ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Гипотеза де Бройля. Волновые свойства вещества.

В оптических явлениях наблюдается своеобразный **дуализм**.

Наряду с явлениями дифракции, интерференции (волновыми явлениями) наблюдаются и явления, характеризующие корпускулярную природу света (фотоэффект, эффект Комптона).

В 1924 г. **Луи де Бройль** выдвинул гипотезу, что дуализм не является особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер. **Любые материальные частицы наряду с корпускулярными свойствами обладают также и волновыми, причем правила перехода от одного аспекта природы материальных частиц к другому такие же, как и для фотона, для «волны-частицы» в оптике.**

Дуализм не есть особенность только оптических явлений, а универсальное свойство материи.

Гипотеза де Бройля. Волновые свойства вещества.

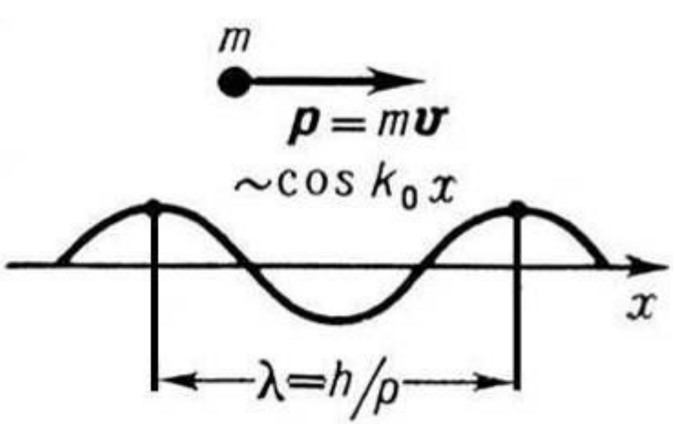
Если фотон обладает энергией

$$E = h\nu$$

и импульсом

$$p = h/\lambda,$$

то и частица (например, электрон), движущаяся с некоторой скоростью, обладает волновыми свойствами, т.е. **движение частицы можно рассматривать как движение волны**.



Согласно квантовой механике, свободное движение частицы с массой m и импульсом $p = m\upsilon$ (где υ – скорость частицы) можно представить как плоскую монохроматическую волну Ψ_0 (волну де Бройля) с длиной волны:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon}$$

распространяющуюся в том же направлении, в котором движется частица.

Гипотеза де Бройля. Волновые свойства вещества.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} \qquad \omega = \frac{E}{\hbar} \qquad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

Волны де Бройля – волны связанные с движущейся частицей.

У макроскопических тел волновые свойства не проявляются, т.к. p>>0 => $\lambda \rightarrow 0$.

Оценим длину волны де Бройля:

m=1 г, υ=1 см/с $\quad \Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{m\upsilon} = \dfrac{6.63 \cdot 10^{-34}\, Дж \cdot c}{1 \cdot 10^{-3}\, кг \cdot 1 \cdot 10^{-2}\, м/c} = 6.63 \cdot 10^{-29}\, м$

m=9.1·10^{-31} кг, υ=5.93·10^{5} м/с (электрон ускоряется потенциалом 150 В)

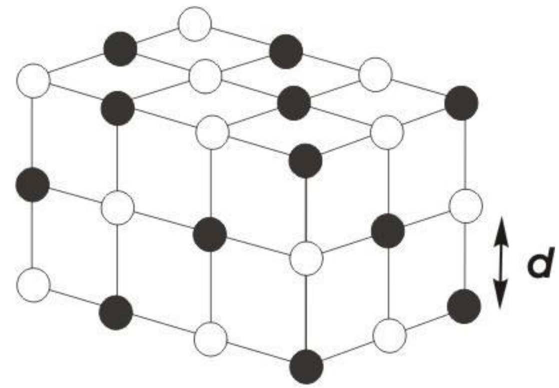
$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}\, Дж \cdot c}{9.1 \cdot 10^{-31}\, кг \cdot 5.93 \cdot 10^{5}\, м/c} = 1 \cdot \mathring{A}$$

Идея «волн материи», высказанная французским физиком Луи де Бройлем, получила блестящее подтверждение в опытах по дифракции частиц.

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

Для обнаружения дифракции малых длин волн необходимо иметь специальную решетку.

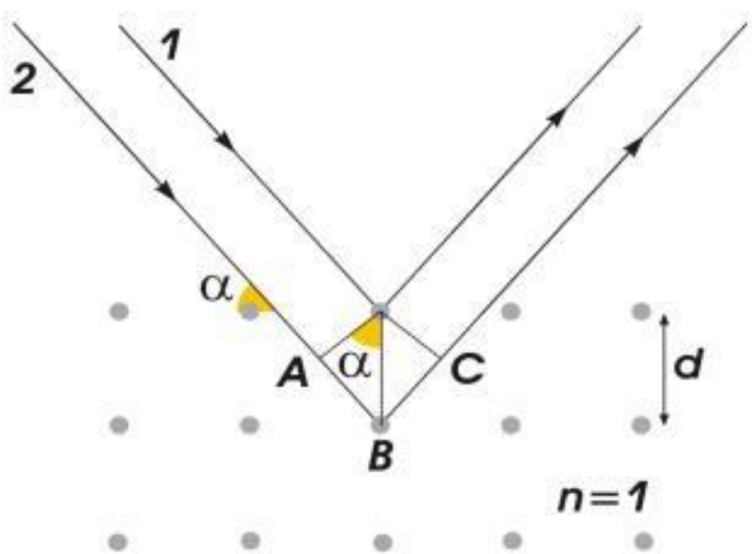
Общим условием дифракции волн любой природы является соизмеримость длины падающей волны λ с расстоянием d между рассеивающими центрами: $\lambda \leq d$.

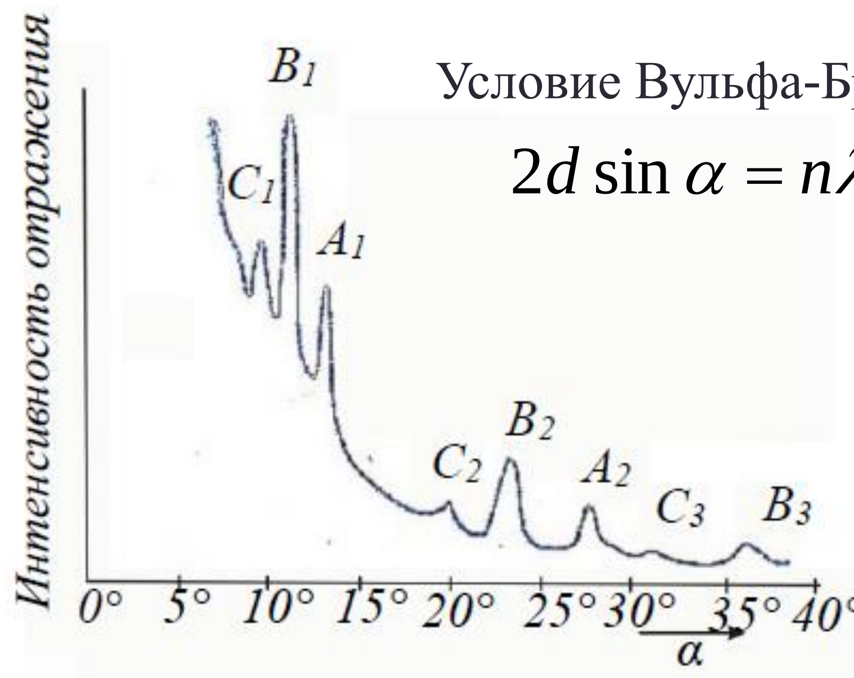


$$\delta = 2d \sin \alpha$$

Условие Вульфа-Брэгга:

$$2d \sin \alpha = n\lambda$$

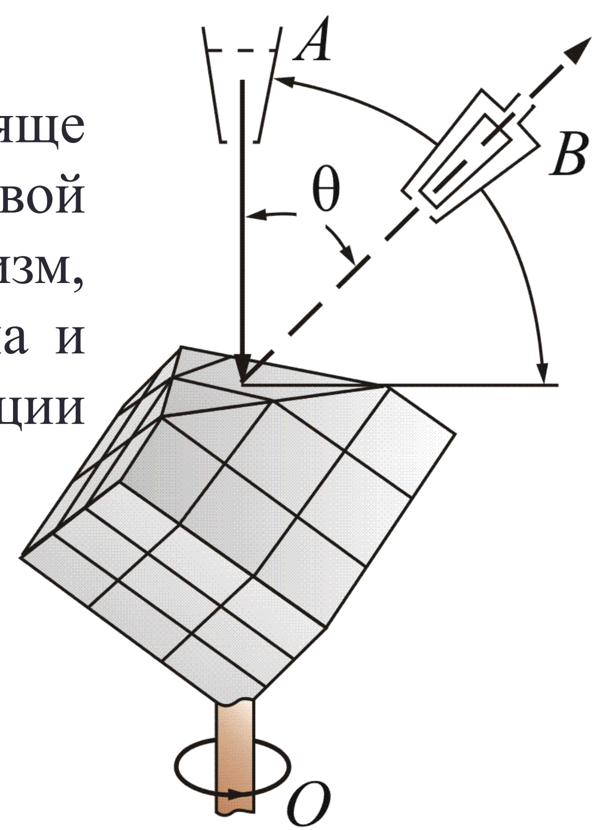




Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

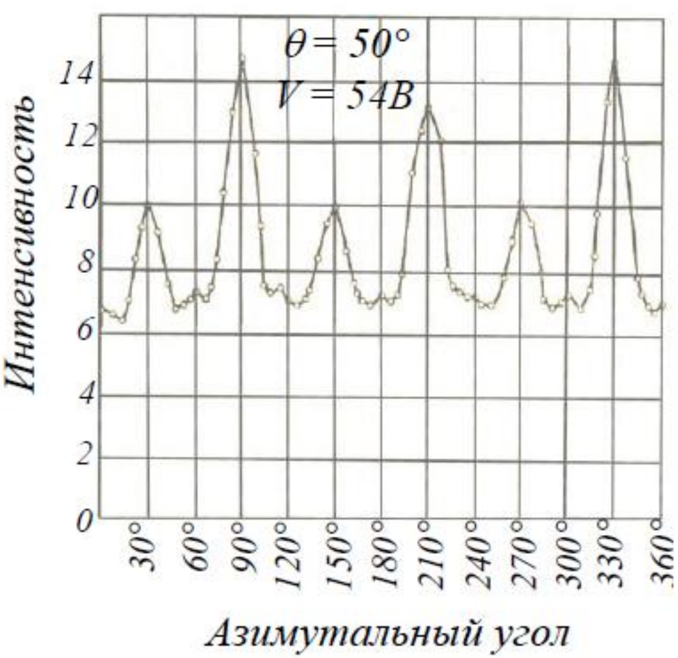
Метод Дэвиссона-Джермера (1927 г.)

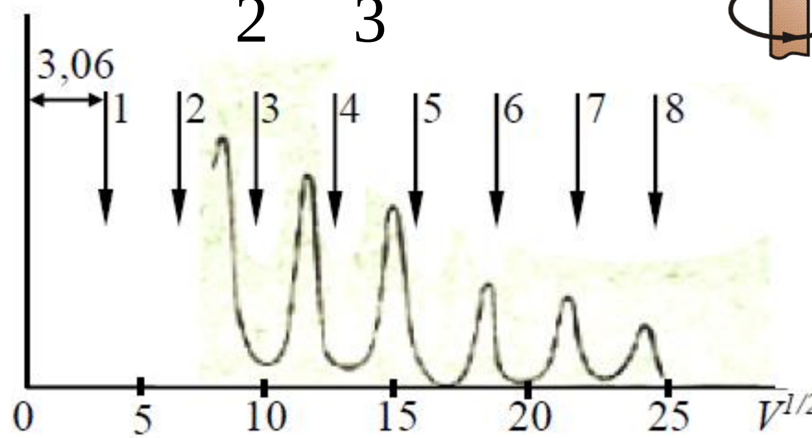
Первым опытом по дифракции частиц, блестяще подтвердившим исходную идею квантовой механики – корпускулярно-волновой дуализм, явился опыт американских физиков К.Дэвиссона и Л.Джермера проведенный в 1927 по дифракции электронов на монокристаллах никеля.



$$2d\sin\alpha = n\lambda$$

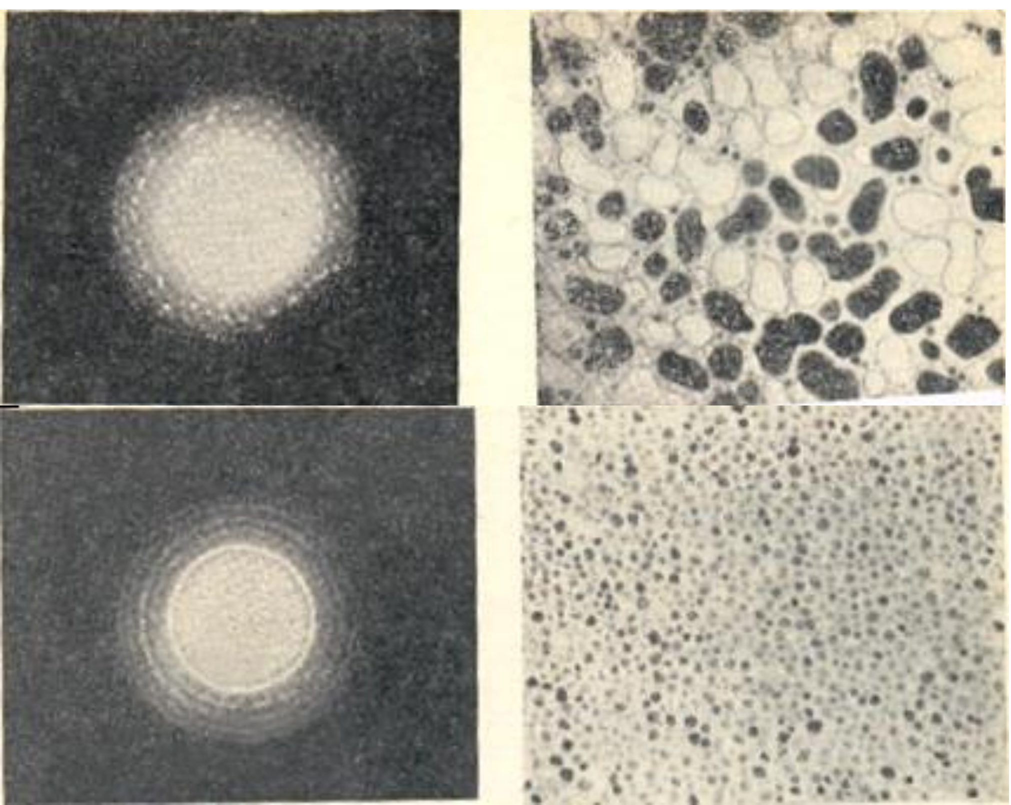
$$\lambda, \frac{1}{2}\lambda, \frac{1}{3}\lambda, \ldots$$





Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

Метод Дебая (1928 г.)
Узкий пучок электронов рассеивается мишенью, состоящей из большого числа небольших, случайно сориентированных микрокристаллов.

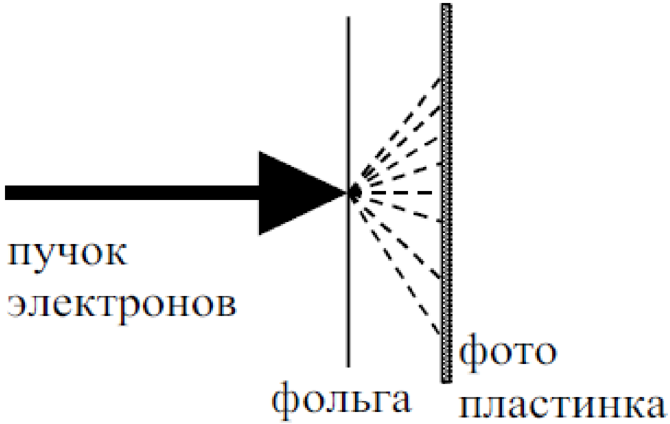


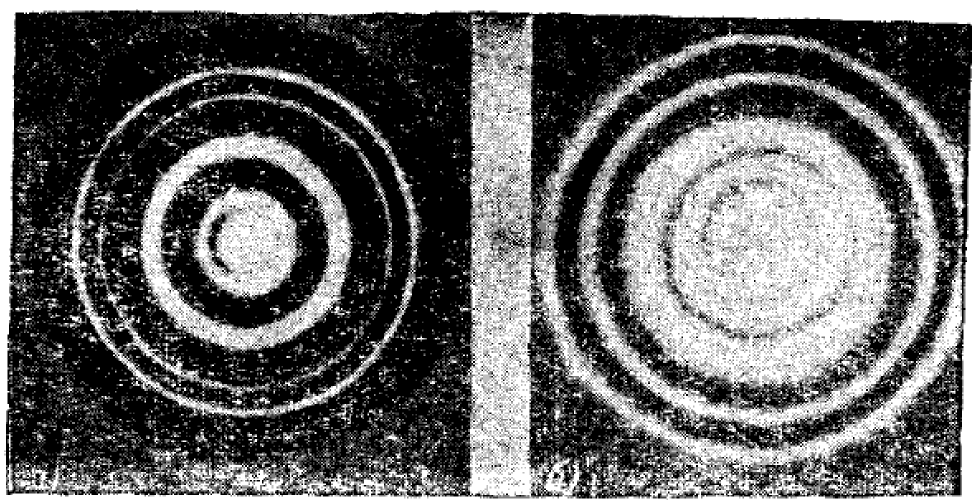
Такой же результат получается при многократном «обстреле» мишени **поочередно летящими электронами**. Т.е. образование дифракционной картины происходит при **индивидуальном прохождении** электронов через вещество.

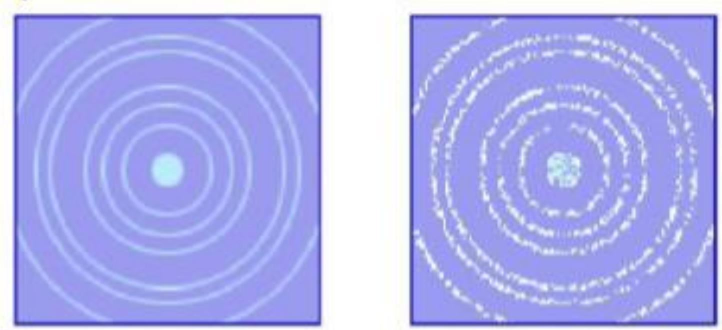
Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

Метод Томсона (1928 г.)

Дж. Томсон и независимо от него П.С. Тартаковский получили подтверждение гипотезы де Бройля, исследовав дифракцию электронов при прохождении их через тонкую поликристаллическую фольгу из золота.



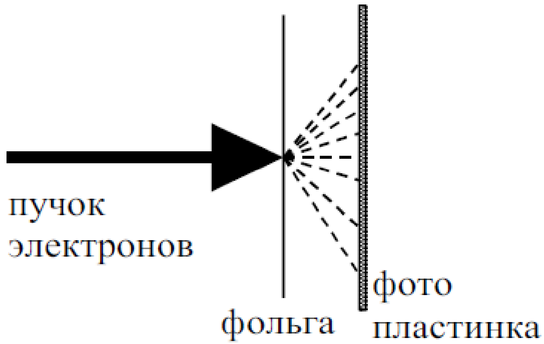




Картина дифракции электронов на поликристаллическом образце при длительной экспозиции и при короткой экспозиции

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

В 1949 г. советские ученые **Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин, В.А. Фабрикант** поставили такой же опыт, но интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор практически поодиночке. Однако картина после длительной экспозиции была точно такой же.

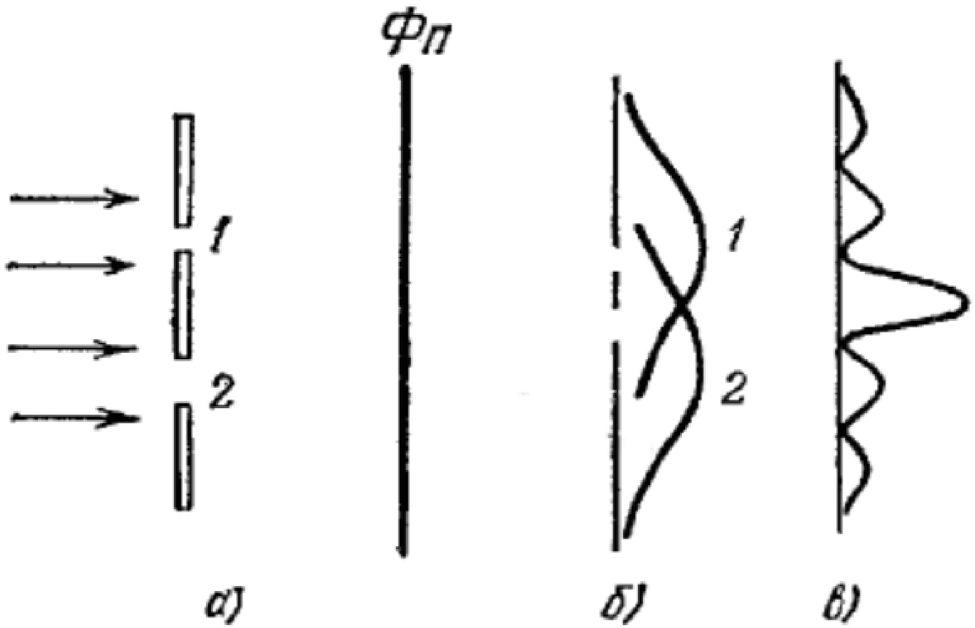


Было экспериментально доказано, что волновые свойства присущи не только большой совокупности частиц, но и каждому электрону в отдельности.

Дифракция частиц, сыгравшая в своё время столь большую роль в установлении двойственной природы материи – корпускулярно-волнового дуализма (и тем самым послужившая экспериментальным обоснованием квантовой механики), давно уже стала одним из главных рабочих методов для изучения строения вещества.

Необычные свойства микрочастиц

Микрочастицы обладают необычайными свойствами. Микрочастицы – это элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и т.д.), а также сложные частицы, образованные из небольшого числа элементарных (пока *неделимых)* частиц (атомы, молекулы, ядра атомов). Называя эти микрочастицы частицами, мы подчеркиваем только одну сторону, правильнее было бы назвать «частица – волна».



Таким образом, дифракция электронов и других микрочастиц доказывает справедливость гипотезы де Бройля и подтверждает корпускулярно- волновой дуализм микрочастиц вещества.

Физический смысл волн де Бройля

Во всех случаях дифракционная картина имеет вероятностную закономерность, т.е. электроны (микрочастицы) после рассеяния в плёнке с наибольшей вероятностью попадают в определённые места. Следовательно, согласно статистическим рассмотрениям: **физический смысл волн де Бройля – волны вероятности**; квадрат модуля амплитуды этой волны $|A|^2$ – плотность вероятности найти частицу в элементе объёма dV.

Для микрочастиц свойственна связь полной энергии и частоты ν волн де Бройля: $\varepsilon = h\nu$

В квантовой механике для характеристики объектов микромира вводится понятие волновой функции ψ. **Квадрат модуля волновой функции $|\psi|^2$ пропорционален вероятности нахождения микрочастицы в единичном объеме пространства.**

$$W = |\psi(x,y,z,t)|^2 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dV = 1$$

Физический смысл волн де Бройля

Условия, которым должна удовлетворять волновая функция:

1) Функция ψ, характеризующая вероятность обнаружения частицы в элементе объема, должна быть конечной, однозначной и непрерывной.
2) Волновая функция должна удовлетворять принципу суперпозиции: если система может находиться в различных состояниях, описываемых новыми волновыми функциями $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots \psi_n$, то она также может находиться в состоянии ψ, описываемом линейной комбинацией этих функций $\psi = \sum_n C_n \psi_n$, где C_n (n=1,2,3…) – произвольные комплексные числа.
3) Волновая функция ψ, являясь основной характеристикой состояния микрочастицы, позволяет в квантовой механике вычислить средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект.

Соотношение неопределённости

В классической механике: частица движется по определённой траектории так, что в любой момент времени t можно точно определить её координату (x,y,z) и импульс p.

У **микрочастицы** из-за наличия у неё волновых свойств нельзя строго определить траекторию, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла.

Т.к. $p=h/\lambda$, следовательно, микрочастица с определённым импульсом p имеет, обладая λ, неопределённую координату.
И наоборот, если микрочастица находится с точным значением координаты, то её импульс полностью неопределен, $\Delta p \to \infty$.

Т.е. волновые свойства микрочастиц вносят ограничения в возможность применения к этим частицам понятий координаты и импульса в их классическом смысле.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

Микрочастица не может иметь одновременно и определённую координату (x,y,z) и определённую проекцию импульса (p_x,p_y,p_z), неопределённость этих величин удовлетворяет условию

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h; \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h; \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h,$$

Δx, Δy, Δz – интервалы координат, в которых может быть локализована частица, описываемая волной де Бройля, если проекции её импульса на оси координат заключены в интервалах Δp_x, Δp_y, Δp_z.

Т.е. если частица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x = 0$), то в этом состоянии проекция её импульса неопределенна $\Delta p_x \to \infty$.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

Чем более точно определено положение частицы (чем меньше Δx, Δy, Δz), тем менее точно определены значения проекций её импульса (т.е. тем больше Δp_x, Δp_y, Δp_z).

Это не связано с неточностью измерений, а отражает двойственные *корпускулярно-волновые свойства микрочастиц*, т.е. для описания микрочастиц одновременно используются классические характеристики (x, p) и волновые – λ.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

Соотношение неопределённости не вносит ограничений в возможность использования классических понятий координат и импульса для макроскопических тел.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta \upsilon_x \geq \frac{h}{m},$$

чем больше масса m тела, тем меньше неопределённость координаты Δx и скорости $\Delta \upsilon_x$, следовательно, тем с большей точностью можно для этой частицы определить понятие траектория и, соответственно, понятия классической механики. Т.е. для макротел их волновые свойства не играют роль, и можно пользоваться законами классической механики.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

Соотношение неопределённости для энергии E и времени t.

Неопределённости энергии ΔE и времени Δt удовлетворяют условию

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h,$$

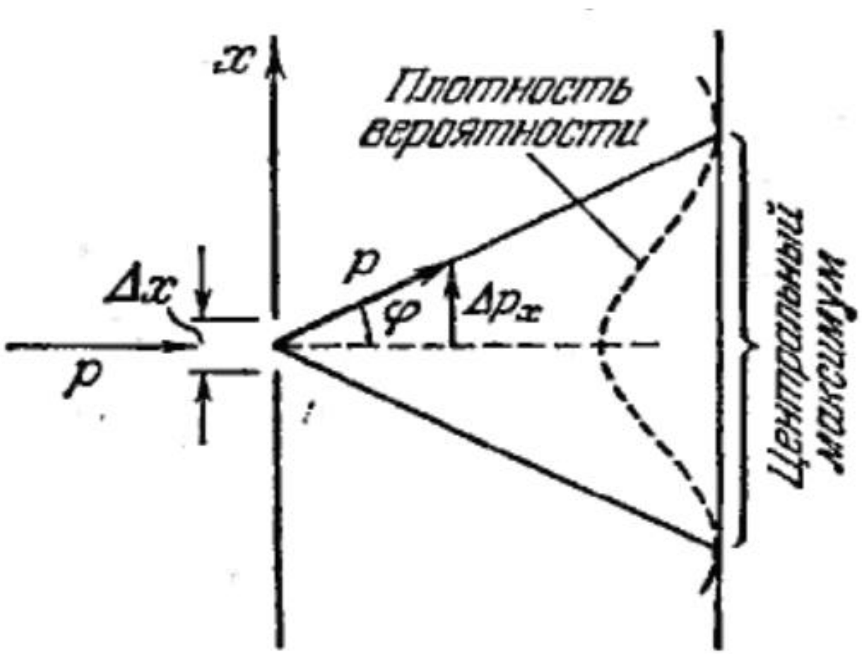
ΔE – неопределённость энергии некоторого состояния системы,
Δt – промежуток времен, в течение которого это состояние существует.

Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt, не может быть охарактеризована определенным значением энергии E.
Разброс $\Delta E = h/\Delta t$ возрастает с уменьшением Δt.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

$$\Delta p_x = p \sin\varphi$$

φ – угол, соответствующий первому дифракционному максимуму.



$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \Delta p_x \sim p\frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

$$\Delta p_x \cdot \Delta \upsilon_x \geq \frac{\hbar}{2m}$$

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \sim p\lambda = 2\pi\hbar$$