Атомная физика
Ядерная физика

Задача 1. Определить кратность вырождения уровня атома водорода, для которого энергия связи электрона равна 1,51 эВ.

- Решение:

Определим главное квантовое число указанного уровня. Энергия связи уровня:

$$E = \frac{Rh}{n^2}$$

Откуда n^2 =9, n =3.

Уровню с данной энергией соответствует несколько различных состояний, отличающихся квантовыми числами l, m, m_s. Число таких состояний и есть кратность вырождения. При заданном n квантовое число l принимает n различных значений (l=0, 1, 2, …n-1). Каждому значению l соответствует $2l$+1 различных значений числа m (m=0, ±1, ±2, … ±l). Следовательно, разных наборов чисел l и m при данном n будет

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = \frac{1+2(n-1)+1}{2}\cdot n = n^2$$

Состояниям с заданными n, l, m соответствуют два разных состояния, отличающихся числами m_s (m_s=1/2, m_s=-1/2). Следовательно, искомая кратность вырождения:

$$N = 2n^2 \qquad N = 18.$$

Задача 2. Первоначальное количество радиоактивного вещества N_0 распадается с постоянной распада λ_1, при этом образуется новое радиоактивное вещество N_2 (продукт распада) с постоянной распада λ_2. Получить закон радиоактивного распада для продуктов распада, учитывая, что в начальный момент времени N_2=0.

- Решение:

Закон радиоактивного распада для первого вещества:

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

Число распадов за время dt определяется соотношением

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt \qquad \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$ – скорость распада.

Для продуктов распада:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

Это неоднородное уравнение, общее решение которого равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Общее решение однородного уравнения имеет вид: $C_1 e^{-\lambda_2 t}$

Частное решение будем искать в виде: $C_2 e^{-\lambda_1 t}$

Задача 2. Первоначальное количество радиоактивного вещества N_0 распадается с постоянной распада λ_1, при этом образуется новое радиоактивное вещество N_2 (продукт распада) с постоянной распада λ_2. Получить закон радиоактивного распада для продуктов распада, учитывая, что в начальный момент времени N_2=0.

- Решение:

Подставляя это частное решение в уравнение, находим постоянную C_2:

$$\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_1 t} = -\lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Для общего решения получим:

$$N_2 = C_1 e^{-\lambda_2 t} + C_2 e^{-\lambda_1 t} = C_1 e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$$

Учитывая, что при t=0 N_2=0, находим

$$C_1 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Окончательно получаем закон радиоактивного распада для продуктов распада:

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Задача 3. Считая радиус ядра $R=1.3 \cdot A^{1/3}$ фм, где A - его массовое число, оценить плотность ядер, а также число нуклонов в единице объема ядра.

- Решение:

Ядерная плотность: $\rho = \frac{m}{V}$

где m – масса ядра, V – объем ядра, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $m = A$ а. е. м.

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{4/3\pi R^3}$$

$$\rho = 2 \cdot 10^{17}\ \text{кг/м}^3$$

Плотность ядерного вещества не зависит от массового числа A и одинакова для всех ядер.

Число нуклонов в единице объема: $n = \frac{A}{4/3\pi R^3}$

$$n = 1.2 \cdot 10^{44}\ \text{м}^{-3}$$

Задача 4. Найти энергию β⁺-распада ядра углерода $^{11}_{6}C$.

- Решение:

Запишем схему β⁺-распада: $^{11}_{6}C \rightarrow ^{11}_{5}B + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu$

В результате β⁺-распада возникает новый элемент я порядковым номером Z-1 и испускается позитрон и нейтрино. Позитрон имеет массу покоя, равную массе покоя электрона. Электрон и позитрон – это частица и античастица. При их столкновении происходит двухфотонная аннигиляция материи, возникает два γ-кванта:

$$^{0}_{+1}e + ^{0}_{-1}e = \gamma + \gamma$$

Энергия β⁺-распада может быть определена из выражения:

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

где Δm – дефект масс: $\Delta m = m_C - m_B - m_e$

$$m_C = 11{,}0114 а.е.м.$$

$$m_B = 11{,}0093 а.е.м.$$

$$m_e = 0{,}00055 а.е.м.$$

$$\Delta E = 931{,}5 \frac{МэВ}{а.е.м.} \left(m_C - m_B - m_e\right)$$

$$\Delta E = 931{,}5 \frac{МэВ}{а.е.м.} \left(11{,}0114 - 11{,}0093 - 0{,}00055\right) = 1{,}44 МэВ$$

Задача 5. На ядро лития налетает протон с кинетической энергией E_p. В результате ядерной реакции образуются две α-частицы с одинаковыми энергиями. Найти угол между направлениями их разлета.

- Решение:

При взаимодействии протона с ядром лития происходит ядерная реакция, энергия которой равна:

$$E = \Delta mc^2$$

где Δm – разность между суммой масс частиц, вступающих в реакцию (m_p+m_{Li}) и суммой масс образующихся частиц ($2m_\alpha$).

$$E = c^2\left(m_p + m_{Li} - 2m_\alpha\right)$$

Запишем законы сохранения энергии и импульса для взаимодействующих частиц:

$$E_p + E = 2E_\alpha$$

$$m_p\vec{v}_p = m_\alpha\vec{v}_\alpha + m_\alpha\vec{v}_\alpha$$

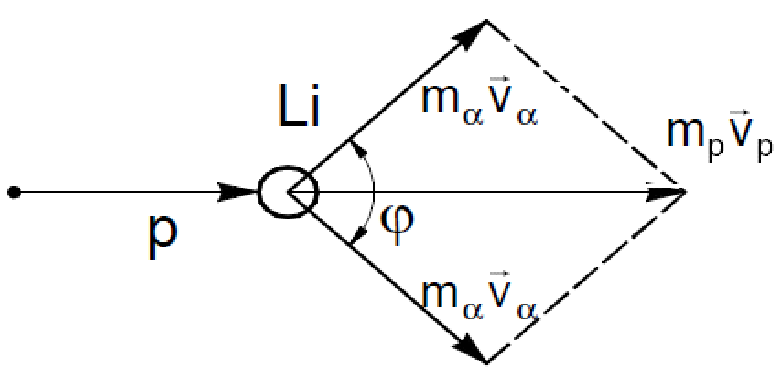
Задача 5. На ядро лития налетает протон с кинетической энергией E_p. В результате ядерной реакции образуются две α-частицы с одинаковыми энергиями. Найти угол между направлениями их разлета.

- Решение:

$$m_p\vec{v}_p = m_\alpha\vec{v}_\alpha + m_\alpha\vec{v}_\alpha \Rightarrow m_\alpha\vec{v}_\alpha = m_\alpha\vec{v}_\alpha - m_p\vec{v}_p$$

По теореме косинусов находим:

$$(m_\alpha v_\alpha)^2 = (m_\alpha v_\alpha)^2 + (m_p v_p)^2 - 2m_\alpha v_\alpha m_p v_p \cos(\varphi/2)$$



$$\Rightarrow \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{m_p v_p}{2m_\alpha v_\alpha},$$

$$\varphi = 2\arccos\left(\frac{m_p v_p}{2m_\alpha v_\alpha}\right)$$

Зная кинетическую энергию протона, находим скорость протона:

$$E_p = \frac{m_p v_p^2}{2} \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2E_p}{m_p}}$$

Задача 5. На ядро лития налетает протон с кинетической энергией E_p. В результате ядерной реакции образуются две α-частицы с одинаковыми энергиями. Найти угол между направлениями их разлета.

- <u>Решение:</u>

Скорость α-частицы находим из закона сохранения энергии:

$$E_p + c^2\left(m_p + m_{Li} - m_e\right) = 2\,\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$$

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{E_p + c^2\left(m_p + m_{Li} - m_e\right)}{m_\alpha}}$$

Подставляя полученные значения скоростей в выражение для угла, находим угол разлета:

$$\varphi = 2\arccos\left(\frac{m_p}{2m_\alpha}\sqrt{\frac{2E_p}{m_p}\cdot\frac{m_\alpha}{\left(E_p + c^2\left(m_p + m_{Li} - m_e\right)\right)}}\right) =$$

$$2\arccos\sqrt{\frac{E_p m_p}{2m_\alpha\left(E_p + c^2\left(m_p + m_{Li} - m_e\right)\right)}}$$