Интерференция света

Интерференция

- **Интерференция волн** – явление наложения в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн, в результате которого в различных точках получается усиление или ослабление результирующей волны.

- Экспериментально наблюдается интерференция света, которая объясняется явлением интерференции волн. Необходимое условие интерференции волн – их когерентность.

- **Интерференция света** – пространственное перераспределение энергии света при наложении двух или нескольких световых волн.

Интерференция

- Условию когерентности удовлетворяют **монохроматические волны** – волны одной определенной и строго постоянной частоты.

- Немонохроматический свет представляется в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов продолжительностью τ, в течение которого только и существует когерентность.

Способ получения когерентных световых волн:

Разделение волны, излучаемой одним источником, на 2 части, прошедшие разный *оптический путь*.

Интерференция

- Рассмотрим две волны одинаковой частоты, накладывающиеся друг на друга и возбуждающие в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{\upsilon_1} \right) \qquad x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{\upsilon_2} \right)$$

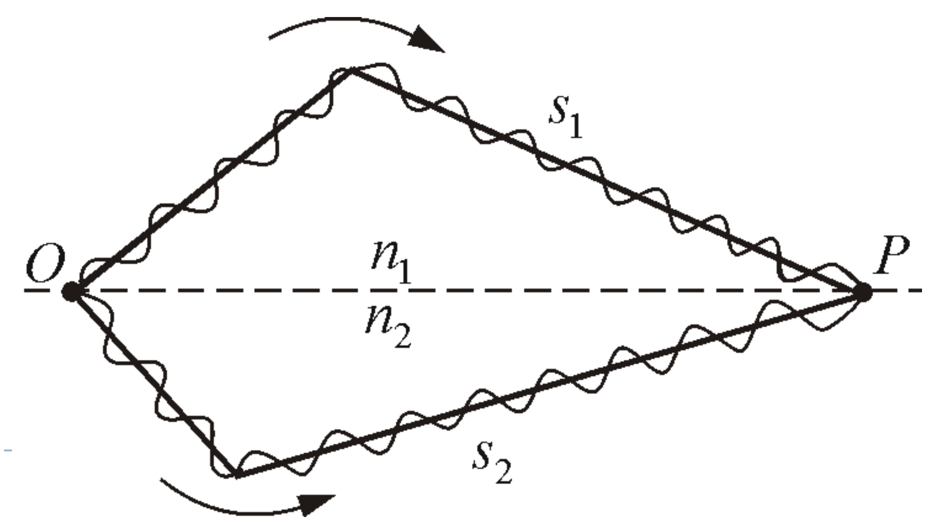
S – геометрический путь.

- Оптический путь в среде с показателем преломления *n*:

$$L = n \cdot S.$$

$$n_1 = \frac{c}{\upsilon_1} \quad \text{и} \quad n_2 = \frac{c}{\upsilon_2}$$

где υ_1, υ_2 – фазовые скорости.



Интерференция

- Разность фаз колебаний, возбуждаемых первой и второй волной в некой точке пространства:

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega\left(\frac{S_2}{\upsilon_2} - \frac{S_1}{\upsilon_1}\right) = \frac{2\pi}{T}\left(\frac{S_2 n_2}{c} - \frac{S_1 n_1}{c}\right) = \frac{2\pi}{Tc}\left(\underbrace{S_2 n_2}_{\substack{опт.\\ путь}} - S_1 n_1\right) =$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0}\underbrace{(L_2 - L_1)}_{\Delta} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta, \qquad в \quad вакууме \qquad \lambda_0 = Tc.$$

- Δ – оптическая разность хода $\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1$

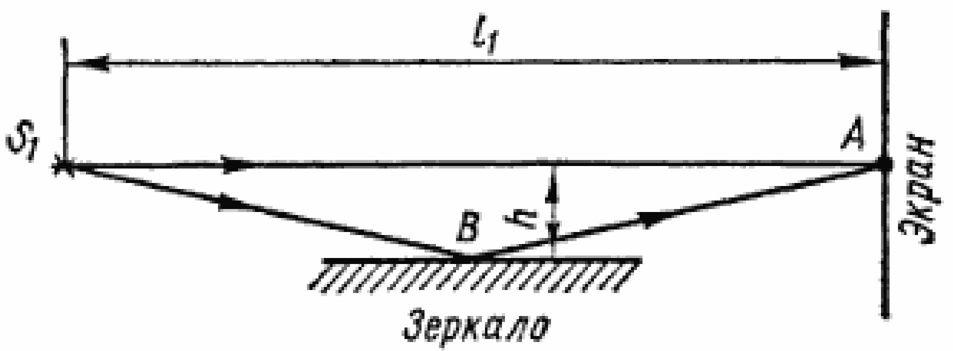
$$\boxed{\Delta = \pm m\lambda_0 = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2}, \qquad m = 0,1,2.\ \ldots \Rightarrow \delta = \pm 2m\pi}$$

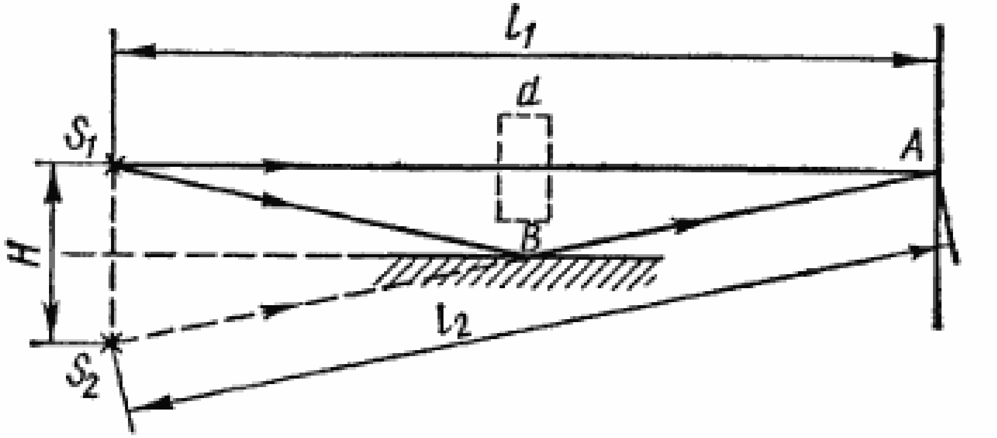
колебания с одинаковой фазой и наблюдается интерференционный max.

$$\boxed{\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \qquad m = 0,1,2\ \ldots. \Rightarrow \delta = \pm(2m+1)\pi}$$

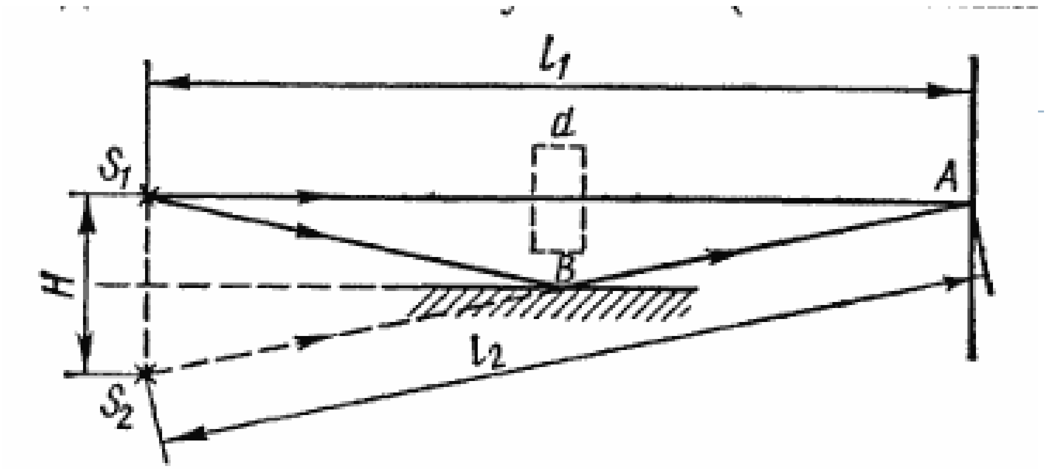
колебания в противофазе и наблюдается интерференционный min.

Задача 1. В точку А экрана от источника S_1 монохроматического света длиной волны λ=0,5 мкм приходит два луча: непосредственно от источника луч S_1A, перпендикулярный экрану, и луч S_1BA, отраженный в точке В от зеркала, параллельного лучу S_1A (см. рис.). Расстояние l_1 экрана от источника равно 1 м, расстояние h от луча S_1A до плоскости зеркала равно 2 мм. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке А экрана — усиление или ослабление интенсивности; 2) как изменится интенсивность в точке А, если на пути луча S_1A перпендикулярно ему поместить плоскопараллельную пластинку стекла (n=1,55) толщиной d=6 мкм.





- Построим мнимое изображение S_2 источника S_1 в зеркале.
- Источники S_1 и S_2 являются когерентными, поэтому при сложении волн, приходящих от этих источников на экран, возникает интерференционная картина.
- Усиление или ослабление интенсивности в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода Δ интерферирующих лучей, другими словами, от числа m полуволн, укладывающихся на оптической разности хода.



$$\Delta = m\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow m = \frac{\Delta}{\lambda/2}$$

Если m – целое четное, то интенсивность будет максимальной, если m – целое нечетное, то интенсивность минимальна.

Оптическая разность хода Δ_1 будет складываться из геометрической разности l_2-l_1 (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности хода $\lambda/2$, обусловленной изменением фазы колебаний на π при отражении от среды оптически более плотной.

$$\Delta_1 = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}$$

$$l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2}$$

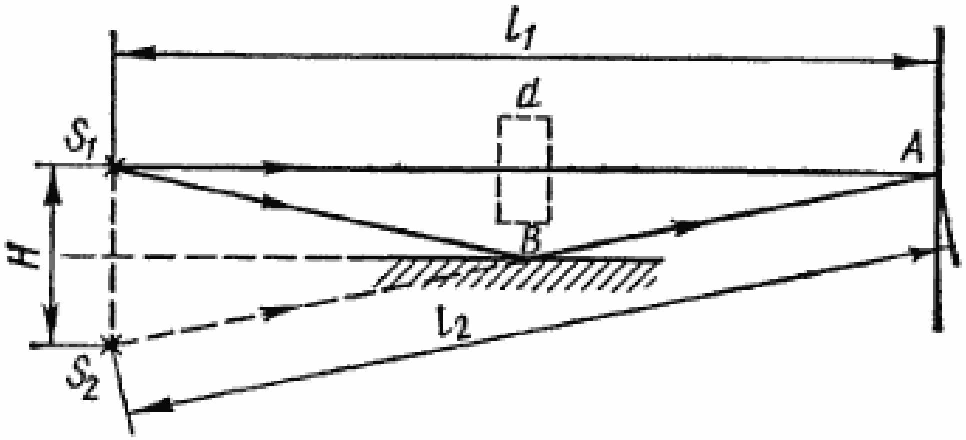
$$\Rightarrow l_2 - l_1 = l_1\sqrt{1+\frac{H^2}{l_1^2}} - l_1 = l_1\left[\sqrt{1+\frac{H^2}{l_1^2}} - 1\right]$$

$$H << l_1 \Rightarrow \frac{H}{l_1} << 1$$

$$\sqrt{1+a} \approx 1 + a/2, a << 1$$

$$\Rightarrow l_2 - l_1 = l_1\left[\sqrt{1+\frac{H^2}{l_1^2}} - 1\right] \approx l_1\left[1+\frac{1}{2}\frac{H^2}{l_1^2} - 1\right] = \frac{H^2}{2l_1}$$

$$\Delta_1 = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2} \qquad \Rightarrow m_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda/2} = \frac{H^2/(2l_1) + \lambda/2}{\lambda/2} = \frac{H^2}{l_1\lambda} + 1$$

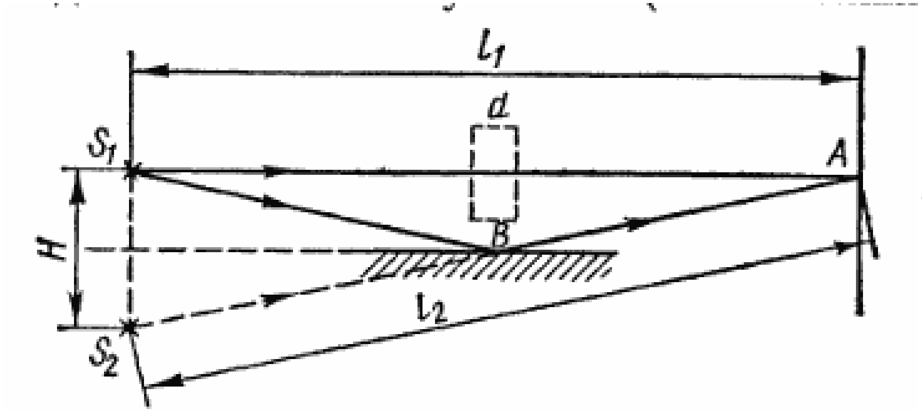


$$H = 2h$$

$$m_1 = \frac{4h^2}{l_1\lambda} + 1$$

$$m_1 = \frac{4\cdot 4\cdot 10^{-6}}{1\cdot 0.5\cdot 10^{-6}} + 1 = 33$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке А наблюдается минимум интенсивности.



Стеклянная пластинка толщиной *d*, поставленная на пути луча S_1A, изменит оптическую длину пути.

Теперь оптическая длина пути *L* будет складываться из геометрической длины пути l_1-*d* и оптической длины пути *nd* луча в самой пластинке:

$$L=(l_1-d)+nd=l_1+(n-1)d$$

Оптическая разность хода лучей:

$$\Delta_2=l_2-L+\lambda/2$$
$$=l_2-[l_1+(n-1)d]+\lambda/2$$

$$\Delta_2=l_2-l_1+\lambda/2-(n-1)d=\Delta_1-(n-1)d$$

$$m_2=\frac{\Delta_2}{\lambda/2}=\frac{\Delta_1-(n-1)d}{\lambda/2}=\frac{\Delta_1}{\lambda/2}-2\frac{d(n-1)}{\lambda}$$

$$\Rightarrow m_2=m_1-2\frac{d(n-1)}{\lambda}$$

$$m_2=33-\frac{2\cdot 6\cdot 10^{-6}\cdot 0.55}{0.5\cdot 10^{-6}}=19.8$$

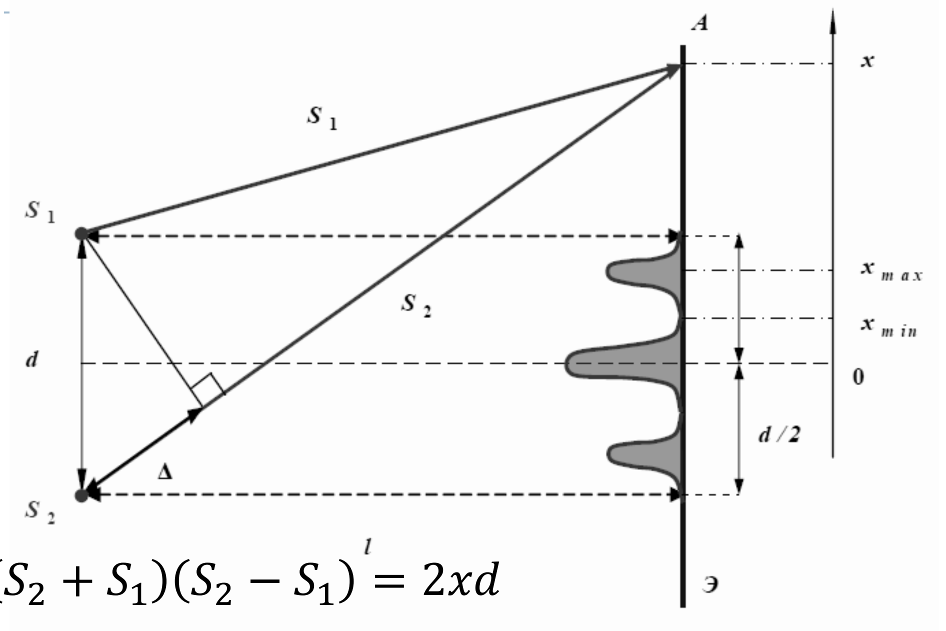
Число длин полуволн оказалось дробным. Так как 19.8 ближе к целому четному числу 20, чем к целому нечетному числу 19, то в точке A будет частичное усиление.

Задача 2. Расстояние *d* между двумя щелями в опыте Юнга равно 1 мм, расстояние *l* от щелей до экрана равно 3 м. Определить длину волны λ, испускаемой источником монохроматического света, если ширина *b* полос интерференции на экране равна 1,5 мм.

- Решение:

В точке А можно наблюдать интерференционный максимум или минимум.

Ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами.



Условие максимума:

$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0, m = 0, 1, 2, \ldots$

$\Delta = n(S_2 - S_1)$

$$S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

λ_0 –длина волны в вакууме,

λ – длина волны в среде.

$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd$$

$$d \ll l, x \ll l \Rightarrow (S_2 + S_1) \approx 2l$$

$$(S_2 - S_1) = \frac{xd}{l} \Rightarrow \Delta = n\frac{xd}{l}$$

$$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0 = n\frac{xd}{l} \qquad x_{max} = \pm\frac{ml\lambda_0}{nd} = \pm\frac{ml\lambda}{d}$$

$b = \Delta x_{max} = \frac{l\lambda}{d}$ - расстояние между двумя максимумами.

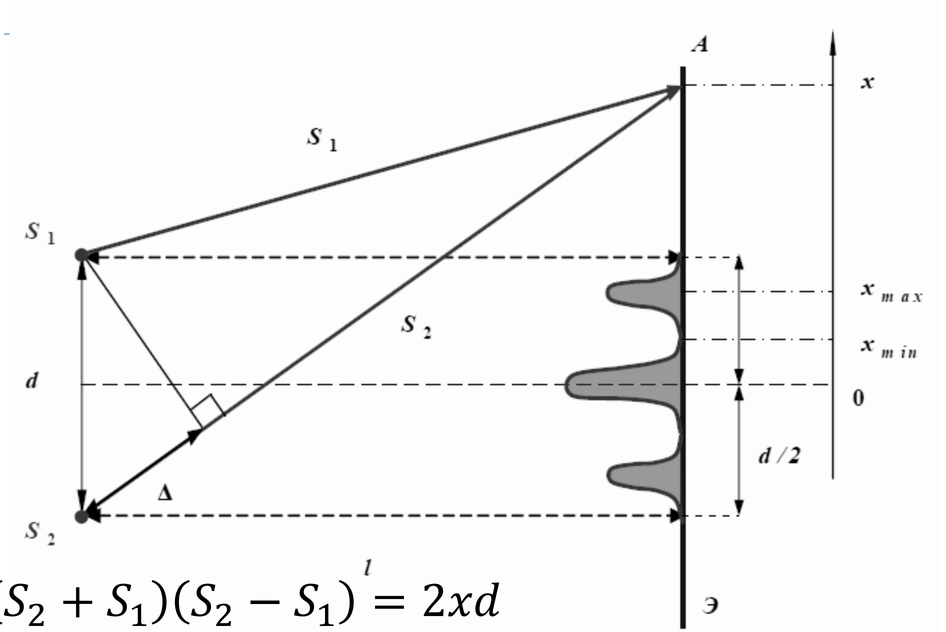
$$\lambda = \frac{bd}{l} \qquad \lambda = \frac{1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.5 \cdot 10^{-6}\text{м} = 0{,}5 \text{ мкм}$$

Задача 3. В опыте Юнга расстояние *d* между щелями равно 0,8 мм. На каком расстоянии *l* от щелей следует расположить экран, чтобы ширина *b* интерференционной полосы оказалась равной 2 мм? Длина волны 640 нм.

- Решение:

В точке А можно наблюдать интерференционный максимум или минимум.

Ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами.



Условие максимума:

$$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0, m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta = n(S_2 - S_1)$$

$$S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

λ_0 –длина волны в вакууме,

λ – длина волны в среде.

$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd$$

$$d \ll l, x \ll l \Rightarrow (S_2 + S_1) \approx 2l$$

$$(S_2 - S_1) = \frac{xd}{l} \Rightarrow \Delta = n\frac{xd}{l}$$

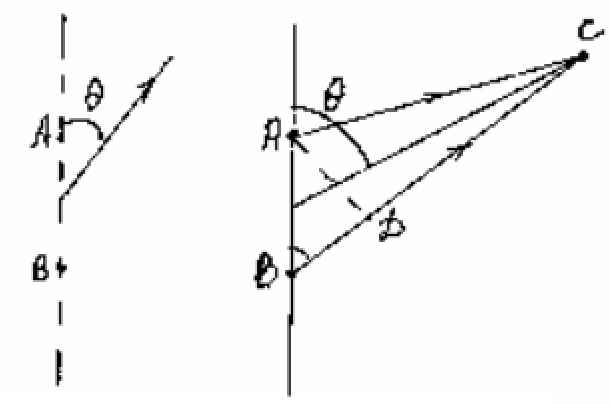
$$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0 = n\frac{xd}{l} \qquad x_{max} = \pm\frac{ml\lambda_0}{nd} = \pm\frac{ml\lambda}{d}$$

$b = \Delta x_{max} = \dfrac{l\lambda}{d}$ - расстояние между двумя максимумами.

$$l = \frac{bd}{\lambda} \qquad l = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0.8 \cdot 10^{-3}}{640 \cdot 10^{-9}} = 2.5 \text{ м}$$

Задача 4. Два точечных одинаковых источника когерентных волн расположены на расстоянии $d=\lambda/4$ друг от друга. Колебания источника B запаздывают по фазе на $\pi/2$ относительно источника A. Определить: а) углы θ, в направлении которых интенсивность излучения этой системы максимальна и в направлении которых интенсивность минимальна; б) вид зависимости интенсивности от угла θ.

- <u>Решение:</u>



Когда расстояние от источников до точки наблюдения значительно превышает расстояние между источниками (AC, BC << d), лучи AC и BD оказываются практически параллельными.

Тогда разность хода интерферирующих лучей:

BC – AC = BD = $d\cos\theta$.

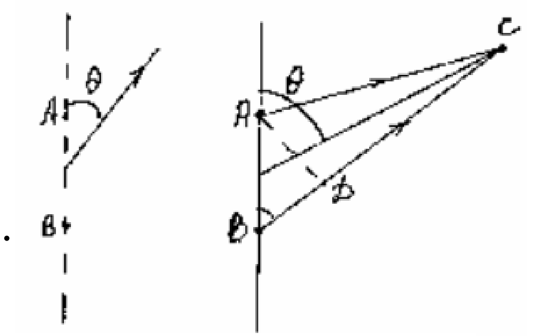
Амплитуду результирующего колебания находим методом векторного сложения:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Результирующая интенсивность в общем случае не равна сумме интенсивностей складываемых волн, она может быть как больше, так и меньше ее в зависимости от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Задача 4. Два точечных одинаковых источника когерентных волн расположены на расстоянии $d=\lambda/4$ друг от друга. Колебания источника В запаздывают по фазе на $\pi/2$ относительно источника А. Определить: а) углы θ, в направлении которых интенсивность излучения этой системы максимальна и в направлении которых интенсивность минимальна; б) вид зависимости интенсивности от угла θ.



В точках, для которых $(\varphi_2 - \varphi_1)=2\pi m$, где $m=0, \pm1, \pm2, \ldots$ колебания усилят друг друга и будет наблюдаться максимум интенсивности.

В точках, для которых $(\varphi_2 - \varphi_1)=(2m+1)\pi$, где $m=0, \pm1, \pm2, \ldots$ колебания ослабят друг друга и будет наблюдаться минимум интенсивности.

С другой стороны, разность фаз : $(\varphi_2 - \varphi_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$

Следовательно: $(\varphi_A - \varphi_B) = \dfrac{2\pi}{\lambda} d\cos\theta + \dfrac{\pi}{2}$

а) Из условия максимумов интенсивности получим:

$$\frac{2\pi}{\lambda} d\cos\theta + \frac{\pi}{2} = 2\pi m \qquad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}\cos\theta + \frac{\pi}{2} = 2\pi m \quad \Rightarrow \cos\theta = 4m - 1$$

Данное соотношение выполняется только при $m=0$, $\cos\theta = -1$, максимум интенсивности будет под углом $\theta=\pi$.

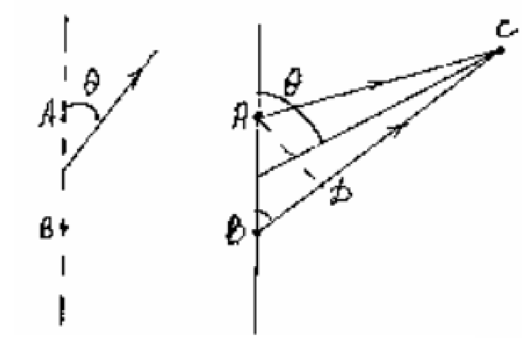
Задача 4. Два точечных одинаковых источника когерентных волн расположены на расстоянии $d=\lambda/4$ друг от друга. Колебания источника В запаздывают по фазе на $\pi/2$ относительно источника А. Определить: а) углы θ, в направлении которых интенсивность излучения этой системы максимальна и в направлении которых интенсивность минимальна; б) вид зависимости интенсивности от угла θ.

Из условия минимумов интенсивности получим:

$$\frac{2\pi}{\lambda} d\cos\theta + \frac{\pi}{2} = (2m+1)\pi \qquad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}\cos\theta + \frac{\pi}{2} = (2m+1)\pi \qquad \Rightarrow \cos\theta = 4m+1$$

Данное соотношение выполняется только при $m=0$, $\cos\theta = 1$, минимум наблюдается под углом $\theta=0$.

б) Поскольку АС ≈ ВС и излучатели одинаковы, можно считать интенсивность волн от обоих источников в точке наблюдения равными друг другу ($I_1=I_2$).



Тогда результирующая интенсивность в точке С:

$$I = 2I_1 + 2I_1\cos\Delta\varphi = 2I_1\left(1+\cos\frac{\pi}{2}(\cos\theta+1)\right)$$

$$I = 2I_1\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot\cos^2\frac{\theta}{2}\right)\right) = 4I_1\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cdot\cos^2\frac{\theta}{2}\right).$$

Задача 5. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой. Луч падает на пластинку нормально. Показатель преломления пластинки n=1.5; длина волны света $\lambda=6\cdot10^{-7}$ м. Какова толщина пластинки h?

Без пластинки: $\Delta_1 = S_1 - S_2$

С пластинкой: $\Delta_2 = (S_1 - h) + nh - S_2 = S_1 - S_2 + h(n-1)$

$$\Delta_2 = \Delta_1 + h(n-1)$$

Т.к. без пластинки рассматривается центральная светлая полоса, то Δ_1=0.

Тогда $\Delta_2 = h(n-1) = k\lambda$.

$$h = \frac{k\lambda}{(n-1)}$$

$$h = \frac{5\cdot 6\cdot 10^{-7}}{(1.5-1)} = 6\cdot 10^{-6}\ \text{м} = 6\ \text{мкм}.$$