \cdot 10^{-3}\text{м} = 0.39 \text{ мм}$$

Задача 9. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца (k=3). Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стало иметь кольцо с номером, на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости.

- <u>Решение:</u>

$$r_{max} = \sqrt{\frac{R\lambda_0}{2}(2m-1)} \qquad r_{min} = \sqrt{\lambda_0 Rm}$$



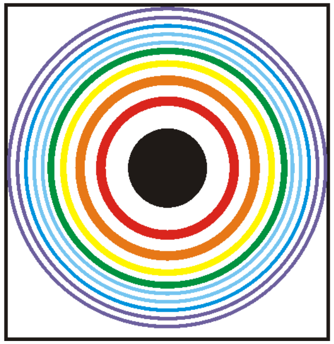
До заполнения жидкостью:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_0}$$

$$r_k = r_{k+1}$$

После заполнения жидкостью:

$$r_{k+1} = \sqrt{(k+1)R\frac{\lambda_0}{n}}$$



$$\Rightarrow \sqrt{kR\lambda_0} = \sqrt{(k+1)R\frac{\lambda_0}{n}} \qquad k = \frac{k+1}{n}$$

$$\Rightarrow n = \frac{k+1}{k} \qquad n = \frac{4}{3} = 1.33$$

Задача 10. Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления 1.33, при которой свет с длиной волны 0,64 мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны 0,40 мкм не отражается совсем. Угол падения света равен 30°.

- <u>Решение:</u>

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta_{min} = (2m_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2}$$

$$\Delta_{max} = m_2\lambda_2$$

$$min\text{: } 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} = m_1\lambda_1$$

$$max\text{: } 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} = (2m_2 - 1)\frac{\lambda_2}{2}$$

$$\Delta_{min} = \Delta_{max}$$

$$\Rightarrow m_1 = 1.6m_2 - 0.8$$

$$m_1 = 4$$
$$m_2 = 3$$

$$d_{min} = \frac{m_1\lambda_1}{2\sqrt{n^2 - sin^2 i}}$$

$$d_{min} = \frac{4 \cdot 0.4 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{1.33^2 - 0.5^2}} = 0.65 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 0.65\ \text{мкм}$$